



CONCURSO DE ADMISSÃO  
AO  
CURSO DE FORMAÇÃO E GRADUAÇÃO



MATEMÁTICA

CADERNO DE QUESTÕES

2013/2014

1ª QUESTÃO

Valor: 1,0

O polinômio  $P(x) = x^5 - 3x^4 + 10x^3 - 30x^2 + 81x - 243$  possui raízes complexas simétricas e uma raiz com valor igual ao módulo das raízes complexas. Determine todas as raízes do polinômio.

2ª QUESTÃO

Valor: 1,0

Calcule o determinante abaixo, no qual  $\omega = cis \frac{2\pi}{3}$  e  $i = \sqrt{-1}$

$$\begin{vmatrix} 1 & \omega & 0 & i \\ i & 1 & -i & \omega^2 \\ 1-i & \omega & i-1 & 1 \\ 0 & \omega & 1 & i \end{vmatrix}$$

3ª QUESTÃO

Valor: 1,0

Determine o(s) valor(es) de  $x$ , inteiro(s) e positivo(s), que satisfaz(em) a equação

$$x^2 = \sum_{y=1}^x \left[ \prod_{z=0}^{y-1} (y-z) \right]$$

4ª QUESTÃO

Valor: 1,0

Resolva a equação  $(\log_{\cos x} \sen^2 x) \cdot (\log_{\cos^2 x} \sen x) = 4$

5ª QUESTÃO

Valor: 1,0

Seja  $ABCD A'B'C'D'$  um prisma reto de base retangular  $ABCD$ . Projeta-se o ponto médio  $M$  da maior aresta da base sobre a diagonal  $AC$ , obtendo-se o ponto  $P$ . Em seguida projeta-se o ponto  $P$  na face oposta, obtendo-se o ponto  $N$ . Sabe-se que  $|\overline{NA}^2 - \overline{NC}^2| = k$ . Determine o comprimento da menor aresta da base.

**6ª QUESTÃO****Valor: 1,0**

Calcular o valor da expressão abaixo

$$\sqrt[3]{\underbrace{370370 \dots 037}_{89 \text{ algarismos}} - \underbrace{11 \dots 1}_{30 \text{ algs "1"}} \underbrace{00 \dots 0}_{30 \text{ algs "0"}}$$

*Obs: algs = algarismos*

**7ª QUESTÃO****Valor: 1,0**

O lado  $\overline{BC}$  de um triângulo  $ABC$  é fixo e tem comprimento  $a$ . O ortocentro  $H$  do triângulo percorre uma reta paralela à reta suporte de  $\overline{BC}$  e distante  $\frac{a}{4}$  da mesma.

a) Determine o lugar geométrico do ponto  $A$  quando  $H$  varia.

b) Determine o valor mínimo da área do triângulo  $ABC$  quando  $A$  e  $H$  estão no mesmo semi-plano definido pela reta suporte de  $\overline{BC}$ .

**8ª QUESTÃO****Valor: 1,0**

Um professor dá um teste surpresa para uma turma de 9 alunos, e diz que o teste pode ser feito sozinho ou em grupos de 2 alunos. De quantas formas a turma pode ser organizar para fazer o teste? (Por exemplo, uma turma de 3 alunos pode ser organizar de 4 formas e uma turma de 4 alunos pode se organizar de 10 formas)

**9ª QUESTÃO****Valor: 1,0**

Resolver o sistema de equações  $\begin{cases} \sqrt{x} - \sqrt{y} = \log_3 \frac{y}{x} \\ 2^{x+2} + 8^x = 5 \cdot 4^y \end{cases}$

**10ª QUESTÃO****Valor: 1,0**

Sejam  $p$  o semiperímetro de um triângulo,  $S$  sua área,  $r$  e  $R$  os raios de suas circunferências inscrita e circunscrita, respectivamente. Demonstre que vale a seguinte desigualdade

$$\frac{2\sqrt{3}}{9}S \leq r \cdot R \leq \frac{2p^2}{27}$$