CONCURSO DE ADMISSÃO
AO
CURSO DE GRADUAÇÃO

CÁLCULO

CADERNO DE QUESTÕES

2016

1ª QUESTÃO	Valor: 1,00

Sejam f e g duas funções definidas no conjunto dos reais tais que:

$$f(x) = \frac{x+|x|}{2} \quad \text{e} \quad g(x) = \begin{cases} x^2, & se\ x < 0 \\ x, & se\ x \geq 0 \end{cases}$$

Determine os pontos de descontinuidade das funções $h(x)$ e $h'(x)$, onde $h(x) = (f \circ g)(x)$.

2ª QUESTÃO	Valor: 1,00

Considerando o conjunto dos reais, determine a(s) abscissa(s) do(s) ponto(s) de inflexão da função $f(x) = arc\,\operatorname{sech} x$. Justifique as ideias apresentadas por meio de cálculos e argumentações pertinentes.

3ª QUESTÃO	Valor: 1,00

Calcule a integral a seguir:

$$\int_{-1}^{0} \frac{x+2}{x^2+2x+3}\, dx$$

4ª QUESTÃO	**Valor: 1,00**

Determine o valor da área da região delimitada pelos gráficos das funções $f(x) = 8x^2 - 6\sqrt{2}x$ e $g(x) = 2\sqrt{3}x + 1$, e que está à direita da reta $x = 0$ e à esquerda da reta $x = 3/2$.

5ª QUESTÃO	**Valor: 1,00**

Sejam as funções $f(x) = 6x - x^2$ e $g(x) = x^2 - 4x + 8$. Considere a função $m(x)$ definida como

$$m(x) = \begin{cases} f(x), & se\ f(x) > g(x) \\ g(x), & se\ f(x) \leq g(x) \end{cases}$$

Determine a equação da reta r que tangencia o gráfico da função $f(x)$ em um ponto $(x_0, f(x_0))$, com $1 \leq x_0 \leq 4$, de forma que a área da região compreendida entre a função $m(x)$ e as retas r, $x = 1$ e $x = 4$ seja a menor possível.

6ª QUESTÃO	**Valor: 1,00**

Considere, conforme descrito a seguir, a função $f(x)$ e os vetores $\vec{u}$, $\vec{v}$, e $\vec{w}$, os quais são definidos no espaço tridimensional e são não-coplanares:

$$f(x) = (sen\ x)^{3/2}$$

$$\vec{u} = A\vec{i} + \vec{k}$$
$$\vec{v} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$$
$$\vec{w} = -\vec{j} + \vec{k}$$

O volume do paralelepípedo com arestas $\vec{u}$, $\vec{v}$, e $\vec{w}$ possui valor V_1. O volume do sólido obtido pela rotação, em torno do eixo x, da função $f(x)$, no intervalo de 0 a $\pi/3$, tem valor V_2. Qual deve ser o valor do escalar A para que V_1 seja igual a V_2?

7ª QUESTÃO	Valor: 1,00

Seja $\alpha: \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$ uma curva diferenciável até terceira ordem. Prove que, se $\alpha'(t) \neq 0,\ \forall\, t \in \mathbb{R}$, e se a curvatura $\kappa(t) \neq 0,\ \forall\, t \in \mathbb{R}$, então tal curvatura é dada pelo valor absoluto da derivada do ângulo $\theta(s)$ que o vetor $T(s) = (cos\theta, sen\theta)$ forma com o eixo OX, se for tomada como parametrização o comprimento de arco.

8ª QUESTÃO	Valor: 1,00

Dê as expressões para as derivadas parciais de $f(x, y)$, onde:

$$f(x, y) = \int_{yx^2}^{xy^2} e^{t^2} \sqrt{1 + sen^2 t}\, dt$$

9ª QUESTÃO	Valor: 1,00

Seja P o plano tangente à superfície

$$z^2 - 2z - x^2 - 2y^2 = -2$$

no ponto $(3, -2, 5)$.

Determine a equação do plano tangente Q à mesma superfície mas em outro ponto dela tal que Q seja paralelo ao plano P.

10ª QUESTÃO	Valor: 1,00

Uma função diferenciável $f(x,y)$ tem, no ponto $(1,1)$, derivada direcional igual a 3 na direção $3\vec{\imath} + 4\vec{\jmath}$, e tem no mesmo ponto derivada direcional igual a -1 na direção $4\vec{\imath} - 3\vec{\jmath}$. Calcule o valor máximo da derivada direcional de $f(x,y)$ neste ponto $(1,1)$.