

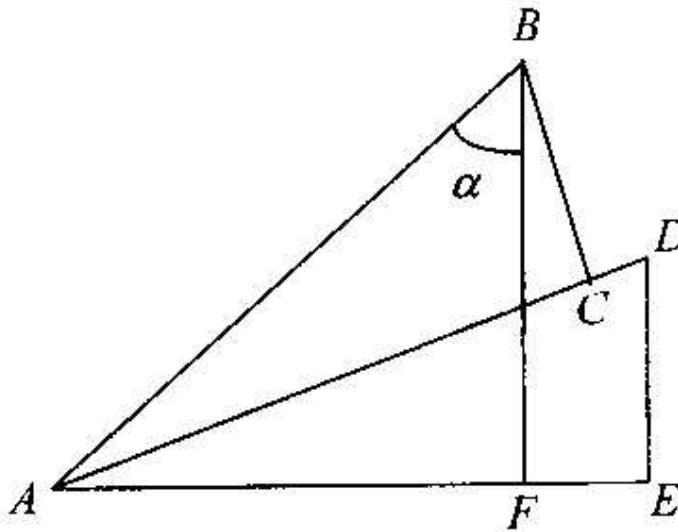
PROVA DE MATEMÁTICA

1ª Questão

valor 1,0

Considere a figura abaixo, onde $\overline{AB} = \overline{AD} = 1$, $\overline{BC} = x$, $\overline{AC} = y$, $\overline{DE} = z$ e $\overline{AE} = w$. Os ângulos \widehat{DEA} , \widehat{BCA} e \widehat{BFA} são retos.

- Determine o comprimento de \overline{AF} e de \overline{BF} em função de x, y, z e w .
- Determine a tangente do ângulo α em função de x, y, z e w .

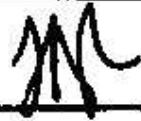


2ª Questão

valor 1,0

Considere o polinômio de grau mínimo, cuja representação gráfica passa pelos pontos $P_1(-2, -11)$, $P_2(-1, 0)$, $P_3(1, 4)$ e $P_4(2, 9)$.

- Determine os coeficientes do polinômio.
- Calcule todas as raízes do polinômio.

3ª Questão**valor 1,0**

Determine todos os números inteiros m e n para os quais o polinômio

$2x^m + a^{3n}x^{m-3n} - a^m$ é divisível por $x + a$.

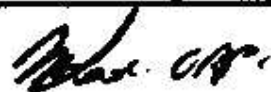
4ª Questão**valor 1,0**

Sejam a e b números reais positivos e diferentes de 1.

Dado o sistema abaixo:

$$\begin{cases} a^x \cdot b^{1/y} = \sqrt{ab} \\ 2 \cdot \log_a x = \log_{1/b} y \cdot \log_{\sqrt{a}} b \end{cases}$$

determine os valores de x e y .

5ª Questão**valor 1,0**

Dois números complexos são ortogonais se suas representações gráficas forem perpendiculares entre si. Prove que dois números complexos Z_1 e Z_2 são ortogonais se e somente se :

$$Z_1 \bar{Z}_2 + \bar{Z}_1 Z_2 = 0$$

Obs : \bar{Z} indica o conjugado de um número complexo Z .

6ª Questão**valor 1,0**

Considere a matriz $A = (a_{k,j})$, onde:

$a_{k,j}$ = k -ésimo termo do desenvolvimento de $(1+ji)^{54}$, com $k=1, \dots, 55$; $j=1, \dots, 55$ e $i = \sqrt{-1}$.

- Calcule $a_{3,2} + a_{54,1}$
- Determine o somatório dos elementos da coluna 55.
- Obtenha uma fórmula geral para os elementos da diagonal principal.

7ª Questão**valor 1,0**

Um comandante de companhia convocou voluntários para a constituição de 11 patrulhas. Todas elas são formadas pelo mesmo número de homens. Cada homem participa de exatamente duas patrulhas. Cada duas patrulhas têm somente um homem em comum. Determine o número de voluntários e o de integrantes de uma patrulha.

8ª Questão**valor 1,0**

Calcule o valor exato de :

$$\sin \left[2 \operatorname{arc} \operatorname{cotg} \left(\frac{4}{3} \right) \right] + \cos \left[2 \operatorname{arc} \operatorname{cossec} \left(\frac{5}{4} \right) \right]$$

9ª Questão

Juliana

valor 1,0

Prove que para qualquer número inteiro k , os números k e k^5 terminam sempre com o mesmo algarismo (algarismo das unidades).

10ª Questão

RA

valor 1,0

Sejam r , s e t três retas paralelas não coplanares. São marcados sobre r dois pontos A e A' , sobre s os pontos B e B' e sobre t os pontos C e C' de modo que os segmentos $\overline{AA'} = a$, $\overline{BB'} = b$ e $\overline{CC'} = c$ tenham o mesmo sentido.

- Mostre que se G e G' são os baricentros dos triângulos ABC e $A'B'C'$, respectivamente, então $\overline{GG'}$ é paralelo às três retas.
- Determine $\overline{GG'}$ em função de a , b e c .