

**1ª QUESTÃO****Valor: 1,0**

Em um triângulo ABC,  $\hat{A}$  e  $\hat{B}$  são ângulos complementares. Calcule o valor numérico da expressão:

$$(\cos \hat{A} - \cos \hat{B})^2 + (\sin \hat{A} + \sin \hat{B})^2$$

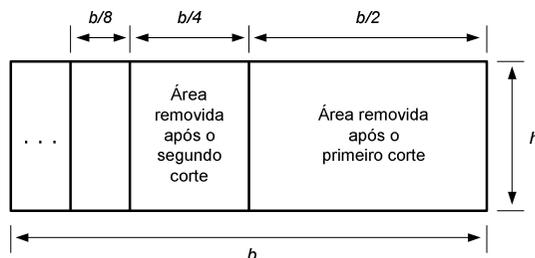
**2ª QUESTÃO****Valor: 1,0**

Determine todos os números naturais  $n$  tais que:

$$(1+i)^{2n} + (2i)^n + 16i = 0 \text{ onde } i = \sqrt{-1}.$$

**3ª QUESTÃO****Valor: 1,0**

Uma placa metálica com base  $b$  e altura  $h$  sofre sucessivas reduções da sua área, em função da realização de diversos cortes, conforme ilustrado na figura abaixo. A cada passo, a área à direita é removida e a placa sofre um novo corte. Determine a soma das áreas removidas da placa original após serem realizados  $n$  cortes.

**4ª QUESTÃO****Valor: 1,0**

Sejam as matrizes  $A = \begin{bmatrix} 1+x & 1 & 0 \\ 2x & 1 & -1 \\ -x & 2 & 1 \end{bmatrix}$  e  $B = \begin{bmatrix} x & -1 & 1 \\ 2+x & 1 & 0 \\ x-1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ .

Calcule o valor de  $x$ , sabendo que existe uma matriz inversível  $P$  tal que  $A = P^{-1}BP$ .

**5ª QUESTÃO****Valor: 1,0**

Sabendo que  $a$ ,  $b$  e  $c$  são constantes reais, resolva o sistema simplificando o máximo possível a expressão obtida.

$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ cx + ay + bz = 0 \\ ax - by - bz = a^2 - b^2 \end{cases}$$

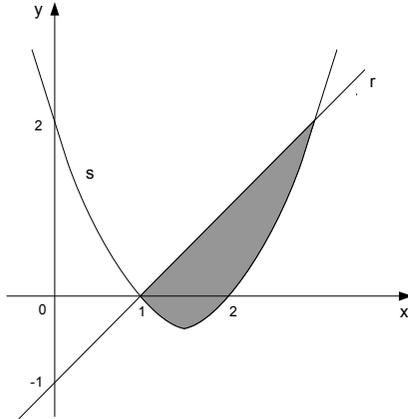
**6ª QUESTÃO****Valor: 1,0**

Considere o polinômio  $P(x) = ax^3 + bx + c$  tal que  $P(1) = 1$ ,  $P(2) = 4$  e  $P(3) = 9$ . Determine:

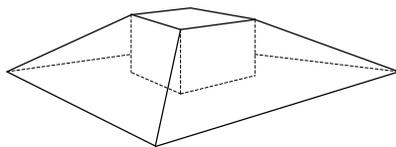
- o valor de  $a$ ,  $b$  e  $c$ ;
- o número de raízes reais desse polinômio.

**7ª QUESTÃO****Valor: 1,0**

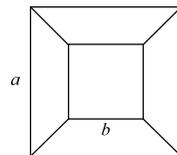
Sabendo que na figura abaixo  $r$  é uma reta e  $s$  é uma parábola do 2º grau simétrica em relação a um eixo vertical, calcule a área sombreada.

**8ª QUESTÃO****Valor: 1,0**

Um cubo de aresta  $b$  é colocado sobre um quadrado de lado  $a$  de forma que o centro da face inferior do cubo coincide com o centro do quadrado e os lados da face inferior do cubo são paralelos aos lados do quadrado. Une-se cada vértice da face superior do cubo ao vértice mais próximo do quadrado, conforme a figura. Sabendo que  $b < a$ , determine o volume do sólido obtido.



Visão em perspectiva



Vista superior

**9ª QUESTÃO****Valor: 1,0**

Dados dois pontos  $A$  e  $B$  num plano com  $A \neq B$  e um ponto  $P$ , que se move neste plano de maneira que a razão entre as distâncias  $\overline{PA}$  e  $\overline{PB}$  seja uma constante não negativa, determine a equação do lugar geométrico (LG) do ponto  $P$  e as possíveis figuras que esse LG pode representar.

**10ª QUESTÃO****Valor: 1,0**

A função  $g(x)$  possui derivada  $g'(x)$  para todo  $x$  real e satisfaz as seguintes equações:

$$g'(0) = 2$$

$$g(x + y) = e^y g(x) + e^x g(y) \text{ para quaisquer } x \text{ e } y \text{ reais.}$$

- Mostre que  $g(2x) = 2e^x g(x)$  e encontre uma fórmula similar para  $g(3x)$ .
- Generalize o resultado do item anterior, encontrando uma fórmula para  $g(nx)$  em função de  $g(x)$ , válida para todo inteiro positivo  $n$ . Demonstre essa fórmula por indução matemática.
- Mostre que  $g(0) = 0$  e calcule  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(h)}{h}$ .

**RASCUNHO**

**RASCUNHO**

