MINISTÉRIO DA DEFESA EXÉRCITO BRASILEIRO DEPARTAMENTO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA CURSO DE MESTRADO EM ENGENHARIA MECÂNICA

Cap IRANO CURVELLO LEITE

ANÁLISE DINÂMICA DE VEÍCULOS COM ESTRUTURA FLEXÍVEL ATRAVÉS DE TÉCNICAS MODULARES DE MODELAGEM

Rio de Janeiro 2007

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

Cap IRANO CURVELLO LEITE

ANÁLISE DINÂMICA DE VEÍCULOS COM ESTRUTURA FLEXÍVEL ATRAVÉS DE TÉCNICAS MODULARES DE MODELAGEM

Dissertação de Mestrado apresentada ao Curso de Mestrado em Engenharia Mecânica do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ciências em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Fernando Ribeiro da Silva - D. Sc.

Rio de Janeiro 2007 c2007

Г

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

Praça General Tibúrcio, 80 – Praia Vermelha Rio de Janeiro – RJ CEP: 22290-270

Este exemplar é de propriedade do Instituto Militar de Engenharia, que poderá incluí-lo em base de dados, armazenar em computador, microfilmar ou adotar qualquer forma de arquivamento.

São permitidas a menção, reprodução parcial ou integral e a transmissão entre bibliotecas deste trabalho, sem modificação de seu texto, em qualquer meio que esteja ou venha a ser fixado, para pesquisa acadêmica, comentários e citações, desde que sem finalidade comercial e que seja feita a referência bibliográfica completa.

Os conceitos expressos neste trabalho são de responsabilidade do autor e do orientador.

621 L533m	Leite, Irano Curvello. Análise Dinâmica de Veículos com Estrutura Flexível através de Técnicas Modulares de Modelagem / Irano Curvello Leite. – Rio de Janeiro: Instituto Militar de Engenharia, 2007. 180p.: il., graf., tab.
	Dissertação (mestrado) – Instituto Militar de Engenharia – Rio de Janeiro, 2007.
	1. Grafos de ligação. 2.Sistemas dinâmicos, modelagem e simulação. I. Título. II. Instituto Militar de Engenharia CDD 621

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

Cap IRANO CURVELLO LEITE

ANÁLISE DINÂMICA DE VEÍCULOS COM ESTRUTURA FLEXÍVEL ATRAVÉS DE TÉCNICAS MODULARES DE MODELAGEM

Dissertação de Mestrado apresentada ao Curso de Mestrado em Engenharia Mecânica do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ciências em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Fernando Ribeiro da Silva - D. Sc.

Aprovada em 24 de janeiro de 2007 pela seguinte Banca Examinadora:

Fernando R de Sela

Prof. Fernando Ribeiro da Silva - D. Sc. do IME - Presidente

tranino I d ICB pero

Prof. Francisco José da Cunha Pires Soeiro - Ph. D. da UERJ

Prof. Benedito Luiz Barbosa de Andrade - TC/QEM - D. Sc. do IME

unded!

Prof. Mauro Speranza Neto - D. Sc. da PUC - RJ

Rio de Janeiro 2007

AGRADECIMENTOS

Agradeço a todas as pessoas que me incentivaram, apoiaram e possibilitaram esta oportunidade de ampliar meus horizontes.

Meus familiares e mestres.

Ao meu Orientador, Prof. Fernando Ribeiro da Silva, por sua disponibilidade e atenção.

Em especial, à minha esposa, Karla, por sua compreensão, carinho e auxílio ao longo dos dois últimos anos.

SUMÁRIO

LISTA I	DE ILUSTRAÇÕES	8
LISTA DE TABELAS		
LISTA I	DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS	15
LISTA I	DE SIGLAS	20
1	INTRODUÇÃO	23
1.1	Objetivos	23
1.2	Procedimento	23
1.3	Posicionamento	24
1.4	Organização	26
2	REPRESENTAÇÕES DO MODELO DE ESTRUTURAS	28
2.1	Introdução	28
2.2	Utilização do Grafo Multiligação no Modelo de Estruturas Lineares	28
2.3	Campos e Multiligações	30
2.4	Diagramas de Blocos	34
2.5	Convertendo Grafos de Ligação em Diagramas de Blocos	36
3	VEÍCULO COM CHASSI FLEXÍVEL	44
3.1	Introdução	44
3.2	Chassi Flexível	46
3.2.1	Modelo Físico	46
3.2.2	Grafo de Ligação e Diagrama de Blocos	49
3.3	Chassi Rígido	50
3.3.1	Modelo Físico	50
3.3.2	Grafo de Ligação e Diagrama de Blocos	52
3.4	Passageiros e Motor	53
3.4.1	Modelo Físico	54
3.4.2	Grafo de Ligação e Diagrama de Blocos	54
3.5	Suspensão	56

3.5.1	Modelo Físico	56
3.5.2	Grafo de Ligação e Diagrama de Blocos	58
3.6	Modelos Globais	. 61
3.6.1	Grafos de Ligação e Diagramas de Blocos Globais	. 61
3.7	Matrizes Representativas da Dinâmica do Modelo Flexível	64
4	SIMULAÇÃO DO MODELO DO VEÍCULO COM CHASSI FLEXÍVEL	. 69
4.1	Introdução	69
4.2	Freqüências Naturais e Modos de Vibrar do Modelo Flexível Completo	69
4.3	Espalhamento de Freqüências	. 73
4.4	Simulação da Passagem do Veículo com Chassi Flexível sobre Obstáculo	75
4.4.1	Forças Verticais de Contato com o Solo	. 83
4.4.2	Deformação das Molas das Suspensões	. 86
4.4.3	Ângulo de Torção do Chassi	. 88
4.4.4	Acelerações dos Passageiros e do Motor	. 90
4.4.5	Potências Dissipadas nos Amortecedores	. 92
4.4.6	Tensões de Von Mises	. 93
4.5	Considerações sobre o Modelo Implementado	. 94
5	VEÍCULOS COM ESTRUTURA TIPO MONOBLOCO	. 95
5.1	Introdução	95
5.2	Veículo 1	. 96
5.2.1	Monobloco 1 Flexível	. 97
5.2.1.1	Modelo Físico	97
5.2.1.2	Grafo de Ligação e Diagrama de Blocos	100
5.2.2	Monobloco 1 Rígido	101
5.2.2.1	Modelo Físico	102
5.2.2.2	Grafo de Ligação e Diagrama de Blocos	104
5.2.3	Modelos Globais do Veículo 1	106
5.2.3.1	Grafos de Ligação e Diagramas de Blocos Globais	. 106
5.2.4	Freqüências Naturais e Modos de Vibrar do Veículo 1 com Monobloco Flexível	108
5.2.5	Simulação da Passagem do Veículo 1 sobre Obstáculo	111
5.3	Veículo 2	. 117
5.3.1	Monobloco 2 Flexível	. 119
5.3.1.1	Modelo Físico	120

5.3.1.2	Grafo de Ligação e Diagrama de Blocos	123
5.3.2	Monobloco 2 Rígido	124
5.3.2.1	Modelo Físico	124
5.3.2.2	Grafo de Ligação e Diagrama de Blocos	127
5.3.3	Suspensão	. 129
5.3.3.1	Modelo Físico	129
5.3.3.2	Grafo de Ligação e Diagrama de Blocos	130
5.3.4	Modelos Globais do Veículo 2	132
5.3.4.1	Grafos de Ligação e Diagramas de Blocos Globais	133
5.3.5	Freqüências Naturais e Modos de Vibrar do Veículo 2 com Monobloco Flexível	135
5.3.6	Simulação da Passagem do Veículo 2 sobre Obstáculo	140
6	CONCLUSÕES	149
7	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	. 152
8	APÊNDICES	155
8.1	APÊNDICE 1: DINÂMICA VERTICAL DE UM VEÍCULO PLANO	155
8.2	APÊNDICE 2: CONVERTENDO DIAGRAMAS DE BLOCOS EM CÓDIGOS COMPUTACIONAIS	163
8.3	APÊNDICE 3: DESENVOLVIMENTO DOS ELEMENTOS DE CASCA DO CAPÍTULO 5) 165
8.3.1	Elemento Triangular	165
8.3.1.1	Efeitos de Membrana (Elemento de Membrana)	165
8.3.1.2	Efeitos de Flexão (Elemento de Placa)	167
8.3.1.3	Efeitos de Membrana e Flexão Superpostos (Elemento de Casca)	. 170
8.3.2	Elemento Retangular	. 170
8.3.2.1	Efeitos de Membrana (Elemento de Membrana)	170
8.3.2.2	Efeitos de Flexão (Elemento de Placa)	172
8.3.2.3	Efeitos de Membrana e Flexão Superpostos (Elemento de Casca)	. 174
8.4	APÊNDICE 4: COMPARATIVO ENTRE TEMPOS MÉDIOS DE CPU	175
8.4.1	Condensação de Guyan: Matrizes Características	175
8.4.2	Decomposição e Seleção Modais: Matrizes Características	176
0.4.2		
8.4.3	Grafos de Ligação Globais e Diagramas de Blocos	176

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIG. 2.1	Grafo multiligação genérico para estruturas	28
FIG. 2.2	Grafo multiligação para estruturas sem fluxo prescrito	30
FIG. 2.3	Multiligação. (a) Representação de uma multiligação de ordem (b) Expansão em ligações simples	n. 30
FIG. 2.4	Elementos multiportas. $\mathbb{E}_n = \mathbb{I}$, \mathbb{C} ou \mathbb{R}	31
FIG. 2.5	Campo de Capacitores	31
FIG. 2.6	Campo de Inércias	32
FIG. 2.7	Campo Resistor	32
FIG. 2.8	Junção vetorial <u>1</u> . (a) Representação de uma junção vetorial <u>1</u> de ordem (b) Equivalente em junções escalares	n. 33
FIG. 2.9	Exemplo de composição entre ligações	33
FIG. 2.10	Expansão de ligações passivas em sinais de esforço e fluxo	34
FIG. 2.11	Representação dos elementos de uma e de duas portas em diagrama de bloc	os 35
FIG. 2.12	Representação dos elementos de três portas em diagrama de blocos	36
FIG. 2.13	Grafo multiligação para estruturas sem fluxo prescrito com as ligaçõ numeradas	ies 36
FIG. 2.14	Diagrama de blocos de estruturas: leiaute 1	37
FIG. 2.15	Diagrama de blocos de estruturas: leiaute 2	37
FIG. 2.16	Portas de entrada de esforço e de saída de fluxo no bloco I	37
FIG. 2.17	Composição e decomposição de sinais no bloco I	38
FIG. 2.18	Estrutura do bloco I completa	38
FIG. 2.19	Diagrama de blocos de estruturas: leiaute 3	39
FIG. 2.20	Estrutura do bloco R completa	39
FIG. 2.21	Diagrama de blocos de estruturas: leiaute 4	40
FIG. 2.22	Diagrama de blocos de estruturas: leiaute 5	40
FIG. 2.23	Diagrama de blocos de estruturas: leiaute 6	41
FIG. 2.24	Diagrama de blocos de estruturas: leiaute 7	41
FIG. 2.25	Estrutura do bloco C completa	42
FIG. 2.26	Diagrama de blocos de estruturas: leiaute 8	42
FIG. 2.27	Diagrama de blocos de estruturas: leiaute 9	43
FIG. 2.28	Diagrama de blocos de estruturas: leiaute final	43

FIG. 3.1	Modelo físico: veículo com chassi flexível	46
FIG. 3.2	Elemento de grelha	47
FIG. 3.3	Numeração e dimensões (mm) dos elementos utilizados na discretização do chassi flexível	48
FIG. 3.4	Numeração dos nós (modelo flexível) e tipos de seções transversais (modelos rígido e flexível)	48
FIG. 3.5	Grafo multiligação do chassi flexível	49
FIG. 3.6	Diagrama de blocos do chassi flexível	50
FIG. 3.7	Modelo físico: veículo com chassi rígido	50
FIG. 3.8	Grafo multiligação do chassi rígido	52
FIG. 3.9	Diagrama de blocos do chassi rígido	53
FIG. 3.10	Modelo físico dos passageiros e do motor	54
FIG. 3.11	Grafo multiligação dos dois passageiros e do motor	55
FIG. 3.12	Diagrama de blocos dos dois passageiros e do motor	55
FIG. 3.13	Suspensão. (a) Representação esquemática de uma suspensão de feixe de molas. (b) Modelo físico de uma suspensão de feixe de molas	56
FIG. 3.14	Modelo físico de uma suspensão completa, incluindo o amortecedor	57
FIG. 3.15	Grafo multiligação dos quatro feixes de molas	58
FIG. 3.16	Grafo multiligação simplificado dos quatro feixes de molas	59
FIG. 3.17	Grafo multiligação das quatro suspensões	60
FIG. 3.18	Diagrama de blocos das quatro suspensões	61
FIG. 3.19	Pontos/nós de interação do chassi com os subsistemas acoplados	61
FIG. 3.20	Grafos multiligação globais para o modelo flexível (tracejado vermelho) e para o modelo rígido (pontilhado azul)	62
FIG. 3.21	Diagrama de blocos global para o modelo flexível	63
FIG. 3.22	Diagrama de blocos global para o modelo rígido	63
FIG. 3.23	Representação esquemática de um grafo de ligação	65
FIG. 4.1	Movimentos de corpo rígido. (a) Pitch. (b) Bounce. (c) Roll	71
FIG. 4.2	Primeiro modo de vibrar do modelo flexível completo ($\omega_1 = 1,235 \text{ Hz}$)	71
FIG. 4.3	Segundo modo de vibrar do modelo flexível completo ($\omega_2 = 1,379 \text{ Hz}$)	72
FIG. 4.4	Terceiro modo de vibrar do modelo flexível completo ($\omega_3 = 1,626 \text{ Hz}$)	72
FIG. 4.5	Quarto modo de vibrar do modelo flexível completo ($\omega_4 = 1,655 \text{ Hz}$)	72
FIG. 4.6	Grafo multiligação do sistema chassi + motor	73
FIG. 4.7	Espalhamento de freqüências naturais	75
FIG. 4.8	Janela com as opções do método de integração numérica do Simulink®	76

FIG. 4.9	Vista superior do veículo e do obstáculo atual	77
FIG. 4.10	Vista superior do veículo e do obstáculo original	77
FIG. 4.11	Vista frontal do eixo rígido do veículo (dimensões em mm)	78
FIG. 4.12	Vista em corte, paralelo a xz, do obstáculo atual	78
FIG. 4.13	Vista em corte, paralelo a xz, do obstáculo original	79
FIG. 4.14	Deslocamento vertical do centro de cada roda ao longo da simulação	80
FIG. 4.15	Conteúdo do bloco Sfs no diagrama de blocos da FIG. 3.18	81
FIG. 4.16	Janelas com os parâmetros das fontes de sinais no diagrama de blocos da FIG. 4.15, fase e atraso exclusive	82
FIG. 4.17	Força vertical de contato pneu/solo na roda direita do eixo dianteiro. (a) Modelo rígido. (b) Modelo flexível	84
FIG. 4.18	Força de contato da roda dianteira esquerda, veículo sob carregamento máximo (Da ROCHA, 1998)	84
FIG. 4.19	Força vertical de contato pneu/solo na roda direita do eixo traseiro. (a) Modelo rígido. (b) Modelo flexível	85
FIG. 4.20	Força de contato da roda traseira esquerda, veículo sob carregamento máximo (Da ROCHA, 1998)	85
FIG. 4.21	Deformação vertical da mola da suspensão dianteira direita. (a) Modelo rígido. (b) Modelo flexível	86
FIG. 4.22	Deformação das duas molas dianteiras, veículo sob carregamento máximo (Da ROCHA, 1998)	86
FIG. 4.23	Deformação vertical da mola da suspensão traseira direita. (a) Modelo rígido. (b) Modelo flexível	87
FIG. 4.24	Deformação das duas molas traseiras, veículo sob carregamento máximo (Da ROCHA, 1998)	87
FIG. 4.25	Convenção de sinais utilizada na definição dos ângulos das travessas	88
FIG. 4.26	Ângulo de torção do chassi. (a) Modelo rígido. (b) Modelo flexível	89
FIG. 4.27	Ângulo de torção do chassi (Da ROCHA, 1998)	89
FIG. 4.28	Aceleração do passageiro esquerdo (motorista). (a) Modelo rígido. (b) Modelo flexível	90
FIG. 4.29	Aceleração do passageiro direito (Da ROCHA, 1998)	90
FIG. 4.30	Aceleração do passageiro direito. (a) Modelo rígido. (b) Modelo flexível	91
FIG. 4.31	Aceleração do passageiro esquerdo (Da ROCHA, 1998)	91
FIG. 4.32	Potência dissipada no amortecedor dianteiro direito. (a) Modelo rígido. (b) Modelo flexível	92
FIG. 4.33	Potência dissipada no amortecedor traseiro direito. (a) Modelo rígido. (b) Modelo flexível	92

FIG. 4.34	Tensões de Von Mises na face interna da alma da longarina direita, 0,127 m acima da linha neutra. (a) Nó 34. (b) Nó 48	93
FIG. 5.1	Modelo físico: veículo 1 com monobloco flexível	98
FIG. 5.2	Elemento de casca (shallow shell) retangular	98
FIG. 5.3	Discretização do monobloco 1 flexível (dimensões em mm)	99
FIG. 5.4	Grafo multiligação do monobloco 1 flexível	100
FIG. 5.5	Diagrama de blocos do monobloco 1 flexível	101
FIG. 5.6	Modelo físico: veículo 1 com monobloco rígido	102
FIG. 5.7	Grafo multiligação do monobloco 1 rígido	105
FIG. 5.8	Diagrama de blocos do monobloco 1 rígido	106
FIG. 5.9	Pontos/nós de interação do monobloco 1 com os subsistemas acoplados	106
FIG. 5.10	Grafos multiligação globais para o modelo flexível_1 (tracejado vermelho) e para o modelo rígido_1 (pontilhado azul)	107
FIG. 5.11	Diagrama de blocos global para o modelo flexível_1	108
FIG. 5.12	Diagrama de blocos global para o modelo rígido_1	108
FIG. 5.13	Primeiro modo de vibrar do modelo flexível_1 ($\omega_1 = 0,004 \text{ Hz}$)	110
FIG. 5.14	Segundo modo de vibrar do modelo flexível_1 ($\omega_2 = 0,221 \text{ Hz}$)	110
FIG. 5.15	Terceiro modo de vibrar do modelo flexível_1 ($\omega_3 = 0,343 \text{ Hz}$)	111
FIG. 5.16	Quarto modo de vibrar do modelo flexível_1 ($\omega_4 = 0,369 \text{ Hz}$)	111
FIG. 5.17	Força vertical de contato pneu/solo na roda direita do eixo dianteiro. (a) Modelo rígido_1. (b) Modelo flexível_1	112
FIG. 5.18	Força vertical de contato pneu/solo na roda direita do eixo traseiro. (a) Modelo rígido_1. (b) Modelo flexível_1	112
FIG. 5.19	Deformação vertical da mola da suspensão dianteira direita. (a) Modelo rígido_1. (b) Modelo flexível_1	113
FIG. 5.20	Deformação vertical da mola da suspensão traseira direita. (a) Modelo rígido_1. (b) Modelo flexível_1	113
FIG. 5.21	Ângulo de torção do monobloco. (a) Modelo rígido_1. (b) Modelo flexível_1	114
FIG. 5.22	Aceleração do passageiro esquerdo (motorista). (a) Modelo rígido_1. (b) Modelo flexível_1	115
FIG. 5.23	Aceleração do passageiro direito. (a) Modelo rígido_1. (b) Modelo flexível_1	115
FIG. 5.24	Potência dissipada no amortecedor dianteiro direito. (a) Modelo rígido_1. (b) Modelo flexível_1	116
FIG. 5.25	Potência dissipada no amortecedor traseiro direito. (a) Modelo rígido_1. (b) Modelo flexível_1	116
FIG. 5.26	Principais dimensões da VBTP–MR	117
FIG. 5.27	Modelo físico: veículo 2 com monobloco flexível	120

FIG. 5.28	Elemento de casca (shalllow shell) triangular	121
FIG. 5.29	Discretização do monobloco 2 flexível (dimensões em mm)	122
FIG. 5.30	Grafo multiligação do monobloco 2 flexível	123
FIG. 5.31	Modelo físico: veículo 2 com monobloco rígido	124
FIG. 5.32	Grafo multiligação do monobloco 2 rígido	127
FIG. 5.33	Modelo físico de uma das suspensões do veículo 2	129
FIG. 5.34	Grafo multiligação das seis suspensões	131
FIG. 5.35	Diagrama de blocos das seis suspensões	132
FIG. 5.36	Pontos/nós de interação do monobloco 2 com os subsistemas acoplados	133
FIG. 5.37	Grafos multiligação globais para o modelo flexível_2 (tracejado vermelho) e para o modelo rígido_2 (pontilhado azul)	134
FIG. 5.38	Primeiro modo de vibrar do modelo flexível_2 ($\omega_1 = 0,305 \text{ Hz}$)	137
FIG. 5.39	Segundo modo de vibrar do modelo flexível_2 ($\omega_2 = 0,816 \text{ Hz}$)	137
FIG. 5.40	Terceiro modo de vibrar do modelo flexível_2 ($\omega_3 = 1,164 \text{ Hz}$)	138
FIG. 5.41	Quarto modo de vibrar do modelo flexível_2 ($\omega_4 = 1,263 \text{ Hz}$)	138
FIG. 5.42	Quinto modo de vibrar do modelo flexível_2 ($\omega_5 = 2,305 \text{ Hz}$)	138
FIG. 5.43	Sexto modo de vibrar do modelo flexível_2 ($\omega_6 = 6,401 \text{ Hz}$)	139
FIG. 5.44	Sétimo modo de vibrar do modelo flexível_2 ($\omega_7 = 8,649 \text{ Hz}$)	139
FIG. 5.45	Oitavo modo de vibrar do modelo flexível_2 ($\omega_8 = 8,666 \text{ Hz}$)	139
FIG. 5.46	Nono modo de vibrar do modelo flexível_2 ($\omega_9 = 8,716 \text{ Hz}$)	140
FIG. 5.47	Décimo modo de vibrar do modelo flexível_2 ($\omega_{10} = 8,837 \text{ Hz}$)	140
FIG. 5.48	Conteúdo do bloco Sfs no diagrama de blocos da FIG. 5.35	141
FIG. 5.49	Força vertical de contato pneu/solo na roda dianteira direita. (a) Modelo rígido_2. (b) Modelo flexível_2	142
FIG. 5.50	Força vertical de contato pneu/solo na roda traseira direita. (a) Modelo rígido_2. (b) Modelo flexível_2	143
FIG. 5.51	Deformação vertical da mola da suspensão dianteira direita. (a) Modelo rígido_2. (b) Modelo flexível_2	143
FIG. 5.52	Deformação vertical da mola da suspensão traseira direita. (a) Modelo rígido_2. (b) Modelo flexível_2	144
FIG. 5.53	Ângulo de torção do monobloco. (a) Modelo rígido_2. (b) Modelo flexível_2	144
FIG. 5.54	Aceleração do motorista. (a) Modelo rígido_2. (b) Modelo flexível_2	145
FIG. 5.55	Potência dissipada no amortecedor dianteiro direito. (a) Modelo rígido_2. (b) Modelo flexível_2	146
FIG. 5.56	Potência dissipada no amortecedor traseiro direito. (a) Modelo rígido_2. (b) Modelo flexível_2	146

FIG. 5.57	Deformação vertical do pneu dianteiro direito. (a) Modelo rígido_2. (b) Modelo flexível_2
FIG. 5.58	Deformação vertical do pneu traseiro direito. (a) Modelo rígido_2. (b) Modelo flexível_2 147
FIG. 8.1	Modelo físico e valores dos parâmetros para o Sistema 1 156
FIG. 8.2	(a) Grafo de ligação simples, Sistema 1. (b) Grafo multiligação, Sistema 1 156
FIG. 8.3	Modelo físico e valores dos parâmetros para o Sistema 2 158
FIG. 8.4	(a) Grafo de ligação simples, Sistema 2. (b) Grafo multiligação, Sistema 2 158
FIG. 8.5	Modelo físico e valores dos parâmetros para o Sistema 3 159
FIG. 8.6	(a) Grafo de ligação simples, Sistema 3. (b) Grafo multiligação, Sistema 3 159
FIG. 8.7	Dinâmica vertical do passageiro, comprimento de onda da excitação de base igual a 6 m. (a) Sistema 1. (b) Sistema 2. (c) Sistema 3 161
FIG. 8.8	Campos de deslocamentos, comprimento de onda da excitação de base igual a 0,4 m. (a) Sistema 1. (b) Sistema 2. (c) Sistema 3
FIG. 8.9	Janela com a configuração do alvo do Real-Time Workshop® 163
FIG. 8.10	Janela com a lista de alvos disponíveis no Real-Time Workshop® 164
FIG. 8.11	Elemento de membrana triangular
FIG. 8.12	Elemento de placa triangular
FIG. 8.13	Elemento de membrana retangular
FIG. 8.14	Elemento de placa retangular
FIG. 8.15	Grafos multiligação globais: veículo sobre chassi modelado com auxílio de decomposição modal (pontilhado azul) e condensação de Guyan (tracejado vermelho)
FIG. 8.16	Diagramas de blocos globais dos modelos do veículo sobre chassi. (a) Modelagem com auxílio de decomposição modal. (b) Modelagem com auxílio de condensação de Guyan
FIG. 8.17	Diagramas de blocos dos modelos do subsistema chassi flexível. (a) Modelagem com auxílio de decomposição modal. (b) Modelagem com auxílio de condensação de Guyan
FIG. 8.18	Diagrama de blocos do modelo dos subsistemas das suspensões 179
FIG. 8.19	Diagrama de blocos do modelo dos subsistemas dos passageiros e do motor 179

LISTA DE TABELAS

TAB. 3.1	Perfís de aço que compõem o chassi (Da ROCHA, 1998)	45
TAB. 3.2	Propriedades físicas do material do chassi (aço) (Da ROCHA, 1998)	45
TAB. 3.3	Parâmetros físicos do chassi (baseado em Da ROCHA, 1998)	51
TAB. 3.4	Coordenadas: pontos de acoplamento do chassi rígido com os demais subsistemas	51
TAB. 3.5	Sistema equivalente de esforços atuando no CM do chassi	52
TAB. 3.6	Parâmetros dos subsistemas massa-mola-amortecedor (Da ROCHA, 1998)	54
TAB. 3.7	Parâmetros das suspensões (Da ROCHA, 1998)	57
TAB. 4.1	As dez primeiras freqüências naturais do veículo com chassi flexível sob carregamento parcial e a descrição dos respectivos modos de vibração (Da ROCHA, 1998)	, 1 70
TAB. 4.2	Freqüências naturais (Hz) dos sistemas chassi, motor e chassi + motor menores ou iguais a 27,450 Hz.	75
TAB. 4.3	Fases das fontes senoidais e atrasos dos geradores de pulsos no diagrama de blocos da FIG. 4.15	82
TAB. 5.1	Identificação dos modelos desenvolvidos para os veículos 1 e 2	95
TAB. 5.2	Propriedades físicas do material do monobloco 1 (aço) (baseado em Da ROCHA, 1998)	ı 96
TAB. 5.3	Parâmetros físicos do monobloco 1	103
TAB. 5.4	Coordenadas: cargas pontuais aplicadas sobre o monobloco 1	103
TAB. 5.5	Coordenadas: pontos de acoplamento do monobloco 1 rígido com os demais subsistemas	5 104
TAB. 5.6	Parâmetros constitutivos da estrutura do veículo 2	118
TAB. 5.7	Parâmetros físicos do monobloco 2	125
TAB. 5.8	Coordenadas: pontos de acoplamento do monobloco 2 rígido com os demais subsistemas	, 125
TAB. 5.9	Coordenadas: cargas pontuais aplicadas sobre o monobloco 2	126
TAB. 5.10	Parâmetros das suspensões (1 ^a parte)	130
TAB. 5.11	Parâmetros das suspensões (2 ^a parte)	130
TAB. 5.12	Fases das fontes senoidais e atrasos dos geradores de pulsos no diagrama de blocos da FIG. 5.48	142
TAB. 8.1	Tempos médios de CPU: simulações dos modelos do veículo com chassi flexível	i 180

LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS

ABREVIATURAS

a	_	Distância horizontal entre CM e suspensão traseira
А	_	Matriz de estado; área de seção transversal.
b	_	Distância horizontal entre CM e suspensão dianteira; constante de amortecimento.
В	_	Matriz associativa das entradas; matriz de amortecimento estrutural do MEF.
B'	_	Matriz de amortecimento estrutural condensada.
$\mathbf{\hat{B}}$	_	Matriz de amortecimento estrutural modal com modos selecionados.
Bg	_	Matriz de amortecimento global.
Bm	_	Matriz diagonal característica do campo resistor dos subsistemas modelados por meio de conjuntos massa-mola-amortecedor.
Br	_	Matriz diagonal característica do campo resistor das rodas.
Bs	_	Matriz diagonal característica do campo resistor dos subsistemas da suspensão.
BU	_	Vetor igual ao produto da matriz associativa das entradas pelo vetor de entradas.
С	_	Elemento capacitor.
C	_	Campo de capacitores.
Cd	_	Constante do elemento capacitor do modelo da suspensão dianteira.
Cm	_	Constante do elemento capacitor do modelo do passageiro.
Ct	_	Constante do elemento capacitor do modelo da suspensão traseira.
dent	_	Vetor de entrada para o campo dissipador.
d_{sai}	_	Vetor de saída do campo dissipador.
D	_	Matriz constitutiva de um material.
e	_	Variável generalizada (escalar ou vetorial) de esforço.
е	_	Sinal (escalar ou vetorial) de esforço.
Е	_	Módulo de elasticidade longitudinal; elemento de uma porta genérico; elemento da matriz característica de um campo multiporta genérico.
En	_	Elemento multiporta genérico de ordem n.
f	_	Variável generalizada (escalar ou vetorial) de fluxo.
f	_	Sinal (escalar ou vetorial) de fluxo.

15

F	_	Vetor com os esforços prescritos atuando em cada GDL estrutural.
F'	_	Vetor com os esforços prescritos atuando em cada GDL estrutural condensado.
Ê	_	Vetor com as forças generalizadas.
$F_{x,y,z}$	_	Força na direção do eixo x/eixo y/eixo z.
g	_	Aceleração da gravidade.
G	_	Módulo de elasticidade transversal.
GY	_	Elemento girador
h	—	Módulo de transformador; espessura de elemento de casca, placa ou membrana.
Н	—	Módulo de multitransformador.
Ι	—	Elemento inércia; momento de inércia de área.
	_	Campo de inércias.
Ip	_	Momento polar de área.
I_x	_	Constante de torção.
I_y	_	Momento de inércia de área em relação ao eixo y.
J	_	Momento de inércia de massa; matriz estrutura de junção.
$J_{x,y}$	_	Momento de inércia de massa em relação ao eixo x/eixo y.
k	_	Constante de rigidez elástica.
k ^e	_	Matriz de rigidez de um elemento finito.
k ^e _{C.F.M}	_	Matriz de rigidez de um elemento de casca/placa/membrana.
K	_	Matriz de rigidez estrutural do MEF.
K'	_	Matriz de rigidez condensada.
Ŕ	_	Matriz de rigidez modal com modos selecionados.
Kg	_	Matriz de rigidez global.
Kg _{cp}	_	Matriz de rigidez global para a condição de carregamento parcial.
Km ⁻¹	_	Matriz diagonal característica do campo de capacitores dos subsistemas modelados por meio de conjuntos massa-mola-amortecedor.
Kr ⁻¹	_	Matriz diagonal característica do campo de capacitores das rodas.
Ks ⁻¹	_	Matriz diagonal característica do campo de capacitores das molas de suspensão.
1	_	Lista de pontos de acoplamento de monoblocos rígidos com demais subsistemas.
L	_	Comprimento; matriz característica do campo dissipativo; módulo de multitransformador modulado.
L _{a, b}	_	Comprimentos dos braços de suspensão.
m	_	Massa; massa modal.
m ^e	_	Matriz de massa de um elemento finito.
$m^{e}_{C,F,M}$	_	Matriz de massa de um elemento de casca/placa/membrana.

Μ	-	Massa de uma viga; matriz de massa do MEF.
М'	_	Matriz de massa condensada.
Ŵ	_	Matriz de massa modal com modos selecionados.
Mc	_	Matriz diagonal característica do campo de inércias do chassi rígido.
Mg	-	Matriz de massa global.
Mg _{cp}	_	Matriz de massa global para a condição de carregamento parcial.
MGY	_	Elemento girador modulado
Mm	_	Matriz diagonal característica do campo de inércias dos subsistemas modelados por meio de conjuntos massa-mola-amortecedor.
Mmb	_	Matriz diagonal característica do campo de inércias de um monobloco rígido.
Mr	_	Matriz diagonal característica do campo de inércias das rodas.
MT	_	Matriz de definição do módulo do multitransformador equivalente das suspensões.
MT'	_	Matriz diagonal de definição do módulo do multitransformador das suspensões.
MTF	_	Elemento transformador modulado.
MTF	_	Multitransformador modulado.
$M_{x,y,z}$	_	Momento em torno do eixo x/eixo y/eixo z.
n	_	Lista de pontos de acoplamento do chassi rígido com demais subsistemas; quantidade de modos selecionados.
Ν	_	Matriz de cruzamento; módulo de multitransformador.
р	_	Variável generalizada (escalar ou vetorial) de quantidade de movimento; lista com os pontos de aplicação dos esforços prescritos sobre um monobloco rígido.
Р	_	Módulo de multitransformador modulado.
q	_	Variável generalizada (escalar ou vetorial) de deslocamento ou deformação.
Q	_	Vetor de esforços prescritos atuando sobre estrutura flexível.
Qc	_	Vetor de esforços prescritos atuando no CM do chassi rígido.
Qm	_	Vetor de esforços prescritos atuando sobre os subsistemas modelados por meio de conjuntos massa-mola-amortecedor.
Qmb	_	Vetor de esforços prescritos atuando sobre um monobloco rígido.
Qr	_	Vetor de esforços prescritos atuando sobre as rodas.
R	-	Elemento resistor.
R	_	Campo de resistores.
Rd	_	Constante do elemento resistor do modelo da suspensão dianteira.
Rm	_	Constante do elemento resistor do modelo do passageiro.
Rt	_	Constante do elemento resistor do modelo da suspensão traseira.
S _{D, I}	_	Matriz característica do campo armazenador dependente/independente.

Se	—	Fonte de esforço.
Se	_	Fonte vetorial de esforços.
$\mathbf{S}_{\mathbf{f}}$	_	Fonte de fluxo.
Sf	_	Fonte vetorial de fluxos.
\mathbf{S}_{ij}	_	Sub-matrizes particionadas do MEF.
t	_	Variável tempo.
Т	_	Período; matriz de seleção de modos.
TF	_	Elemento transformador.
TF	_	Multitransformador.
u	_	Translação na direção do eixo coordenado local x.
U	_	Vetor de entradas do sistema; translação na direção do eixo coordenado global X.
v	_	Translação na direção do eixo coordenado local y.
vd	_	Fluxo prescrito na suspensão dianteira.
v _r	_	Velocidade do centro de roda.
vt	_	Fluxo prescrito na suspensão traseira.
V	_	Velocidade; vetor complementar de potência na entrada; translação na direção do eixo coordenado global Y; domínio de um elemento finito tridimensional.
V_x	_	Velocidade longitudinal constante dos veículos.
W	_	Translação na direção do eixo coordenado local z; deslocamento transversal.
W	_	Translação na direção do eixo coordenado global Z.
х	_	Coordenada cartesiana; eixo coordenado.
xm	_	Distância horizontal entre o passageiro e o CM; distância horizontal entre o passageiro e a suspensão traseira.
Х	_	Vetor com as variáveis de estado; vetor com as coordenadas físicas de um sistema; eixo coordenado global.
X _{D, I}	_	Vetor de energia do campo armazenador dependente/independente.
$X_{w,\theta}$		Vetor com os GDL de translação/rotação do chassi flexível.
у	_	Coordenada cartesiana; eixo coordenado.
Y		Eixo coordenado global.
Z	_	Coordenada cartesiana; eixo coordenado.
Zr	_	Deslocamento do centro de roda.
Z	_	Eixo coordenado global.
Z _{D, I}	_	Vetor de co-energia do campo armazenador dependente/independente.

SÍMBOLOS

0	_	Junção de esforço comum.
<u>0</u>	_	Junção vetorial de esforço comum.
1	_	Junção de fluxo comum.
<u>1</u>	_	Junção vetorial de fluxo comum.
$\underline{1}^{Ve}$	_	Junção <u>1</u> relacionada a GDL estruturais que recebem esforço externo.
$\underline{1}^{Vf}$	_	Junção <u>1</u> relacionada a GDL estruturais que recebem fluxo prescrito.
$\underline{1}^{Vi}$	_	Junção <u>1</u> relacionada a GDL estruturais internos.
$\underline{1}^{Vs}$	_	Junção <u>1</u> relacionada a GDL estruturais que interagem com subsistemas externos.
ϵ	_	Vetor de deformações.
$\boldsymbol{\epsilon}_{\mathrm{x,y}}$	_	Deformação específica normal na direção do eixo coordenado local x/local y.
γ_{xy}	_	Deformação específica de cisalhamento no plano xy.
ή	_	Coordenadas modais selecionadas.
θ	_	Ângulo de rotação em vigas.
θ_{C}	_	Ângulo de torção do chassi flexível.
$\theta_{D,T}$	_	Ângulo da travessa dianteira/traseira do chassi flexível.
$\theta_{x,y}$	_	Ângulo de rotação em torno do eixo coordenado local x/local y.
$\theta_{X,Y,Z}$	_	Ângulo de rotação em torno do eixo coordenado global X/global Y/global Z.
$\lambda_{m,k}$	_	Constante empregada na matriz de massa/rigidez dos elementos de casca.
ν	_	Coeficiente de Poisson.
ρ	_	Massa específica.
ф _{х, у}	_	Ângulo de rotação de um monobloco rígido em torno do eixo x/eixo y.
Φ	_	Matriz modal.
ω	_	Freqüência angular; freqüência natural.
$\begin{bmatrix} \end{bmatrix}^T$	_	Transposto de [].

LISTA DE SIGLAS

- MEF Método dos Elementos Finitos
- CM Centro de Massa
- GDL Grau de Liberdade
- SIM Simétrico
- CPU Sigla em inglês para Unidade Central de Processamento

RESUMO

A modelagem de sistemas dinâmicos em que estruturas são elementos integrantes apresenta relativa dificuldade na caracterização da sua interação com os demais componentes. Esse problema é minimizado quando o procedimento de modelagem se utiliza de variáveis de potência, uma vez que a representação dos acoplamentos entre as partes de um todo é simplificada.

A técnica de modelagem dos grafos de ligação tem sido utilizada para sistemas de parâmetros tanto concentrados quanto distribuídos, apresentando bons resultados mesmo quando existem não linearidades. Assim, este trabalho utiliza a generalização dos elementos dessa técnica e o Método dos Elementos Finitos para representar, através de campos, as relações constitutivas associadas aos membros estruturais, facilitando o seu acoplamento aos demais componentes. São mostradas as etapas do procedimento de modelagem para problemas estruturais da dinâmica de veículos com chassi e monobloco flexíveis, suas freqüências naturais e os respectivos modos de vibrar. Os procedimentos de simulação utilizam a representação dos grafos de ligação em diagramas de blocos, o que também facilita a compreensão dos modelos tendo em vista seu aspecto modular, com a vantagem adicional de dispensar o desenvolvimento das equações de estado.

Os mesmos veículos também foram modelados e simulados aproximando-se o chassi e os monoblocos por meio de corpos rígidos e as evoluções no tempo de algumas variáveis dinâmicas foram, então, comparadas com os resultados obtidos ao se considerar a flexibilidade estrutural.

ABSTRACT

In the modeling of dynamic systems that include structural elements, the characterization of their interaction with other components may be very complex. Nevertheless, the use of power variables throughout the modeling procedure minimizes such problem, since the representation of the connections between the parts of a whole becomes simpler.

The bond graphs modeling technique has been used for both lumped and distributed parameter systems, providing good results even for non-linear cases. Therefore, this work uses the generalization of the elements from such technique and the Finite Element Method to represent, through fields, the constitutive relations associated with structural members, facilitating their coupling with other components. The steps of the modeling procedure for structural problems related to the dynamics of vehicles with flexible chassis and bodies, their natural frequencies and the corresponding mode shapes are shown. The simulation procedures use the representation of the bond graphs in the form of block diagrams, which also enhances the understanding of the models due to their modular feature, with the additional advantage of bypassing the development of state equations.

The same vehicles were also modeled and simulated after assuming their chassis and bodies as rigid bodies and the time histories for some dynamic variables were, then, compared to the results obtained when considering structural flexibility.

1. INTRODUÇÃO

1.1 OBJETIVOS

O principal objetivo deste trabalho é definir um procedimento de modelagem modular para análise da dinâmica de veículos com estrutura flexível utilizando os elementos generalizados da Técnica dos Grafos de Ligação e um ambiente de simulação com o conceito de diagramas de blocos.

Como objetivo secundário, propõe-se analisar a influência da flexibilidade estrutural na dinâmica de um veículo qualquer, de forma genérica e, em particular, no caso de uma Viatura Blindada de Transporte de Pessoal.

Pretende-se desenvolver o trabalho adotando-se a abordagem ao problema de estruturas flexíveis concebida por Da SILVA e SPERANZA NETO (1993), pela qual o modelo dinâmico da estrutura, discretizado pelo Método dos Elementos Finitos, é integralmente aproveitado pela Técnica dos Grafos de Ligação, utilizando a generalização dos elementos dessa técnica para representar, através de campos, as relações constitutivas associadas aos elementos estruturais, facilitando o acoplamento desses elementos ao sistema.

1.2 PROCEDIMENTO

Nos procedimentos de simulação, será utilizada a representação de modelos desenvolvida por FERREIRA (2006), na qual o grafo de ligação referente a um determinado sistema é convertido em diagrama de blocos, que preserva todas as características do grafo, porém, sem a necessidade de equacionamento, além de permitir uma visualização esquemática do sistema em estudo e das relações de causa e efeito entre seus componentes.

A sistemática adotada para as diversas situações abordadas é aproximadamente a mesma, e pode ser detalhada, passo a passo, da forma a seguir: a) realiza-se a discretização do subsistema estrutural com parâmetros distribuídos, que representa o chassi ou monobloco, obtendo-se as respectivas matrizes de massa e de rigidez;

 b) utilizam-se os procedimentos da Técnica Generalizada dos Grafos de Ligação para o acoplamento dinâmico entre o chassi ou monobloco e os subsistemas com parâmetros concentrados, que representam os passageiros, motor e suspensões, obtendo-se o grafo multiligação do sistema veicular completo;

c) o grafo obtido é, então, inteiramente convertido em diagrama de blocos;

d) o modelo pode ser simulado com o auxílio de algum software comercial desenhado para esse fim, que utilize, na representação de sistemas físicos, a arquitetura de diagramas de blocos (caso do *Simulink*®, aplicativo de simulação que integra o "pacote" de ferramentas computacionais oferecido junto com o programa *Matlab*®);

e) caso se deseje diminuir o tempo total de simulação, é possível fazer uma redução de ordem por meio da técnica de decomposição modal (análise modal), da condensação de Guyan, ou de outra metodologia aplicável, e, então, repetir as etapas b), c) e d);

f) opcionalmente, pode-se gerar, a partir do diagrama de blocos montado no item c), código fonte em linguagem de programação C ou código independente executável, para posterior implementação em sistemas ou hardware de tempo real (ver APÊNDICE 2); e

g) por fim, é realizada a análise dos resultados obtidos.

1.3 POSICIONAMENTO

A hipótese de que a estrutura de um veículo é rígida nem sempre é adequada, em particular, no caso de veículos comerciais pesados e viaturas blindadas, nos quais a flexibilidade torna-se relevante em função das deformações apreciáveis a que podem ficar sujeitos os seus chassis ou monoblocos. Estas estruturas devem ser projetadas para suportar condições dinâmicas severas, como, por exemplo, durante a transposição de obstáculos, na condução em estradas com pavimentação irregular ou, ainda, em situações fora-de-estrada.

Alguns autores, como ZHANG et al. (1998), são enfáticos ao estabelecer a importância e a necessidade de incluir a flexibilidade dos componentes ao se realizarem análises dinâmicas de chassi/suspensão de veículos. O próprio desenvolvimento recente de pacotes de programas específicos para a análise e simulação da dinâmica de multicorpos flexíveis, como o *ADAMS/Flex*®, aponta nesse mesmo sentido.

Convém, ainda, relacionar mais alguns argumentos com o objetivo de se justificar a realização deste tipo de análise:

 a) as viaturas blindadas e veículos comerciais modernos requerem uma utilização cada vez mais intensiva de recursos eletrônicos e opto-eletrônicos embarcados, altamente sensíveis às grandes acelerações e suas derivadas temporais ("jerks");

 b) a ausência de uma metodologia bem definida para o projeto específico de viaturas blindadas no Exército Brasileiro, aliada à necessidade de uma nova família de blindados sobre rodas; e

c) as estruturas tipo monobloco, que são as mais empregadas, atualmente, na construção de viaturas blindadas, normalmente apresentam, por sua geometria, modelagem mais complexa do que a dos chassis, tradicionalmente empregados em veículos comerciais.

Além disso, a abordagem tradicional impõe, a cada projeto novo, ainda que baseado em desenvolvimentos anteriores, e a cada modificação de um projeto existente, memoriais próprios, pois a alteração de um único parâmetro em um subsistema implica no re-equacionamento explícito da dinâmica do sistema como um todo.

A fim de evitar esse tipo de dificuldade, neste trabalho, optou-se pela realização da modelagem empregando-se os procedimentos da Técnica Generalizada dos Grafos de Ligação, a qual tem se mostrado bastante útil na representação de sistemas discretos onde ocorram interações entre subsistemas de naturezas físicas distintas (KARNOPP et al., 1990).

A modularidade da Técnica dos Grafos de Ligação permite modelar as partes de um sistema de forma independente e, em seguida, reuni-las num único grafo simplesmente conectando-as através das portas apropriadas. Além disso, a qualquer tempo, podem-se substituir ou agregar subsistemas num modelo já existente, sem prejuízo da sua funcionalidade.

Com relação aos sistemas estruturais, a primeira abordagem utilizada para modelar o problema de estruturas flexíveis utilizando o formalismo da Técnica dos Grafos de Ligação foi através da análise modal (KARNOPP, 1971). Neste método, parte-se da solução homogênea da equação diferencial parcial de governo do sistema estrutural, e considerando-se as condições de contorno, determinam-se as suas autofunções. Constrói-se, então, o grafo de ligação representativo dos modos normais da estrutura, que representa as equações modais

25

não acopladas do sistema estrutural. Muito embora autores como MARGOLIS (1978) e MARGOLIS e EDEAL (1989) demonstrem a aplicabilidade da análise modal, ela apresenta, no entanto, uma desvantagem fundamental, que é a necessidade de se conhecerem as autofunções do problema. Para modelos mais complexos, onde a obtenção analítica das autofunções se torna difícil, seu emprego fica limitado. A abordagem empregada ao longo deste trabalho, contudo, não apresenta tais restrições, conforme se pode verificar em Da ROCHA (1998), que explora a utilização da Técnica dos Grafos de Ligação na modelagem da dinâmica vertical de um veículo com chassi flexível, realizando o acoplamento dinâmico entre um subsistema estrutural com parâmetros distribuídos (chassi) e subsistemas de parâmetros concentrados (passageiros, motor e suspensões).

Um exemplo de aplicação das abordagens citadas é apresentado no APÊNDICE 1, onde um veículo terrestre plano, sem amortecimento estrutural e com um passageiro teve sua estrutura modelada por meio de três metodologias distintas: dinâmica de corpo rígido, análise modal (decomposição modal) e Método dos Elementos Finitos.

Assim, utilizando os elementos generalizados da Técnica dos Grafos de Ligação, a abordagem ao problema de estruturas flexíveis desenvolvida por Da SILVA e SPERANZA NETO (1993), a representação de modelos desenvolvida por FERREIRA (2006) e um ambiente de simulação com o conceito de diagramas de blocos, é desenvolvido, neste trabalho, um procedimento de modelagem modular para análise da dinâmica vertical de veículos com estruturas flexíveis lineares.

1.4 ORGANIZAÇÃO

O trabalho é dividido em seis capítulos e quatro apêndices.

No Capítulo 1 é feita a introdução do trabalho: são apresentados seus objetivos, seu posicionamento e sua organização.

No Capítulo 2 são revisados alguns conceitos básicos da Técnica Generalizada dos Grafos de Ligação e a metodologia para a conversão de grafos de ligação em diagramas de blocos é exemplificada por meio da construção do diagrama de blocos representativo de estruturas.

O Capítulo 3 descreve o processo de modelagem pela Técnica dos Grafos de Ligação do veículo analisado por Da ROCHA (1998) e apresenta a implementação dos dois modelos resultantes em termos de diagramas de blocos.

O Capítulo 4 apresenta as freqüências naturais e os modos de vibrar do veículo analisado por Da ROCHA (1998) com chassi flexível e analisa os resultados das simulações dos dois modelos desenvolvidos no capítulo anterior.

O Capítulo 5 expande a abrangência dos procedimentos descritos nos capítulos anteriores para o caso de veículos com estrutura flexível tipo monobloco, e demonstra a sua aplicação, por meio da modelagem e da simulação de uma Viatura Blindada de Transporte de Pessoal.

No Capítulo 6 são apresentadas as conclusões do trabalho e algumas sugestões para desenvolvimentos futuros.

No APÊNDICE 1, é realizado um estudo comparativo entre a mecânica de corpos rígidos, a análise modal e a abordagem de Da SILVA e SPERANZA NETO (1993) aplicadas à descrição da dinâmica de sistemas estruturais: as três metodologias foram empregadas na modelagem de um mesmo veículo terrestre plano e resultados das simulações dos três modelos desenvolvidos foram, então, confrontados.

O APÊNDICE 2 fornece uma descrição dos procedimentos a serem seguidos no sentido de se obter código-fonte C ou código independente executável, a partir de modelos do *Simulink*®.

O APÊNDICE 3 apresenta o desenvolvimento dos elementos de casca (*shallow shell*) triangulares e retangulares, utilizados na discretização dos monoblocos flexíveis estudados no Capítulo 5.

No APÊNDICE 4, é realizado um estudo comparativo entre os tempos médios de CPU das simulações dos modelos do veículo com chassi flexível, em função do tipo de modelagem do subsistema estrutural empregado.

2. REPRESENTAÇÕES DO MODELO DE ESTRUTURAS

2.1 INTRODUÇÃO

O Método dos Elementos Finitos (MEF) é, atualmente, uma das ferramentas mais utilizadas na modelagem de sistemas estruturais, e a Técnica dos Grafos de Ligação se apresenta como uma das mais promissoras nos processos de modelagem em que subsistemas interagem dinamicamente entre si (KARNOPP et al., 1990, e SAMANTARAY, 2001). É comum associar ambas as metodologias tirando-se vantagem da característica dos grafos de permitir facilmente o acoplamento entre subsistemas de parâmetros contínuos e de parâmetros concentrados, e também do fato de as matrizes estruturais do MEF serem campos explícitos para a técnica dos grafos de ligação.

2.2 UTILIZAÇÃO DO GRAFO MULTILIGAÇÃO NO MODELO DE ESTRUTURAS LINEARES

Ao longo deste trabalho o conceito de grafo multiligação para uma estrutura genérica, FIG. 2.1, originalmente apresentado por Da SILVA e SPERANZA NETO (1993), foi integralmente aproveitado na modelagem de chassis e monoblocos não rígidos.



FIG. 2.1 Grafo multiligação genérico para estruturas.

A representação de sistemas estruturais proposta pelos autores correlaciona as matrizes de massa \mathbf{M} , rigidez \mathbf{K} e amortecimento \mathbf{B} do método dos elementos finitos para estruturas lineares, respectivamente, com os campos inercial [], capacitivo \mathbb{C} e resistivo \mathbb{R} da Técnica dos Grafos de Ligação.

No grafo multiligação da FIG. 2.1 os graus de liberdade da estrutura são divididos em quatro tipos, associados a cada uma das junções vetoriais <u>1</u>, as quais são identificadas por *Vi* quando relacionadas com os graus de liberdade internos; *Vs* quando relacionadas com os graus de liberdade que interagem com subsistemas externos; *Ve* quando relacionadas com os graus de liberdade que recebem esforço externo; e *Vf* quando relacionadas com os graus de liberdade que recebem fluxo prescrito (Da SILVA, 1994).

Essa divisão dos graus de liberdade de estrutura requer um particionamento de cada uma das matrizes dos campos I, \mathbb{G} e \mathbb{R} em quatro linhas de submatrizes S_{ij}, de acordo com a topologia indicada pela EQ 2.1, para que as transformações de potência nos campos sejam corretamente descritas para todos os graus de liberdade do sistema.

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{11} & \mathbf{S}_{12} & \mathbf{S}_{13} & \mathbf{S}_{14} \\ \mathbf{S}_{21} & \mathbf{S}_{22} & \mathbf{S}_{23} & \mathbf{S}_{24} \\ \mathbf{S}_{31} & \mathbf{S}_{32} & \mathbf{S}_{33} & \mathbf{S}_{34} \\ \mathbf{S}_{41} & \mathbf{S}_{42} & \mathbf{S}_{43} & \mathbf{S}_{44} \end{bmatrix}$$
(EQ 2.1)

onde:

 $S_{1j}\ -$ Submatrizes referentes aos graus de liberdade internos;

 S_{2i} – Submatrizes referentes aos graus de liberdade que interagem com subsistemas externos;

 S_{3j} – Submatrizes referentes aos graus de liberdade que recebem esforço externo; e

 S_{4i} – Submatrizes referentes aos graus de liberdade que recebem fluxo prescrito.

No caso particular dos veículos analisados ao longo deste trabalho, não se considera a fonte de fluxo S_f no grafo da FIG. 2.1, uma vez que, em nenhuma das simulações realizadas, os graus de liberdade do chassi ou dos monoblocos tiveram a sua cinemática prescrita. Pôdese, portanto, simplificar o grafo genérico para estruturas através da eliminação da junção vetorial $\underline{1}^{Vf}$, relativa a fluxos prescritos, e suas correspondentes multiligações. Uma conseqüência bastante interessante dessa simplificação foi que todas as causalidades do grafo resultante passaram a ser integrais (ver FIG. 2.2).

Com a eliminação da junção vetorial $\underline{1}^{Vf}$ no grafo da FIG. 2.1, relativa aos fluxos prescritos, a ordenação das matrizes de elementos finitos precisa levar em conta apenas os graus de liberdade internos, os que interagem com os subsistemas e os que recebem esforços.



FIG. 2.2 Grafo multiligação para estruturas sem fluxo prescrito.

2.3 CAMPOS E MULTILIGAÇÕES

No grafo da FIG. 2.2, os elementos conectam-se entre si por meio das chamadas multiligações, que são generalizações vetoriais das ligações simples. Assim, a uma multiligação estão associados um vetor esforço e um vetor fluxo (sinais vetoriais de sentido físico contrário – causa e efeito), e a ordem da multiligação corresponde ao número de ligações simples que ela representa (ver FIG. 2.3).



FIG. 2.3 Multiligação. (a) Representação de uma multiligação de ordem n.(b) Expansão em ligações simples.

No grafo da FIG. 2.2, \mathbb{I} , \mathbb{C} e \mathbb{R} são elementos multiportas chamados de campos, e nada mais representam do que generalizações dos elementos básicos de uma porta I, C e R da Técnica dos Grafos de Ligação, conforme ilustra a FIG. 2.4.



FIG. 2.4 Elementos multiportas. $\mathbb{E}_n = \mathbb{I}, \mathbb{C}$ ou \mathbb{R} .

O campo C, chamado de campo de capacitores, caracteriza-se por relacionar estaticamente as variáveis e esforço e deslocamento de todas as portas ou ligações a ela associadas. A FIG. 2.5 mostra a representação deste campo e as variáveis por ele relacionadas na forma vetorial.



FIG. 2.5 Campo de Capacitores.

Como neste trabalho foram utilizados modelos lineares para as relações constitutivas e, na FIG. 2.2, em todas as multiligações o sentido do fluxo é entrando em \mathbb{G} (causalidade integral), o modelo matemático deste elemento multiporta pode ser expresso por:

$$\mathbf{e} = \mathbf{K} \cdot \mathbf{q} \tag{EQ 2.2}$$

onde K é a matriz de rigidez da estrutura, obtida via MEF e ordenada segundo a EQ 2.1.

O campo [], chamado de campo de inércias, relaciona estaticamente as variáveis quantidade de movimento e fluxo associadas às suas ligações. A FIG. 2.6 mostra a representação deste campo, com ligações simples, juntamente com suas principais variáveis, organizadas na forma vetorial.

$$\begin{array}{c|c} & 3 \\ \hline \\ 2 \\ \hline \\ n \\ \hline \\ n \\ 1 \\ \end{array} \end{array} \qquad \qquad p = \begin{bmatrix} pl \\ \vdots \\ pn \end{bmatrix} \qquad \qquad f = \begin{bmatrix} fl \\ \vdots \\ fn \end{bmatrix}$$

FIG. 2.6 Campo de Inércias.

Lembrando que, neste trabalho, as relações constitutivas devem representar modelos lineares e que, na FIG. 2.2, todas as multiligações têm causalidade integral, aquela do esforço entrando em [], tem-se:

$$\mathbf{f} = \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{p} \tag{EQ 2.3}$$

onde M é a matriz de massa da estrutura, obtida via MEF e ordenada segundo a EQ 2.1.

O campo \mathbb{R} , chamado de campo resistor, se caracteriza por relacionar diretamente as variáveis esforço e fluxo em todas as ligações a ele associadas. Na FIG. 2.7, mostra-se a simbologia adotada para representar este elemento, juntamente com as suas variáveis na forma vetorial.

FIG. 2.7 Campo Resistor.

Devido à linearidade dos modelos adotados para as relações constitutivas e uma vez que na FIG. 2.2 todas as multiligações tem causalidade do fluxo entrando em \mathbb{R} , tem-se:

$$\mathbf{e} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{f} \tag{EQ 2.4}$$

onde B é a matriz de amortecimento da estrutura, ordenada de acordo com a EQ 2.1.

Ao longo deste trabalho, os efeitos dissipativos estruturais foram modelados através do amortecimento proporcional, o mesmo empregado por FERREIRA e Da SILVA (2005):

$$B = 0.05 \cdot M + 0.01 \cdot K$$
 (EQ 2.5)

No grafo da FIG. 2.2, as junções vetoriais <u>1</u> são generalizações das junções 1 escalares. A FIG. 2.8. mostra a representação de uma junção vetorial <u>1</u> com três portas e ordem n. É importante notar que se deve ter a mesma ordem para todas as multiligações conectadas a uma mesma junção vetorial.



FIG. 2.8 Junção vetorial <u>1</u>. (a) Representação de uma junção vetorial <u>1</u> de ordem n.(b) Equivalente em junções escalares.

No grafo da FIG. 2.2, a fonte de esforço S_e é utilizada para representar a força peso agindo sobre a massa do chassi ou monobloco e o carregamento aplicado sobre a estrutura do veículo. Como hipótese simplificadora, neste trabalho, considerou-se que o ponto de aplicação de cada forçamento era coincidente com algum dos nós da malha de discretização. Conseqüentemente, somente graus de liberdade de translação vertical ficaram submetidos à prescrição de esforços.

Observa-se, ainda, no grafo da FIG. 2.2, que a estrutura interage com subsistemas externos através de uma única multiligação. Contudo, neste trabalho, os subsistemas acoplados interagem com o chassi ou monobloco através de três multiligações distintas: duas para as suspensões e outra para o(s) passageiro(s) e o motor.

As operações de composição, decomposição e reordenação dessas multiligações na interface entre a estrutura e os subsistemas acoplados são representadas graficamente na forma de uma barra perpendicular às ligações, como na FIG. 2.9.



FIG. 2.9 Exemplo de composição entre ligações.

No exemplo da FIG. 2.9, primeiramente é feita uma composição entre ligações simples em uma multiligação na mesma ordem de entrada, visto que a matriz de composição é uma matriz identidade, podendo mesmo ser omitida na representação. A multiligação assim formada é então decomposta em uma ligação simples e uma multiligação, com reordenação denotada pela matriz de cruzamento N.

2.4 DIAGRAMAS DE BLOCOS

A construção de diagramas de blocos a partir de grafos de ligação envolve a expansão das ligações simples ou das multiligações, respectivamente, em sinais escalares ou vetoriais e a conversão dos elementos básicos dos grafos em blocos.

Cada ligação passiva em um grafo pode ser interpretada como um canal transmissor através do qual fluem, em sentidos opostos, as informações relativas às variáveis de potência de um sistema dinâmico e pode, assim, ser expandida em dois sinais, também de sentidos opostos: um para o esforço (e) e um para o fluxo (f):



FIG. 2.10 Expansão de ligações passivas em sinais de esforço e fluxo.

Já os elementos da Técnica dos Grafos de Ligação podem ser interpretados como transceptores, modificando (operando), somando ou distribuindo sinais de fluxo ou esforço recebidos e devolvidos de/para o sistema dinâmico ao qual estão associados e podem, assim, ser convertidos em blocos ou conjuntos de blocos operadores, somadores ou distribuidores de sinais (ver FIG. 2.11 e 2.12).

Lembrando que, num diagrama de blocos, cada linha orientada (ou sinal) representa o transporte de uma variável do sistema (ou a entrada de sinais de controle, constantes ou não, geralmente externos ao sistema), pode-se dar início a sua montagem.



FIG. 2.11 Representação dos elementos de uma e de duas portas em diagrama de blocos.


FIG. 2.12 Representação dos elementos de três portas em diagrama de blocos.

2.5 CONVERTENDO GRAFOS DE LIGAÇÃO EM DIAGRAMAS DE BLOCOS

A seguir, é demonstrado, passo a passo, o procedimento para a montagem de diagramas de blocos no *Simulink*® a partir dos modelos de campos multiportas obtidos através da Técnica dos Grafos de Ligação, aplicando-se a metodologia desenvolvida por FERREIRA e Da SILVA (2005) e FERREIRA (2006) ao caso do grafo da FIG. 2.2:

a) Inicialmente, numeram-se as ligações no grafo:



FIG. 2.13 Grafo multiligação para estruturas sem fluxo prescrito com as ligações numeradas.

b) Escolhe-se uma ligação qualquer do grafo e uma das variáveis de potência que fluem através dela para análise, como, por exemplo, o esforço na ligação 18 (e18);

c) Verifica-se que e18 vem dos subsistemas, que serão tratados mais adiante. Assim, a origem do sinal correspondente a e18 (e18) pode ser modelada por meio de uma simples porta de entrada (*input port*) no *Simulink*®:

1 e18

FIG. 2.14 Diagrama de blocos de estruturas: leiaute 1.

d) Verifica-se, ainda, que e18 segue para a junção $\underline{1}^{Vs}$, onde é subtraído de –e5 e –e11, resultando em e2. Assim, $\underline{1}^{Vs}$ pode ser modelada por meio de um somador (*sum*). Os sinais (+ ou –) das entradas no somador são definidos com base na seguinte regra: se, no grafo de ligação, a meia-seta da entrada apontar no mesmo sentido da meia-seta da saída, o sinal será negativo, e vice-versa (no caso em tela, todas as entradas e a saída apontam para fora da junção):



FIG. 2.15 Diagrama de blocos de estruturas: leiaute 2.

e) e2 segue para o campo [], que também recebe e1 e e3, devolvendo os fluxos f1, f2 e f3. Para organizar melhor o diagrama de blocos e facilitar a sua compreensão, podem-se criar blocos específicos para cada um dos campos multiporta através do comando "Create subsystem". Dentro do bloco para o campo [] (bloco I), haverá três portas de entrada para os esforços e três portas de saída para os fluxos:



FIG. 2. 16 Portas de entrada de esforço e de saída de fluxo no bloco I.

f) Os esforços que entram no bloco I deverão ser reunidos em um único sinal, antes de serem "transformados" num vetor de fluxos, que, por sua vez, deverá ser desmembrado para dar origem a f1, f2 e f3. Estas operações de composição e de decomposição de sinais são realizadas, respectivamente, através de um multiplexador (*mux*) e de um demultiplexador (*demux*). Note-se que e1, e2 e e3 são naturalmente ordenados segundo a mesma topologia da matriz de massa (ver EQ 2.1):



FIG. 2.17 Composição e decomposição de sinais no bloco I.

g) O sinal de esforços segue, então, para um integrador (*Integrator*), de onde sai um sinal de quantidades de movimento, que, depois, é pré-multiplicado por M⁻¹, ao passar por um bloco de ganho matricial (*Matrix Gain*), gerando um sinal de fluxos, exatamente como na EQ 2.3:



FIG. 2.18 Estrutura do bloco I completa.

h) Depois que o bloco I estiver pronto, o diagrama de blocos deverá apresentar, aproximadamente, o leiaute apresentado na FIG. 2.19;



FIG. 2.19 Diagrama de blocos de estruturas: leiaute 3.

i) A seguir, escolhe-se, para análise, um dos fluxos que saem do campo [], como, por exemplo, f1;

j) Verifica-se que f1 segue para a junção $\underline{1}^{Vi}$, onde é distribuído, resultando em f4 e f10. Mais uma vez, deve-se escolher um dos fluxos para análise, como, por exemplo, f10;

k) f10 segue para o campo \mathbb{R} , que também recebe f11 e f12, devolvendo e10, e11 (que segue para a junção $\underline{1}^{Vs}$, onde é subtraído de -e5 e -e18) e e12. Adotando-se um procedimento similar àquele empregado para o campo \mathbb{I} , obtém-se o bloco R, cuja estrutura reflete o modelo matemático definido pela EQ 2.4:



FIG. 2.20 Estrutura do bloco R completa.

l) Depois que o bloco R estiver pronto, o diagrama de blocos deverá apresentar, aproximadamente, o leiaute apresentado na FIG. 2.21;



FIG. 2.21 Diagrama de blocos de estruturas: leiaute 4.

m)A análise prossegue com e12, que sai do campo \mathbb{R} e entra na junção $\underline{1}^{Ve}$, onde é subtraído de –e6 e +e15, resultando em e3, que vai para o campo \mathbb{I} :



FIG. 2.22 Diagrama de blocos de estruturas: leiaute 5.

n) Verifica-se que a origem de e15 é uma fonte de esforço, que pode ser modelada, no *Simulink*®, como uma fonte de sinal constante (*Constant*), uma vez que, neste trabalho, os carregamentos aplicados sobre as estruturas são unicamente os pesos próprios e os das cargas apoiadas que, obviamente, não se alteram durante as simulações (ver FIG. 2.23);



FIG. 2.23 Diagrama de blocos de estruturas: leiaute 6.

o) Analisando-se, agora, f2, verifica-se que este fluxo segue para a junção $\underline{1}^{Vs}$, onde é distribuído, resultando em f5 e f11, que vai para o campo \mathbb{R} :



FIG. 2.24 Diagrama de blocos de estruturas: leiaute 7.

p) f5 segue para o campo \mathbb{C} , que também recebe f4 e f6, devolvendo e4, e5 e e6. Adotando-se um procedimento similar àquele empregado para os campos \mathbb{I} e \mathbb{R} , obtém-se o bloco C, cuja estrutura reflete o modelo matemático definido pela EQ 2.2 (ver FIG. 2.25);



FIG. 2.25 Estrutura do bloco C completa.

q) Pode-se verificar que f4 é resultante da distribuição de f1 na junção $\underline{1}^{Vi}$, e5 segue para a junção $\underline{1}^{Vs}$, onde é subtraído de -e11 e -e18, e e6 segue para a junção $\underline{1}^{Ve}$, onde é subtraído de -e12 e +e15:



FIG. 2.26 Diagrama de blocos de estruturas: leiaute 8.

r) A análise prossegue com e4, que sai do campo \mathbb{C} e entra na junção $\underline{1}^{Vi}$, onde é subtraído de –e10, resultando em e1, que vai para o campo [] (ver FIG. 2.27);



FIG. 2.27 Diagrama de blocos de estruturas: leiaute 9.

s) Por fim, observa-se que a última porta de saída ainda desconectada no bloco I é a que corresponde a f3, que segue para a junção $\underline{1}^{Ve}$, onde é distribuído, resultando em f6 e f12, que vão, por sua vez, para os campos \mathbb{C} e \mathbb{R} , respectivamente:



FIG. 2.28 Diagrama de blocos de estruturas: leiaute final.

3. VEÍCULO COM CHASSI FLEXÍVEL

3.1 INTRODUÇÃO

Na primeira etapa deste trabalho, foram realizadas a modelagem e a simulação de dois casos envolvendo a representação da dinâmica vertical de um mesmo veículo automotor terrestre, originalmente descrito e apresentado por Da ROCHA (1998). Tal veículo corresponde, em linhas gerais, ao chassi de um ônibus urbano com motor dianteiro e suspensão tipo feixe de molas.

Na modelagem desse veículo foram, inicialmente, consideradas as características referentes à flexibilidade do chassi. Em seguida, adotou-se uma hipótese simplificadora segundo a qual o chassi foi aproximado por um corpo rígido.

Assim, a estrutura do veículo foi analisada por meio de duas abordagens distintas:

- a) dinâmica de corpos rígidos (modelo rígido); e
- b) método dos elementos finitos (modelo flexível).

Os dois modelos foram, então, simulados durante a transposição em velocidade constante de um obstáculo do tipo quebra-molas, posicionado obliquamente em relação à direção de deslocamento. Em outras palavras, os dois sistemas físicos foram submetidos às mesmas excitações de base e as respostas ao longo do tempo de algumas variáveis representativas de cada modelo foram, então, comparadas entre si e com os resultados obtidos por Da ROCHA (1998).

Os modelos físicos, FIG. 3.1 e 3.7, foram construídos com simetria em relação ao plano dos eixos longitudinal e normal para facilitar as análises de coerência dos resultados.

Três subsistemas massa-mola-amortecedor foram acoplados sobre o chassi do veículo: dois deles, exatamente iguais, representam os dois passageiros e os respectivos assentos, e o terceiro, montado sobre o eixo de simetria da estrutura, representa o motor.

Para se posicionar adequadamente o motorista (passageiro esquerdo) do veículo, colocouse, na esquerda do chassi, a pequena subestrutura de 314 mm em balanço, mostrada na FIG. 3.3. Nesta mesma figura, pode-se observar que uma subestrutura idêntica foi colocada na direita do chassi com o propósito de torná-lo simétrico.

A TAB. 3.1 apresenta os quatro tipos diferentes de seções transversais utilizados no chassi, juntamente com o valor de seus parâmetros geométricos. A identificação do tipo de seção na TAB. 3.1 está relacionada ao chassi através da FIG. 3.4. Na TAB. 3.2, estão descritas as propriedades físicas do material utilizado no chassi (aço).

Identificação da seção transversal	Α	В	С	D
Dimensões (mm)			59 1Z YY Z	59 Z Z Z Z 5
Momento de inércia de área, $I_y (m^4)$	3,509×10 ⁻⁵	4,655×10 ⁻⁵	2,327×10 ⁻⁵	8,646×10 ⁻⁷

TAB. 3.1 Perfis de aço que compõem o chassi (Da ROCHA, 1998).

Momento de inércia de área, $I_y (m^4)$	3,509×10 ⁻⁵	4,655×10 ⁻⁵	2,327×10 ⁻⁵	8,646×10 ⁻⁷
Constante de torção, $I_x (m^4)$	7,338×10 ⁻⁸	3,762×10 ⁻⁷	6,076×10 ⁻⁸	7,875×10 ⁻⁹
Momento polar de área, I_p (m ⁴)	7,026×10 ⁻⁵	5,070×10 ⁻⁵	2,438×10 ⁻⁵	1,036×10 ⁻⁶
Área (m ²)	3,440×10 ⁻³	5,696×10 ⁻³	2,848×10 ⁻³	9,200×10 ⁻⁴

TAB. 3.2 Propriedades físicas do material do chassi (aço) (Da ROCHA, 1998).

Propriedade física	Símbolo	Valor
Módulo de elasticidade longitudinal	Е	200 GPa
Módulo de elasticidade transversal	G	80 GPa
Massa específica	ρ	7860 kg/m ³

A suspensão, modelada como quatro subsistemas discretos, procura reproduzir o efeito de distribuição da força de reação por dois pontos de acoplamento no chassi do veículo, como na suspensão de feixe de molas real.

Concluída a etapa de modelagem, o veículo foi simulado na condição de carregamento máximo (ver Capítulo 4). O peso da carga (135858,69 N) foi somado ao peso próprio do chassi (9329,31 N) e o valor resultante foi dividido igualmente por vinte e oito pontos diferentes do chassi, que, no modelo flexível, correspondem aos nós 2, 4, 6, 8, 14, 16, 20, 22, 25, 27, 28, 29, 30, 32, 33, 34, 38, 39, 42, 43, 47, 48, 49, 51, 52, 53, 54 e 56 (ver FIG. 3.4).

Assim, o esforço prescrito sobre a estrutura do veículo foi modelado por meio de 28 cargas pontuais aplicadas sobre as longarinas, de mesmo módulo (5185,3 N) e com direção e sentido iguais aos do vetor aceleração da gravidade local.

A seguir, é apresentado o desenvolvimento, por meio da Técnica dos Grafos de Ligação, dos modelos lineares de cada um dos nove subsistemas – chassi flexível, chassi rígido, passageiros, motor e suspensões – que serão, então, devidamente acoplados, produzindo dois modelos globais: o flexível e o rígido.

3.2 CHASSI FLEXÍVEL

No modelo flexível do veículo, considerou-se que apenas o chassi tem função estrutural, e foi seguida a metodologia para a construção do grafo multiligação genérico para estruturas sem fluxo prescrito (ver FIG. 2.2), a partir da qual deve-se, inicialmente, obter as matrizes características dos campos pelo Método dos Elementos Finitos.

3.2.1 MODELO FÍSICO



FIG. 3.1 Modelo físico: veículo com chassi flexível.

A FIG. 3.1 apresenta o modelo físico para o veículo com chassi flexível, formado por dois passageiros com os seus respectivos assentos, mais um veículo com um motor, uma suspensão em cada uma das quatro rodas e uma estrutura flexível discretizada por meio de 68 elementos de grelha, dotados, em cada um de seus dois nós, de três graus de liberdade: torção, translação vertical e rotação em torno do eixo transversal horizontal. O elemento segue o modelo de Euler-Bernoulli para a flexão e é representado na FIG. 3.2.



FIG. 3.2 Elemento de grelha.

Como o acoplamento dos subsistemas de parâmetros concentrados com o chassi flexível é feito através dos graus de liberdade de deslocamento vertical, deve-se colocar, na malha de elementos finitos, um nó na posição adequada onde ocorre cada uma dessas interações. Estes nós de acoplamento do chassi flexível com os subsistemas não estruturais estão indicados na FIG. 3.19.

O chassi flexível foi discretizado utilizando-se 68 elementos e 56 nós, gerando um total de 168 graus de liberdade estruturais. Esta discretização está representada nas FIG. 3.3 e 3.4.

Cabe destacar, ainda, que, diferentemente do procedimento adotado por Da ROCHA (1998), que modelou os efeitos dissipativos estruturais através do amortecimento modal, a formulação utilizada ao longo deste trabalho foi desenvolvida considerando-se o amortecimento proporcional (ver EQ 2.5), no caso do chassi flexível (com relação ao chassi rígido, por hipótese, não há amortecimento estrutural).





FIG. 3.4 Numeração dos nós (modelo flexível) e tipos de seções transversais (modelos rígido e flexível).

48

3.2.2 GRAFO DE LIGAÇÃO E DIAGRAMA DE BLOCOS

Tendo-se obtido as matrizes da dinâmica do chassi flexível (M, B e K) pelo MEF, podese utilizar um grafo multiligação para estruturas sem fluxo prescrito, similar ao da FIG. 2.2, para representar o chassi flexível:



FIG. 3.5 Grafo multiligação do chassi flexível.

Na FIG. 3.5, os valores entre colchetes indicam as dimensões das multiligações e Q é o vetor de esforços prescritos, definido de acordo com a EQ 3.1.

$$Q = -5185, 3 \cdot [1_{28x1}]$$
(EQ 3.1)

A FIG. 3.6 apresenta o diagrama de blocos montado a partir do grafo da FIG. 3.5. As portas de saída 2 e 3 foram incluídas para permitir a passagem, para blocos medidores, dos sinais com os deslocamentos e com as quantidades de movimento nodais, respectivamente.



FIG. 3.6 Diagrama de blocos do chassi flexível.

3.3 CHASSI RÍGIDO

No modelo rígido do veículo, o chassi foi tratado como um sistema de parâmetros concentrados, seguindo-se a metodologia para a construção do grafo multiligação para a análise da dinâmica vertical de um veículo terrestre proposta por MARTINEZ (1991), SPERANZA NETO et al. (1992) e SPERANZA NETO e De MORAES (1993).

3.3.1 MODELO FÍSICO



FIG. 3.7 Modelo físico: veículo com chassi rígido.

A FIG. 3.7 apresenta o modelo físico para o veículo com chassi rígido, formado por dois passageiros com os seus respectivos assentos, mais um veículo com um motor, uma suspensão em cada uma das quatro rodas e uma estrutura rígida dotada dos graus de liberdade de translação vertical, de rotação em torno do eixo transversal e de rotação em torno do eixo longitudinal.

O centro de massa (CM) do chassi encontra-se posicionado no eixo de simetria da estrutura, a 4858,6 mm da travessa dianteira.

O sistema de eixos coordenados utilizado na análise do modelo rígido é similar àquele apresentado na FIG. 3.7, porém, com sua origem localizada no centro de massa do chassi.

Os valores dos parâmetros físicos que definem a dinâmica de corpo rígido do chassi são apresentados na TAB. 3.3.

Parâmetro físico	Símbolo	Valor
Massa	m	622,39 kg
Momento de inércia em torno de x	J_{x}	148,22 kg·m ²
Momento de inércia em torno de y	J_y	9532,28 kg \cdot m ²

TAB. 3.3 Parâmetros físicos do chassi (baseado em Da ROCHA, 1998).

A TAB. 3.4 apresenta as coordenadas dos pontos em que ocorre a interação entre o chassi rígido e os sete subsistemas a ele acoplados. Para a identificação desses pontos é utilizada a mesma numeração adotada na FIG. 3.19.

Ponto	x (m)	y (m)	z (m)	Ponto	x (m)	y (m)	z (m)
7	4,1336	0	0	24	2,0546	-0,435	0
9	3,8136	0,749	0	35	-1,3794	0,435	0
10	3,8136	0,435	0	37	-1,3794	-0,435	0
11	3,8136	-0,435	0	40	-2,3414	0,435	0
12	3,8136	-0,749	0	41	-2,3414	-0,435	0
18	2,9236	0,435	0	44	-3,3054	0,435	0
19	2,9236	-0,435	0	46	-3,3054	-0,435	0
23	2,0546	0,435	0				

TAB. 3.4 Coordenadas: pontos de acoplamento do chassi rígido com os demais subsistemas.

A TAB. 3.5 apresenta os valores das forças e momentos que, quando aplicados no centro de massa do chassi, produzem efeito equivalente ao do sistema de forças utilizado para modelar o carregamento estático sobre a estrutura do veículo.

Esforço	Símbolo	Valor
Força na direção de x	$F_{\mathbf{x}}$	0
Força na direção de y	F_y	0
Força na direção de z	F_z	–145188 N
Momento em torno de x	M_{x}	0
Momento em torno de y	M_{y}	−73486,2 N·m
Momento em torno de z	M_{z}	0

TAB. 3.5 Sistema equivalente de esforços atuando no CM do chassi.

3.3.2 GRAFO DE LIGAÇÃO E DIAGRAMA DE BLOCOS

O grafo que representa o chassi rígido é apresentado na FIG. 3.8. As dimensões das multiligações estão indicadas entre colchetes.



FIG. 3.8 Grafo multiligação do chassi rígido.

Na FIG. 3.8, Mc é a matriz característica do campo de inércias, Qc é o vetor de esforços prescritos atuando no CM do chassi rígido e N é o módulo do multitransformador. Suas definições são dadas pelas EQ 3.2.

$$Qc = \begin{bmatrix} F_{x} \\ M_{y} \end{bmatrix}, \quad Mc = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & J_{x} & 0 \\ 0 & 0 & J_{y} \end{bmatrix}, \quad N = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ y_{n(1)} & y_{n(2)} & \cdots & y_{n(14)} & y_{n(15)} \\ -x_{n(1)} & -x_{n(2)} & \cdots & -x_{n(14)} & -x_{n(15)} \end{bmatrix}$$
(EQ 3.2)

onde n = [9, 12, 7, 10, 11, 35, 37, 23, 24, 44, 46, 18, 19, 40, 41] e $x_{n(i)}$ e $y_{n(i)}$ são as coordenadas do ponto n(i), definidas por meio da TAB. 3.4.

A FIG. 3.9 apresenta o diagrama de blocos montado a partir do grafo da FIG. 3.8. As portas de saída 2 e 3 foram incluídas para permitir a passagem, para blocos medidores, dos sinais com o deslocamento e com a quantidade de movimento do centro de massa do chassi rígido, respectivamente.



FIG. 3.9 Diagrama de blocos do chassi rígido.

3.4 PASSAGEIROS E MOTOR

Tanto no modelo rígido quanto no flexível, os passageiros com seus assentos e o motor foram modelados, cada qual, por um corpo apoiado sobre uma mola e um amortecedor dotados, respectivamente, de massa, rigidez e amortecimento.

3.4.1 MODELO FÍSICO

Na FIG. 3.10 é mostrado o modelo físico dos subsistemas formados pelos passageiros e pelo motor, e seus respectivos parâmetros são informados pela TAB. 3.6.



FIG. 3.10 Modelo físico dos passageiros e do motor.

Subsistema	Massa (kg)	Constante de rigidez (N/m)	Constante de amortecimento (N·s/m)				
Passageiro e assento esquerdos	$m_1 = 100$	$k_1 = 19620$	$b_1 = 1400$				
Passageiro e assento direitos	$m_2 = 100$	$k_2 = 19620$	$b_2 = 1400$				
Motor	$m_3 = 500$	$k_3 = 122625$	$b_3 = 24761$				

TAB. 3.6 Parâmetros dos subsistemas massa-mola-amortecedor (Da ROCHA, 1998).

3.4.2 GRAFO DE LIGAÇÃO E DIAGRAMA DE BLOCOS

O grafo que representa os dois passageiros e o motor é apresentado na FIG. 3.11. As dimensões das multiligações estão indicadas entre colchetes. A ligação aberta está associada ao ponto de acoplamento de velocidade V_2 da FIG. 3.10.



FIG. 3.11 Grafo multiligação dos dois passageiros e do motor.

Na FIG. 3.11, Mm, Km⁻¹ e Bm são, respectivamente, as matrizes características dos campos de inércias, de capacitores e resistor e Qm é o vetor de esforços prescritos atuando sobre os passageiros e o motor (pesos). Suas definições são dadas pelas EQ 3.3.

$$Mm = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix}, Km = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 \end{bmatrix}, Bm = \begin{bmatrix} b_1 & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & 0 \\ 0 & 0 & b_3 \end{bmatrix}, Qm = -9,81 \cdot \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \end{bmatrix} (EQ \ 3.3)$$

A FIG. 3.12 apresenta o diagrama de blocos montado a partir do grafo da FIG. 3.11. As portas de saída 1 e 2 foram incluídas para permitir a passagem, para blocos medidores, dos sinais com os deslocamentos e com as quantidades de movimento dos passageiros e do motor, respectivamente.



FIG. 3.12 Diagrama de blocos dos dois passageiros e do motor.

3.5 SUSPENSÃO

Segundo Da ROCHA (1998), a modelagem da suspensão por meio de quatro sistemas mola-amortecedor produz valores muito altos de tensões normais nas longarinas do chassi, devido ao efeito de concentração das forças de reação em um único ponto. Por isso, utilizouse um modelo que distribui as reações por dois pontos de contato com o chassi como ocorre com uma suspensão de feixe de molas real.

3.5.1 MODELO FÍSICO

O modelo físico adotado para representar cada uma das quatro suspensões de feixe de molas e eixos rígidos é mostrado na FIG. 3.13b e, acima, o modelo real, na FIG. 3.13a. O modelo é composto de uma mola que recebe numa das extremidades o fluxo prescrito pela excitação de base, que, de acordo com o que será visto na seção 4.3.1, sofre uma



FIG. 3.13 Suspensão. (a) Representação esquemática de uma suspensão de feixe de molas.(b) Modelo físico de uma suspensão de feixe de molas.

transformação pelo eixo rígido. Na outra extremidade da mola, acopla-se uma barra rígida e sem massa por meio de uma rótula localizada a uma distância L_a da extremidade da barra voltada para a frente do veículo. As duas extremidades desta barra são rotuladas diretamente na longarina do chassi, o que ocasiona a distribuição da reação dos eixos e, conseqüentemente, a geração de valores de tensões normais mais realísticos (Da ROCHA, 1998). Os braços de comprimento L_a e L_b destas barras rígidas se comportam como transformadores da técnica dos Grafos de Ligação, com módulo L_a/L_b . Ressalta-se, também, no modelo físico, que os pneus foram considerados rígidos.

Os amortecedores em cada uma das quatro suspensões são acoplados entre o eixo rígido e o chassi, como ilustrado no modelo físico da FIG. 3.14. Desta forma, os modelos completos das suspensões são construídos.



FIG. 3.14 Modelo físico de uma suspensão completa, incluindo o amortecedor.

Os valores das constantes de rigidez das suspensões foram obtidos considerando-se um deslocamento estático em cada uma das quatro molas de 15 cm. Os valores dos parâmetros das suspensões são apresentados na TAB. 3.7.

Subsistema	Constante de rigidez (N/m)	Constante de amortecimento (N·s/m)	Módulo do Transformador
Suspensão dianteira esquerda	$k_4 = 193256$	$b_4 = 12872$	$L_{a1}/L_{b1} = 1,02417$
Suspensão dianteira direita	$k_5 = 193256$	$b_5 = 12872$	$L_{a2}/L_{b2} = 1,02417$
Suspensão traseira esquerda	$k_6 = 313595$	$b_6 = 19828$	$L_{a3}/L_{b3} = 0,99793$
Suspensão traseira direita	k ₇ = 313595	$b_7 = 19828$	$L_{a4}/L_{b4} = 0,99793$

TAB. 3.7. Parâmetros das suspensões (Da ROCHA, 1998).

3.5.2 GRAFO DE LIGAÇÃO E DIAGRAMA DE BLOCOS

O grafo do modelo dos feixes de molas, FIG. 3.13b, é apresentado na FIG. 3.15. As dimensões das multiligações estão indicadas entre colchetes.



FIG. 3.15 Grafo multiligação dos quatro feixes de molas.

Neste grafo, o módulo do multitransformador é representado pela matriz diagonal MT', EQ 3.4, onde os elementos da diagonal são os módulos dos transformadores individuais de cada um dos feixes de molas, cujo valor é L_a/L_b , como mencionado na seção anterior.

$$MT' = \begin{bmatrix} L_{a1}/L_{b1} & 0 & 0 & 0\\ 0 & L_{a2}/L_{b2} & 0 & 0\\ 0 & 0 & L_{a3}/L_{b3} & 0\\ 0 & 0 & 0 & L_{a4}/L_{b4} \end{bmatrix}$$
(EQ 3.4)

O grafo da Figura 3.15 pode ainda ser simplificado. Equacionando-se a estrutura de junção destacada neste grafo, obtém-se um único multitransformador equivalente. Seguindo a numeração das multiligações na Figura 3.15, são apresentadas, a seguir, as EQ 3.5, que

representam as relações constitutivas da estrutura de junção, e as EQ 3.6, que representam o desenvolvimento do equacionamento do multitransformador equivalente.

a) Relações constitutivas:

Junção vetorial 1:
Junções Vetoriais 0:
Multitransformador:

$$\begin{cases}
e1 = e4 = e6 \\
f6 = f1 + f4 \\
e6 = e3 - e7
\end{cases}$$

$$\begin{cases}
e1 = e7 = e5 \\
f5 = f2 - f7
\end{cases}$$

$$\begin{cases}
f4 = MT' \cdot f5 \\
e5 = MT'^{T} \cdot e4
\end{cases}$$
(EQ 3.5)

b) Equacionamento:

$$f3 = f6 = f1 + f4 = f1 + MT' \cdot f5 = f1 + MT' \cdot (f2 - f7) = f1 + MT' \cdot (f2 - f3) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (I + MT') \cdot f3 = f1 + MT' \cdot f2 \Rightarrow$$
(EQ 3.6)

$$\Rightarrow f3 = (I + MT')^{-1} \cdot f1 + (I + MT')^{-1} \cdot MT' \cdot f2$$

Colocando a última das EQ 3.6 na forma matricial, tem-se:

$$f3_{4x1} = \underbrace{\left[(I + MT')^{-1} (I + MT')^{-1}\right]}_{MT_{4x8}} \cdot \begin{bmatrix} f1_{4x1} \\ f2_{4x1} \end{bmatrix}$$
(EQ 3.7)

Assim, o multitransformador equivalente a esta estrutura de junção é apresentado na FIG. 3.16, onde os valores entre colchetes indicam as dimensões das multiligações, cuja numeração é a mesma que será utilizada nos grafos de ligação globais dos modelos, na seção 3.6.1.



FIG. 3.16 Grafo multiligação simplificado dos quatro feixes de molas.

As relações constitutivas deste multitransformador equivalente tornam-se:

$$f24 = MT \cdot f20$$

$$e20 = MT^{T} \cdot e24$$
(EQ 3.8)

O grafo de ligação completo da suspensão, obtido através do acoplamento dos grafos dos feixes de molas e dos amortecedores por uma junção vetorial <u>1</u>, é mostrado na FIG. 3.17. As dimensões das multiligações estão indicadas entre colchetes.



FIG. 3.17 Grafo multiligação das quatro suspensões.

Na FIG. 3.17, Ks⁻¹ e Bs, matrizes características dos campos de capacitores e resistor, respectivamente, têm suas definições dadas pelas EQ 3.9. A definição de MT, módulo do multitransformador, encontra-se nas EQ 3.4 e 3.7.

$$Ks = \begin{bmatrix} k_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_7 \end{bmatrix}, \qquad Bs = \begin{bmatrix} b_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_7 \end{bmatrix}$$
(EQ 3.9)

A FIG. 3.18 apresenta o diagrama de blocos montado a partir do grafo da FIG. 3.17. As portas de saída 3 e 4 foram incluídas para permitir a passagem, para blocos medidores, dos sinais com as forças no contato pneu/solo (e17) e com as excitações de base, respectivamente.



FIG. 3.18 Diagrama de blocos das quatro suspensões.

3.6 MODELOS GLOBAIS

Os grafos multiligação do chassi flexível, do chassi rígido, dos passageiros e motor e das suspensões foram desenvolvidos individualmente. Fazendo-se uso da modularidade da Técnica dos Grafos de Ligação, estes grafos podem, agora, ser justapostos, gerando os grafos multiligação globais do modelo rígido e do modelo flexível.

3.6.1 GRAFOS DE LIGAÇÃO E DIAGRAMAS DE BLOCOS GLOBAIS

Na FIG. 3.19 são indicados os pontos ou nós, conforme o modelo estrutural do chassi, onde se dá o acoplamento de cada um dos outros sete subsistemas.



FIG. 3.19 Pontos/nós de interação do chassi com os subsistemas acoplados.

A FIG. 3.20 apresenta os grafos de ligação para o modelo flexível (linha tracejada em vermelho) e para o modelo rígido (linha pontilhada em azul), que foram construídos por partes e montados de forma similar àquela usada por Da ROCHA (1998). Note-se que o acoplamento dos quatro grafos dos subsistemas foi feito utilizando-se a notação apresentada na Seção 2.2 para (de)compor os vetores das multiligações abertas dos grafos isolados.



FIG. 3.20 Grafos multiligação globais para o modelo flexível (tracejado vermelho) e para o modelo rígido (pontilhado azul).

As FIG. 3.21 e 3.22 apresentam os diagramas de blocos montados a partir dos grafos da FIG. 3.20. Observa-se que, praticamente, não há diferenças entre os dois diagramas, devido ao fato de se ter utilizado o recurso do *Simulink*® que permite agrupar conjuntos de blocos relacionados entre si num único bloco. Assim, os diagramas das FIG. 3.6, 3.9, 3.12 e 3.18 foram agrupados, respectivamente, nos blocos denominados chassi flexível, chassi rígido, passageiros e motor, e suspensões. O bloco *mux* é utilizado na composição dos sinais correspondentes aos esforços fornecidos pelos subsistemas não estruturais ao chassi, enquanto que o bloco *demux* decompõe o sinal vetorial contendo os fluxos fornecidos aos passageiros, motor e suspensões pelo chassi, exatamente como a linha horizontal nos grafos da FIG. 3.20. Por fim, existem, ainda, os blocos medidores, para os quais se fazem convergir os sinais que se pretenda analisar, tratar ou, simplesmente, armazenar.



FIG. 3.21 Diagrama de blocos global para o modelo flexível.



FIG. 3.22 Diagrama de blocos global para o modelo rígido.

3.7 MATRIZES REPRESENTATIVAS DA DINÂMICA DO MODELO FLEXÍVEL

Aplicando-se os procedimentos da Técnica dos Grafos de Ligação ao grafo para o modelo flexível, e utilizando-se a mesma numeração das multiligações apresentada na FIG. 3.20, podem-se obter as equações de estado lineares para o sistema formado pelo veículo com chassi flexível, em sua forma matricial clássica:

$$\dot{X}_{I} = A \cdot X_{I} + BU \tag{EQ 3.10}$$

onde, neste caso, X_I é o vetor de estado com as variáveis de estado, definido por $X_I^T = [p1^T p2^T p3^T p7^T q4^T q5^T q6^T q8^T q9^T]_{1x346}$, A é a matriz de estado, BU é em vetor igual ao produto entre a matriz relacionada às entradas e o vetor com as entradas, p1, p2, p3 e p7 são vetores com as quantidades de movimento relacionadas aos campos de inércias e q4, q5, q6, q8 e q9 são vetores com os deslocamentos referidos aos campos de capacitores.

O modelo de estado da EQ 3.10 pode ser particionado na forma apresentada a seguir:

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{pp} & A_{pq} \\ A_{qp} & A_{qq} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} BU_p \\ BU_q \end{bmatrix}$$
(EQ 3.11)
$$h^T p 2^T p 3^T p 7^T \Big|_{y=171} e q = \left[q 4^T q 5^T q 6^T q 8^T q 9^T \right]_{y=175}.$$

onde, neste caso, $p = [p1^T p2^T p3^T p7^T]_{1x171} e q = [q4^T q5^T q6^T q8^T q9^T]_{1x175}$.

Em sua forma clássica, a equação de movimento que descreve a dinâmica do sistema físico representado pelo modelo flexível completo (chassi flexível + passageiros + motor + suspensões), é a seguinte:

$$Mg \cdot \ddot{X} + Bg \cdot \dot{X} + Kg \cdot X = 0$$
 (EQ 3.12)

onde Mg, Bg e Kg são, respectivamente, as matrizes de massa, amortecimento e rigidez globais e X é o vetor com as coordenadas generalizadas do sistema global.

Conhecendo-se Mg e Kg, pode-se efetuar uma análise de autovalores e autovetores a fim de se determinar as freqüências naturais e os modos de vibrar do sistema dinâmico correspondente.

No caso do veículo com chassi flexível, Mg pode ser montada a partir das matrizes características dos campos inerciais presentes no grafo multiligação do modelo flexível completo (ver FIG. 3.20), conforme descrito na EQ 3.13.

$$Mg = \begin{bmatrix} M_{168x168} & 0_{168x3} \\ 0_{3x168} & Mm_{3x3} \end{bmatrix}$$
(EQ 3.13)

onde M é a matriz de massa do chassi flexível, obtida via MEF, e Mm é dada pelas EQ 3.3.

Por sua vez, Kg pode ser obtida a partir da seguinte relação, segundo Da SILVA (1994):

$$Kg = -A_{pq} \cdot A_{qp} \cdot Mg \qquad (EQ \ 3.14)$$

Outrossim, a matriz de estado, A, pode ser determinada com base no método proposto por ROSENBERG (1971), que faz uso das equações constitutivas que descrevem os campos característicos e a estrutura de junção.

A estrutura de junção é um elemento generalizado multiporta, que se caracteriza pela reunião dos elementos 0, 1, TF, GY, MTF e MGY. Assim como seus componentes, ela conserva potência. A estrutura de junção representa a relação topológica entre as portas dos campos num grafo multiligação. De acordo com os trabalhos de ROSENBERG (1971) e KARNOPP et al. (1990), todo grafo de ligação pode ser representado esquematicamente como na FIG. 3.23, onde são mostrados os campos característicos armazenadores dependentes e independentes, o campo dissipador, o campo de fontes e a estrutura de junção, assim como os vetores associados às suas principais variáveis.



FIG. 3.23 Representação esquemática de um grafo de ligação.

Para o campo armazenador independente, que engloba todas as inércias e capacitores com causalidade integral, tem-se:

$$Z_{I} = S_{I} \cdot X_{I} \tag{EQ 3.15}$$

onde X_I é o vetor de energia, Z_I é o vetor de co-energia e S_I é uma matriz quadrada que caracteriza o campo.

A EQ 3.15 para o modelo flexível completo é apresentada a seguir:



onde M e K são, respectivamente, as matrizes de massa e de rigidez do chassi flexível, obtidas via MEF, Mm e Km são dadas pelas EQ 3.3 e Ks é dada pelas EQ 3.9.

Para o campo armazenador dependente, que engloba todas as inércias e capacitores com causalidade diferencial, tem-se:

$$Z_{\rm D} = S_{\rm D} \cdot X_{\rm D} \tag{EQ 3.17}$$

onde X_D é o vetor de energia, Z_D é o vetor de co-energia e S_D é uma matriz quadrada que caracteriza o campo.

No caso do modelo flexível completo, Z_D , S_D e X_D são nulos, uma vez que não há inércias ou capacitores com causalidade diferencial.

Finalmente, para o campo dissipador, que engloba todos os elementos dissipadores, com qualquer causalidade, tem-se:

$$\mathbf{d}_{\mathrm{sai}} = \mathbf{L} \cdot \mathbf{d}_{\mathrm{ent}} \tag{EQ 3.18}$$

onde d_{sai} é o vetor de saída, d_{ent} é o vetor de entrada e L é a matriz quadrada que caracteriza o campo.

A EQ 3.18 para o modelo flexível completo é apresentada a seguir:



onde B é a matriz de amortecimento estrutural do chassi flexível, obtida por meio da EQ 2.5, e Bm e Bs são dadas, respectivamente, pelas EQ 3.3 e 3.9.

Com essas definições, e com o equacionamento apropriado da estrutura de junção, é possível descrever um sistema na forma da EQ 3.20.

$$\begin{bmatrix} V \\ X_{I} \\ Z_{D} \\ d_{ent} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{UU} & J_{UI} & J_{UD} & J_{UL} \\ J_{IU} & J_{II} & J_{ID} & J_{IL} \\ J_{DU} & J_{DI} & J_{DD} & J_{DL} \\ J_{LU} & J_{LI} & J_{LD} & J_{LL} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U \\ Z_{I} \\ X_{D} \\ d_{sai} \end{bmatrix}$$
(EQ 3.20)

onde J é a chamada matriz estrutura de junção, U é o vetor com as entradas e V é o vetor complementar de potência.

A EQ 3.20 para o modelo flexível completo, EQ 3.24, é apresentada na próxima página. Por fim, a matriz de estados, A, pode ser obtida a partir da seguinte relação:

$$\mathbf{A} = \mathbf{T}_{\mathbf{F}} \cdot \mathbf{T}_{\mathbf{II}} \tag{EQ 3.21}$$

onde,

$$T_{\rm F} = [I - J_{\rm ID} S_{\rm D}^{-1} J_{\rm DI} S_{\rm I} - J_{\rm IL} (I - L J_{\rm LL})^{-1} L J_{\rm LD} S_{\rm D}^{-1} J_{\rm DI} S_{\rm I}]^{-1}$$
(EQ 3.22)

$$T_{II} = [J_{II} S_{I} + J_{IL} (I - L J_{LL})^{-1} L J_{LI} S_{I}]$$
(EQ 3.23)

f15 _{28x1}]	0 _{28x28}	0_{28x3}	0_{28x4}	0 _{28x125}	0_{28x3}	0_{28x8}	0_{28x4}	I _{28x28}	0_{28x125}	0_{28x3}	0_{28x8}	0_{28x4}	0_{28x28}	0_{28x3}	0_{28x3}	0_{28x4}	0 _{28x125}	0_{28x3}	0_{28x8}	0_{28x4}	0_{28x28}	0_{28x3}	0 _{28x4}		el 5 _{28x1}]
f16 _{3x1}		0 _{3x28}	0_{3x3}	0_{3x4}	0_{3x125}	0_{3x3}	0_{3x8}	0_{3x4}	0_{3x28}	0 _{3x125}	0_{3x3}	$\boldsymbol{0}_{3x8}$	$\boldsymbol{0}_{3x4}$	0_{3x28}	I_{3x3}	$\boldsymbol{0}_{3x3}$	0_{3x4}	0 _{3x125}	0_{3x3}	0_{3x8}	0_{3x4}	0 _{3x28}	0_{3x3}	0_{3x4}		e16 _{3x1}	
el 7 _{4x1}		0 _{4x28}	0 _{4x3}	$0_{4\mathrm{x}4}$	0 _{4x125}	0_{4x3}	0 _{4x8}	0_{4x4}	0 _{4x28}	0 _{4x125}	0 _{4x3}	0_{4x8}	0 _{4x4}	0 _{4x28}	0 _{4x3}	0 _{4x3}	I_{4x4}	0 _{4x125}	0_{4x3}	0_{4x8}	0 _{4x4}	0 _{4x28}	0 _{4x3}	I_{4x4}		f17 _{4x1}	
el _{125x1}		0 _{125x28}	0 _{125x3}	0_{125x4}	0 _{125x125}	0 _{125x3}	0 _{125x8}	0_{125x4}	0_{125x28}	- I _{125x125}	0 _{125x3}	0 _{125x8}	0_{125x4}	0_{125x28}	0 _{125x3}	0 _{125x3}	0 _{125x4}	$-I_{125x125}$	0_{125x3}	0_{125x8}	0 _{125x4}	0 _{125x28}	0_{125x3}	0 _{125x4}		f1 _{125x1}	
e2 _{3x1}		0 _{3x28}	0_{3x3}	0_{3x4}	0 _{3x125}	0_{3x3}	0_{3x8}	0_{3x4}	0_{3x28}	0 _{3x125}	$-I_{3x3}$	0_{3x8}	0_{3x4}	0_{3x28}	0_{3x3}	$-I_{3x3}$	0_{3x4}	0 _{3x125}	$-I_{3x3}$	0_{3x8}	0_{3x4}	0_{3x28}	$-I_{3x3}$	0_{3x4}		f2 _{3x1}	-
e2 _{8x1}		0 _{8x28}	0_{8x3}	0_{8x4}	0 _{8x125}	0_{8x3}	0_{8x8}	$0_{8\mathrm{x}4}$	$\boldsymbol{0}_{8x28}$	0 _{8x125}	0_{8x3}	$-I_{8x8}$	0_{8x4}	$\boldsymbol{0}_{8x28}$	0_{8x3}	0_{8x3}	$-MT_{8x4}^{T}$	0 _{8x125}	0_{8x3}	$-I_{8x8}$	$0_{8\mathrm{x}4}$	0_{8x28}	0_{8x3}	0_{8x4}		f2 _{8x1}	
e2 _{4x1}		0 _{4x28}	0_{4x3}	0_{4x4}	0_{4x125}	0_{4x3}	0_{4x8}	0_{4x4}	$\boldsymbol{0}_{4x28}$	0_{4x125}	0_{4x3}	$\boldsymbol{0}_{4x8}$	$-I_{4x4}$	0_{4x28}	0_{4x3}	$\boldsymbol{0}_{4x3}$	0_{4x4}	0_{4x125}	0_{4x3}	0_{4x8}	$-I_{4x4}$	0_{4x28}	0_{4x3}	$-I_{4x4}$		f2 _{4x1}	-
e3 _{28x1}		I _{28x28}	0_{28x3}	$\boldsymbol{0}_{28x4}$	0_{28x125}	0_{28x3}	0_{28x8}	$\boldsymbol{0}_{28x4}$	0_{28x28}	0_{28x125}	0_{28x3}	0_{28x8}	$\boldsymbol{0}_{28x4}$	$-I_{28x28}$	0_{28x3}	0_{28x3}	0_{28x4}	0_{28x125}	0_{28x3}	0_{28x8}	0_{28x4}	$-I_{28x28}$	0_{28x3}	0_{28x4}		f3 _{28x1}	
f4 _{125x1}		0 _{125x28}	0_{125x3}	0_{125x4}	$I_{125x125}$	0_{125x3}	0_{125x8}	0_{125x4}	0_{125x28}	$0_{125x125}$	0_{125x3}	0_{125x8}	0_{125x4}	0_{125x28}	0_{125x3}	0_{125x3}	0_{125x4}	0 _{125x125}	0_{125x3}	0_{125x8}	0_{125x4}	0_{125x28}	0_{125x3}	0_{125x4}		e4 _{125x1}	
f5 _{3x1}		0 _{3x28}	0_{3x3}	0_{3x4}	0_{3x125}	I_{3x3}	0_{3x8}	0_{3x4}	0_{3x28}	0 _{3x125}	0_{3x3}	0_{3x8}	0_{3x4}	0_{3x28}	0_{3x3}	$\boldsymbol{0}_{3x3}$	0_{3x4}	0 _{3x125}	0_{3x3}	0_{3x8}	0_{3x4}	0_{3x28}	0_{3x3}	0_{3x4}		e5 _{3x1}	
f5 _{8x1}		0 _{8x28}	0_{8x3}	0_{8x4}	0_{8x125}	0_{8x3}	I_{8x8}	$0_{8\mathrm{x}4}$	$\boldsymbol{0}_{8x28}$	0 _{8x125}	0_{8x3}	0_{8x8}	0_{8x4}	0_{8x28}	0_{8x3}	0_{8x3}	0_{8x4}	0 _{8x125}	0_{8x3}	$0_{8\mathrm{x}8}$	$0_{8\mathrm{x}4}$	0_{8x28}	0_{8x3}	0_{8x4}		e5 _{8x1}	
f5 _{4x1}	=	0 _{4x28}	0_{4x3}	0_{4x4}	0_{4x125}	0_{4x3}	0_{4x8}	$I_{4x4} \\$	0_{4x28}	0_{4x125}	0_{4x3}	$\boldsymbol{0}_{4x8}$	0_{4x4}	$\boldsymbol{0}_{4x28}$	$0_{4\mathrm{x}3}$	0_{4x3}	0_{4x4}	0 _{4x125}	0_{4x3}	0_{4x8}	0_{4x4}	0_{4x28}	0_{4x3}	0_{4x4}	•	e5 _{4x1}	(FO 3 24)
f6 _{28x1}		0 _{28x28}	0_{28x3}	$\boldsymbol{0}_{28x4}$	0_{28x125}	0_{28x3}	0_{28x8}	$\boldsymbol{0}_{28x4}$	I_{28x28}	0_{28x125}	0_{28x3}	0_{28x8}	0_{28x4}	0_{28x28}	0_{28x3}	0_{28x3}	0_{28x4}	0 _{28x125}	0_{28x3}	0_{28x8}	0_{28x4}	0_{28x28}	0_{28x3}	0_{28x4}		e6 _{28x1}	(EQ 5.24)
e7 _{3x1}		0 _{3x28}	I_{3x3}	0_{3x4}	0_{3x125}	0_{3x3}	0_{3x8}	0_{3x4}	0_{3x28}	0_{3x125}	0_{3x3}	$\boldsymbol{0}_{3x8}$	0_{3x4}	0_{28x28}	0_{3x3}	I_{3x3}	0_{3x4}	0 _{3x125}	0_{3x3}	0_{3x8}	0_{3x4}	0_{3x28}	I_{3x3}	0_{3x4}		f7 _{3x1}	
f8 _{3x1}		0 _{3x28}	0_{3x3}	0_{3x4}	0_{3x125}	I_{3x3}	0_{3x8}	0_{3x4}	0_{3x28}	0 _{3x125}	0_{3x3}	0_{3x8}	0_{3x4}	0_{3x28}	$-I_{3x3}$	0_{3x3}	0_{3x4}	0 _{3x125}	0_{3x3}	0_{3x8}	0_{3x4}	0_{3x28}	0_{3x3}	0_{3x4}		e8 _{3x1}	
f9 _{4x1}		0 _{4x28}	0_{4x3}	$I_{4x4} \\$	0_{4x125}	0_{4x3}	$MT_{\!$	0_{4x4}	0_{4x28}	0_{4x125}	0_{4x3}	$\boldsymbol{0}_{4x8}$	0_{4x4}	$\boldsymbol{0}_{4x28}$	0_{4x3}	0_{4x3}	0_{4x4}	0 _{4x125}	0_{4x3}	0_{4x8}	0_{4x4}	0_{4x28}	0_{4x3}	0_{4x4}		e9 _{4x1}	
f10 _{125x1}		0 _{125x28}	0 _{125x3}	0_{125x4}	$I_{125x125}$	0 _{125x3}	0 _{125x8}	0_{125x4}	0_{125x28}	0 _{125x125}	0 _{125x3}	0 _{125x8}	0 _{125x4}	0_{125x28}	0_{125x3}	0 _{125x3}	0 _{125x4}	0 _{125x125}	0 _{125x3}	0_{125x8}	0 _{125x4}	0 _{125x28}	0_{125x3}	0 _{125x4}		el0 _{125x1}	
f11 _{3x1}		0 _{3x28}	0_{3x3}	0_{3x4}	0 _{3x125}	I_{3x3}	0_{3x8}	0_{3x4}	$0_{_{3x28}}$	0 _{3x125}	0_{3x3}	0_{3x8}	0_{3x4}	0_{3x28}	0_{3x3}	0_{3x3}	0_{3x4}	0 _{3x125}	0_{3x3}	0_{3x8}	0_{3x4}	0_{3x28}	0_{3x3}	0_{3x4}		el l_{3x1}	
f11 _{8x1}		0 _{8x28}	0_{8x3}	0_{8x4}	0_{8x125}	0_{8x3}	I_{8x8}	0_{8x4}	0_{8x28}	0 _{8x125}	$0_{8\mathrm{x}3}$	0_{8x8}	0_{8x4}	0_{8x28}	0_{8x3}	0_{8x3}	0_{8x4}	0 _{8x125}	$0_{8\mathrm{x}3}$	$0_{8\mathrm{x}8}$	0_{8x4}	0_{8x28}	0_{8x3}	0_{8x4}		el l _{8x1}	
$f11_{4x1}$		0 _{4x28}	0_{4x3}	0_{4x4}	0_{4x125}	0_{4x3}	0_{4x8}	$I_{4x4} \\$	0_{4x28}	0_{4x125}	0_{4x3}	$\boldsymbol{0}_{4x8}$	0_{4x4}	$\boldsymbol{0}_{4x28}$	0_{4x3}	$\boldsymbol{0}_{4x3}$	0_{4x4}	0 _{4x125}	0_{4x3}	0_{4x8}	0_{4x4}	0_{4x28}	0_{4x3}	$0_{4\mathrm{x}4}$		el 1 _{4x1}	
f12 _{28x1}		0 _{28x28}	0_{28x3}	$\boldsymbol{0}_{28x4}$	0_{28x125}	0_{28x3}	0_{28x8}	0_{28x4}	I_{28x28}	0_{28x125}	0_{28x3}	0_{28x8}	0_{28x4}	0_{28x28}	0_{28x3}	0_{28x3}	0_{28x4}	0 _{28x125}	0_{28x3}	0_{28x8}	0_{28x4}	0_{28x28}	0_{28x3}	0_{28x4}		el2 _{28x1}	-
f13 _{3x1}		0 _{3x28}	0_{3x3}	0_{3x4}	0 _{3x125}	I_{3x3}	0_{3x8}	0_{3x4}	0_{3x28}	0_{3x125}	0_{3x3}	$\boldsymbol{0}_{3x8}$	0_{3x4}	0_{3x28}	$-I_{3x3}$	0_{3x3}	0_{3x4}	0 _{3x125}	0_{3x3}	0_{3x8}	0_{3x4}	0_{3x28}	0_{3x3}	0_{3x4}		el 3 _{3x1}	
f14 _{4x1}		0 _{4x28}	0 _{4x3}	I_{4x4}	0_{4x125}	0_{4x3}	0_{4x8}	I_{4x4}	0_{4x28}	0 _{4x125}	0_{4x3}	0_{4x8}	0_{4x4}	0_{4x28}	0_{4x3}	0_{4x3}	0_{4x4}	0 _{4x125}	0_{4x3}	0_{4x8}	0_{4x4}	0_{4x28}	0_{4x3}	0 _{4x4}	ļ	e14 _{4x1}	

89

Ĵ

4. SIMULAÇÃO DO MODELO DO VEÍCULO COM CHASSI FLEXÍVEL

4.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo são apresentados os modos de vibrar e as freqüências naturais do modelo flexível completo do veículo com chassi flexível e também alguns dos resultados obtidos com a simulação da passagem do veículo por sobre um obstáculo obliquamente posicionado em relação à direção de seu deslocamento.

A partir dos dois modelos apresentados no Capítulo 3 (rígido e flexível), foram obtidos dois conjuntos de resultados distintos, em termos do comportamento dinâmico de algumas variáveis representativas de ambos os sistemas físicos analisados.

Assim, curvas que descrevem a evolução no tempo de algumas grandezas físicas, tais como, deslocamentos e ângulo de torção do chassi, deformações das molas das suspensões e esforços no contato pneu/solo, puderam ser comparadas entre modelos e também com os resultados obtidos por Da ROCHA (1998).

4.2 FREQÜÊNCIAS NATURAIS E MODOS DE VIBRAR DO MODELO FLEXÍVEL COMPLETO

Em seu trabalho, Da ROCHA (1998) considera a existência de massas pontuais em cada um dos 40 nós das duas longarinas do chassi, no sentido de contabilizar os efeitos de um carregamento parcial aplicado sobre o chassi no valor de 104967 N, para o cálculo das freqüências naturais e modos de vibrar de seu veículo. Logo,

$$(\underbrace{104967}_{\substack{\text{carregamento}\\\text{parcial}\\(N)}} \div \underbrace{9,81}_{\substack{\text{caleração}\\\text{da}\\\text{gravidade}\\(m/s^2)}} \div \underbrace{40}_{\substack{\text{quantidade}\\\text{de nós nas}\\\text{longarinas}}} = \underbrace{196,225}_{\substack{\text{massas}\\\text{pontuais}\\(kg)}}$$
(EQ 4.1)

Desta forma, os elementos da diagonal da matriz de massa do chassi flexível, M, referentes aos graus de liberdade de translação vertical dos 40 nós posicionados sobre as longarinas foram acrescidos de um valor igual a 196,225, dando origem a uma nova matriz de massa global, Mg_{cp}, e a uma nova matriz de rigidez global, Kg_{cp}, (o índice cp aponta para a condição de carregamento parcial).

Os autovalores e os autovetores do sistema dinâmico representado pelo veículo com chassi flexível analisado por Da ROCHA (1998) foram, então, obtidos por meio do comando eig(Kg_{cp},Mg_{cp}), no programa *Matlab*®.

Conforme esperado, os valores das dez primeiras freqüências naturais e os respectivos modos de vibrar foram exatamente os mesmos obtidos por Da ROCHA (1998), cujos resultados, apresentados na forma de uma tabela, encontram-se reproduzidos a seguir:

TAB. 4.1 As dez primeiras freqüências naturais do veículo com chassi flexível sob carregamento parcial e a descrição dos respectivos modos de vibração (Da ROCHA, 1998).

Freqüência natural	Descrição do modo
1 ^a 1,235 Hz	Movimento de <i>pitch</i> do chassi.
2 ^a 1,379 Hz	Primeiro modo de torção do chassi, maior deformação na parte dianteira.
3 ^a 1,626 Hz	Movimento de bounce da parte traseira do chassi.
4 ^a 1,655 Hz	Movimento de <i>roll</i> do chassi, com a maior deformação na parte traseira.
5 ^a 2,307 Hz	Movimento de bounce, em fase, dos dois assentos dos passageiros,
	juntamente com o movimento de bounce da parte dianteira do chassi.
6 ^a 2,511 Hz	Movimento de bounce, fora de fase, dos dois assentos dos passageiros,
	juntamente com uma variação do primeiro modo de torção do chassi
	(segundo modo).
7 ^a 4,015 Hz	Movimento de flexão do chassi (beaming) com a maior deformação na
	parte traseira.
8 ^a 4,489 Hz	Combinação dos movimentos de <i>roll</i> e <i>beaming</i> no chassi.
9 ^a 8,862 Hz	Movimento de bounce do motor, juntamente com a flexão do chassi
	(beaming).
10 ^a 11,306 Hz	Combinação dos movimentos de <i>pitch</i> e <i>beaming</i> .

Os três movimentos de corpo rígido mencionados na descrição dos modos de vibrar feita pela TAB. 4.1 (*pitch, bounce* e *roll*) têm suas definições apresentadas na FIG. 4.1.



FIG. 4.1 Movimentos de corpo rígido. (a) Pitch. (b) Bounce. (c) Roll.

Nas FIG. 4.2 até 4.5, são apresentados os quatro primeiros modos de vibrar do veículo com chassi flexível e parcialmente carregado, descritos na TAB. 4.1. Nestas figuras, como normalização, atribuiu-se o valor unitário ao maior deslocamento vertical do chassi. Os cubos desenhados com linhas tracejadas são apenas uma referência, e representam as posições originalmente ocupadas pelos passageiros e pelo motor (cubos desenhados com linhas cheias) na condição inicial (antes da deformação dos elementos flexíveis).

Além disso, não se representaram, para maior clareza na apresentação, os subsistemas da suspensão, posto que os elementos capacitores (molas) destes subsistemas têm suas deformações "prescritas" através de uma relação geométrica de semelhança de triângulos (Da ROCHA, 1998). Estas relações podem ser facilmente deduzidas com base na FIG. 3.13 b, a partir da qual pode-se interpretar que a deformação da mola da suspensão é função:

a) dos deslocamentos dos dois graus de liberdade do chassi, com velocidades V_1 e V_2 , onde estão acopladas as extremidades da barra rígida; e

b) do deslocamento vertical da extremidade da mola que recebe o fluxo prescrito.



FIG. 4.2 Primeiro modo de vibrar do modelo flexível completo ($\omega_1 = 1,235$ Hz).


FIG. 4.3 Segundo modo de vibrar do modelo flexível completo ($\omega_2 = 1,379$ Hz).



FIG. 4.4 Terceiro modo de vibrar do modelo flexível completo ($\omega_3 = 1,626$ Hz).



FIG. 4.5 Quarto modo de vibrar do modelo flexível completo ($\omega_4 = 1,655$ Hz).

4.3 ESPALHAMENTO DE FREQÜÊNCIAS

Foi realizada a análise do efeito conhecido como espalhamento de freqüências naturais, induzido em sistemas de parâmetros distribuídos pelo acoplamento de subsistemas de parâmetros concentrados. Para melhor caracterizar o fenômeno, foram analisadas as freqüências naturais de três sistemas distintos:

- a) o formado pelo chassi flexível do veículo parcialmente carregado (sistema chassi);
- b) o formado pelo motor do veículo (sistema motor); e
- c) o formado pelo acoplamento entre chassi e motor (sistema chassi + motor).

O grafo que representa o sistema chassi + motor é apresentado na FIG. 4.6, onde g é a aceleração da gravidade, m_3 , k_3 e b_3 são referenciados à TAB. 3.6 e Q é definido pela EQ 3.1.



FIG. 4.6 Grafo multiligação do sistema chassi + motor.

Para o cálculo das freqüências naturais do sistema chassi + motor, foi adotado o procedimento apresentado na Seção 3.7. Como resultado, obtiveram-se as matrizes

características do campo armazenador independente, S_I , e do campo dissipador, L, e a matriz estrutura de junção, J (ver EQ 4.2).

		$S_I =$	$\begin{bmatrix} M_{cp168x1}^{-1} \\ 0_{168x168} \\ 0_{1x168} \\ 0_{1x168} \end{bmatrix}$			$\begin{array}{ccc} & 0_{168x1} \\ & 0_{168x1} \\ & 0_{168x1} \\ n_3^{-1} \\ 0 \\ 0 \\ k_3 \end{array}$,			Ι	$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{cp168x} \\ 0_{1x16x} \end{bmatrix}$	₁₆₈ 0 ₁₆ 8 b	8x1 3		
	0 _{28x28}	0_{28x1}	0 _{28x139}	0_{28x1}	I _{28x28}	0 _{28x139}	0_{28x1}	0_{28x28}	0_{28x1}	0_{28x1}	0 _{28x139}	0_{28x1}	0_{28x28}	0 _{28x1}	
	0 _{1x28}	0	0 _{1x139}	0	0 _{1x28}	0 _{1x139}	0	0 _{1x28}	1	0	0 _{1x139}	0	0 _{1x28}	0	
	0 _{139x28}	0_{139x1}	0 _{139x139}	0_{139x1}	0_{139x28}	$-I_{139x139}$	0_{139x1}	0_{139x28}	0_{139x1}	0_{139x1}	$-I_{139x139}$	0_{139x1}	0_{139x28}	0 _{139x1}	
	0 _{1x28}	0	0 _{1x139}	0	0_{1x28}	0 _{1x139}	-1	0_{1x28}	0	-1	0 _{1x139}	-1	0_{1x28}	-1	
	I _{28x28}	0_{28x1}	0 _{28x139}	0_{28x1}	0_{28x28}	0 _{28x139}	0_{28x1}	$-I_{28x28}$	0_{28x1}	0_{28x1}	0_{28x139}	0_{28x1}	$-I_{28x28}$	0 _{28x1}	(EO 4.2)
	0 _{139x28}	0_{139x1}	I _{139x139}	0_{139x1}	0_{139x28}	$0_{139x139}$	0_{139x1}	0_{139x28}	0_{139x1}	0_{139x1}	0 _{139x139}	0_{139x1}	0_{139x28}	0 _{139x1}	
I –	0 _{1x28}	0	0 _{1x139}	1	0_{1x28}	0 _{1x139}	0	0_{1x28}	0	0	0 _{1x139}	0	0_{1x28}	0	
5 –	0 _{28x28}	0_{28x1}	0 _{28x139}	0_{28x1}	I_{28x28}	0 _{28x139}	0_{28x1}	0_{28x28}	0_{28x1}	0_{28x1}	0 _{28x139}	0_{28x1}	0_{28x28}	0 _{28x1}	
	0 _{1x28}	1	0 _{1x139}	0	0_{1x28}	0 _{1x139}	0	0_{1x28}	0	1	0 _{1x139}	0	0_{1x28}	1	
	0 _{1x28}	0	0 _{1x139}	1	0 _{1x28}	0 _{1x139}	0	0 _{1x28}	-1	0	0 _{1x139}	0	0 _{1x28}	0	
	0 _{139x28}	0_{139x1}	I _{139x139}	0_{139x1}	0_{139x28}	$0_{139x139}$	0_{139x1}	0_{139x28}	0_{139x1}	0_{139x1}	$0_{139x139}$	0_{139x1}	0_{139x28}	0 _{139x1}	
	0 _{1x28}	0	0 _{1x139}	1	0_{1x28}	0 _{1x139}	0	0_{1x28}	0	0	0 _{1x139}	0	0_{1x28}	0	
	0 _{28x28}	0_{28x1}	0 _{28x139}	0_{28x1}	I _{28x28}	0 _{28x139}	0_{28x1}	0_{28x28}	0_{28x1}	0_{28x1}	0 _{28x139}	0_{28x1}	0_{28x28}	0 _{28x1}	
	0 _{1x28}	0	0 _{1x139}	1	0_{1x28}	0 _{1x139}	0	0_{1x28}	-1	0	0 _{1x139}	0	0_{1x28}	0	

onde M_{cp} e B_{cp} são, respectivamente, as matrizes de massa e de amortecimento do chassi flexível parcialmente carregado, K é a matriz de rigidez do chassi flexível, e m₃, k₃ e b₃ são dados pela TAB. 3.6.

A TAB. 4.2 apresenta os valores das freqüências naturais obtidas para os sistemas chassi, motor e chassi + motor, até o limite de 27,45 Hz.

A FIG. 4.7 ilustra graficamente o espalhamento das freqüências naturais do chassi devido à acomodação de uma nova freqüência natural, provocada pelo acoplamento do motor.

Eventuais alterações nos valores das freqüências naturais de um sistema estrutural, devido ao acoplamento de um subsistema de parâmetros concentrados, são sempre no sentido de um maior afastamento em relação à freqüência natural que está sendo "introduzida", daí o emprego do termo espalhamento para a caracterização do fenômeno.

Pode-se observar, a partir da FIG. 4.7, que, na formação do sistema chassi + motor, a segunda freqüência natural do chassi, $\omega_{2,1}$, sofreu um decréscimo (deslocamento para a esquerda), $\omega_{4,1}$ e $\omega_{6,1}$ foram majoradas (deslocamento para a direita) e $\omega_{1,1}$, $\omega_{3,1}$, $\omega_{5,1}$, $\omega_{7,1}$ e $\omega_{8,1}$ permaneceram inalteradas, confirmando o efeito esperado de espalhamento em torno da freqüência natural do motor, $\omega_{1,2}$.



TAB. 4.2 Freqüências naturais (Hz) dos sistemas chassi, motor e chassi + motor, menores ou

iguais a 27,450 Hz.

FIG. 4.7 Espalhamento de freqüências naturais.

4.4 SIMULAÇÃO DA PASSAGEM DO VEÍCULO COM CHASSI FLEXÍVEL SOBRE OBSTÁCULO

O sistema de equações diferenciais ordinárias que define o modelo matemático global do modelo flexível completo (EQ 3.10) caracteriza um sistema do tipo *stiff* (Da ROCHA, 1998). Um sistema é chamado de *stiff*, quando os seus autovalores diferem muito uns dos outros. Particularmente, em sistemas mecânicos, isto significa que as freqüências naturais do sistema estão muito dispersas. Esta "dispersão" das freqüências naturais apresenta uma forte relação com o sistema estrutural, pois à medida que se refina a discretização através do Método dos Elementos Finitos, freqüências cada vez mais altas são incorporadas ao modelo. No caso do veículo com chassi flexível submetido a carregamento parcial, as freqüências naturais extremas são a 1ª e a 171ª, respectivamente iguais a 1,23 Hz (TAB. 4.1) e 14423,75 Hz.

Ao se tentar utilizar algoritmos "não especializados" na solução de *stiff systems*, como, por exemplo, métodos de Runge-Kutta explícitos, deve-se adotar um passo de integração cuja ordem de grandeza seja, na melhor das hipóteses, inversamente proporcional ao valor do maior autovalor, o que pode ocasionar um crescimento excessivo do tempo de computação.

Assim, para a simulação do diagrama de blocos da FIG. 3.21, foi necessário selecionar, dentre as opções de métodos de integração numérica (*solvers*) disponíveis na biblioteca do *Simulink*®, um algoritmo especializado na resolução de problemas *stiff*, o ode15s, que apresentou o menor tempo de simulação, além de ser o recomendado para o caso, segundo orientação contida no manual do programa: "Se suspeitar que um problema é *stiff*, ou se *ode45* falhar ou for muito ineficiente, tente *ode15s*".

Por uma questão de coerência, visando maximizar a compatibilidade entre as simulações, a fim de possibilitar a comparação dos resultados obtidos, na simulação do diagrama de blocos da FIG. 3.22, referente ao modelo completo do veículo com chassi rígido, também se utilizou o *ode15s* como método de integração numérica, muito embora, neste caso, o problema, por não ser *stiff*, pudesse ter sido tratado por meio de outras rotinas, como, por exemplo, o *ode45*, *default* do *Simulink*®.

👿 untitled * 👘			🛃 Simulation Parameters: untitled 🛛 📃 🔳 🔀
<u>File E</u> dit <u>V</u> iew	Simulation Format Tools Help		
0 2 8	Start Ctrl+7		Solver Wolkspace I/O Diagnostics Advanced Hearnine Wolkshop
	Stop		Simulation time
	Simulation parameters Ctrl+E		Start time: 0.0 Stop time: 15.0
	Mechanical environment		Solver options
	✓ Normał		Type: Variable-step 💌 ode15s (stiff/NDF) 💌
	<u>A</u> ccelerator		
	External		Max step size: auto Relative tolerance: 1e-3
		_	Min step size: auto Absolute tolerance: auto
			Initial step size: auto Maximum order: 5 💌
			Output options
			Refine output Refine factor: 1
S 100%	ode15s		OK Cancel Help Apply

FIG. 4.8 Janela com as opções do método de integração numérica do Simulink®.

Na FIG. 4.8, são mostradas as opções do método de integração numérica (*solver options*) utilizadas para simular ambos os modelos do veículo (as opções do método de integração numérica podem ser especificadas na guia "*Solver*" da caixa de diálogo "*Simulation Parameters*", opção do menu "*Simulation*").

Conforme antecipado na seção 3.1, simulou-se a passagem do veículo sobre um obstáculo, segundo um ângulo oblíquo. A FIG. 4.9 apresenta o leiaute do obstáculo utilizado neste trabalho (obstáculo atual).



FIG. 4.10 Vista superior do veículo e do obstáculo original.

O leiaute do obstáculo originalmente concebido por Da ROCHA (1998) e utilizado em seu trabalho (obstáculo original) é apresentado na FIG. 4.10.

Os fluxos prescritos fornecidos às suspensões pela fonte vetorial S_{fs} nos grafos da FIG. 3.20 (bloco Sfs, no diagrama da FIG. 3.18) são obtidos a partir da transformação geométrica que os eixos rígidos aplicam sobre as velocidades de excitação de base no contato dos pneus com o solo. Nos grafos da FIG. 3.20, poder-se-ia ter incluído esta transformação através do acoplamento de um multitransformador após a fonte S_{fs} , ou seja, entre a fonte de fluxo e a junção vetorial <u>1</u>. Isto implicaria na incorporação desta transformação diretamente pelo modelo matemático do veículo. Neste caso, os valores dos fluxos fornecidos pela fonte vetorial deveriam ser os da própria excitação de base.

Na FIG. 4.11, são mostradas as dimensões dos eixos do veículo, considerados iguais, e que dão origem à transformação da EQ 4.3 para um dos eixos.



FIG. 4.11 Vista frontal do eixo rígido do veículo (dimensões em mm).

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_{a} \\ \mathbf{V}_{b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1485}{2100} & \frac{615}{2100} \\ \frac{615}{2100} & \frac{1485}{2100} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{1} \\ \mathbf{V}_{2} \end{bmatrix}$$
(EQ 4.3)

Esta mesma transformação é utilizada na definição da força de contato dos pneus com o solo em função dos esforços fornecidos na multiligação 17 do grafo da FIG. 3.20 (esforço que chega à porta de saída e17, no diagrama de blocos da FIG. 3.18).

Neste trabalho, o caminho a ser descrito por cada uma das rodas ao passar pelo obstáculo é idêntico ao de uma curva de perfil senoidal com amplitude de 0,05 m e 0,9 m de comprimento de onda, com deslocamento em relação ao eixo das abscissas igual a 0,05 m. Assim, cada uma das rodas inicia sua trajetória por sobre o obstáculo ao encontrar-se com o ponto de mínimo da curva descrita (ver FIG. 4.12), realizando a sua abordagem de maneira suave, contínua e progressiva, sem variações bruscas de velocidade.



FIG. 4.12 Vista em corte, paralelo a xz, do obstáculo atual.

A FIG. 4.13 apresenta o perfil do obstáculo originalmente concebido por Da ROCHA (1998) e utilizado em seu trabalho. Neste caso, existem duas descontinuidades em relação à velocidade vertical do centro da roda: um salto de 0 a 0,7 m/s, na transição entre o plano horizontal e a rampa de subida, e uma alteração súbita entre –0,7 m/s e 0, na saída do obstáculo, quando a roda encontra novamente o plano horizontal. Estas variações instantâneas de velocidade, que poderiam ser interpretadas fisicamente como picos de aceleração, acabam se refletindo em alguns dos gráficos obtidos por Da ROCHA (1998) (grandes acelerações envolvem esforços proporcionalmente grandes).



FIG. 4.13 Vista em corte, paralelo a xz, do obstáculo original.

Adotando-se as hipóteses simplificadoras segundo as quais: a) o ponto de contato entre pneu e obstáculo permanece sempre alinhado com a vertical que passa pelo centro da roda; e b) os pneus são rígidos; e, ainda, observando-se que a curva da FIG. 4.12 possui 0,05 m de amplitude, então, pode-se descrever o deslocamento vertical (z_r), em metros, do centro de cada roda do veículo, ao rolar por sobre a superfície do obstáculo atual, em função do tempo (t), em segundos, e da freqüência angular (ω), em radianos por segundo, por meio da seguinte equação:

$$z_r = 0.05 - 0.05 \cdot \cos(\omega \cdot t)$$
 (EQ 4.4)

Uma vez que a curva da FIG. 4.12 possui comprimento de onda (L) igual 0,9 m e que o veículo desloca-se a uma velocidade longitudinal constante (V_x) igual a 10 km/h, ou 2,78 m/s, o período (T), em segundos, será igual a L/V_x, ou 0,324 s. Logo, o valor de ω , na EQ 4.4, será igual a 2· π /T, ou (500· π /81) rad/s.

A velocidade vertical (v_r), em metros por segundo, do centro de cada roda do veículo, ao rolar por sobre a superfície do obstáculo atual, será igual à derivada de z_r em relação ao tempo:

$$v_r = 25 \cdot \pi/81 \cdot \text{sen}(500 \cdot \pi/81 \cdot t)$$
 (EQ 4.5)

Conforme se pode observar na FIG. 4.8, foram estabelecidos, para tempo de início (*Start time*) e tempo de encerramento (*Stop time*) da simulação, os valores de 0,0 e 15,0 segundos, respectivamente. Nesse período, a velocidade longitudinal de deslocamento do veículo foi mantida constante e igual a 10 km/h. Todas as simulações partiram de uma condição inicial nula para todas as variáveis de estado. Uma vez que se constatou serem necessários de três a quatro segundos para o sistema atingir a condição de equilíbrio estático sob ação da força peso, o veículo somente começa a sofrer a influência da excitação de base no quinto segundo de simulação, quando a roda dianteira esquerda encontra-se com o obstáculo atual. Após todas as quatro rodas terem transposto o obstáculo, o que leva, aproximadamente, três segundos (ver FIG. 4.14), o restante da simulação é utilizado para que o veículo atinja, novamente, o equilíbrio estático.



FIG. 4.14 Deslocamento vertical do centro de cada roda ao longo da simulação.

Os tempos de simulação, em segundos, em que cada uma das quatro rodas do veículo realiza a abordagem do obstáculo atual são apresentados seguir:

$$t_{1} = 5$$

$$t_{2} = t_{1} + \text{bitola} \times \tan(30^{\circ}) / V_{x} = 5 + 0.252 \times 3^{\frac{1}{3}}$$

$$t_{3} = t_{1} + \text{entre-eixos} / V_{x} = 6.8954$$

$$t_{4} = t_{3} + \text{bitola} \times \tan(30^{\circ}) / V_{x} = 6.8954 + 0.252 \times 3^{\frac{1}{3}}$$

(EQ 4.6)

onde t_1 , t_2 , t_3 e t_4 definem-se por meio da FIG. 4.14, a bitola é igual a 2,1 m (ver FIG. 4.11) e o entre-eixos é igual à distância entre os nós 18 e 40 na FIG. 3.4 (5,265 m).

A fonte vetorial de fluxo S_{f_s} nos grafos da FIG. 3.20 é modelada, no *Simulink*®, por meio do bloco Sfs no diagrama da FIG. 3.18, e seu conteúdo é apresentado na FIG. 4.15. O fluxo em uma determinada roda é obtido por meio do produto (realizado em um bloco *Product*) entre os sinais produzidos por uma fonte senoidal (*Sine Wave*) e por um gerador de pulsos (*Pulse Generator*). Os quatro sinais escalares com os fluxos de cada uma das rodas são, então, reunidos num único sinal vetorial, por meio de um multiplexador (*Mux*). Antes de seguir para as suspensões, este sinal ainda é pré-multiplicado por uma matriz constante, ao passar pelo bloco de ganho matricial (*Matrix Gain*), a fim de se contabilizar o efeito transformador descrito pela EQ 4.3.



FIG. 4.15 Conteúdo do bloco Sfs no diagrama de blocos da FIG. 3.18.

No diagrama da FIG. 4.15, as fontes senoidais e os geradores de pulsos numerados de 1 a 4 estão associados, respectivamente, às rodas dianteira esquerda, dianteira direita, traseira esquerda e traseira direita. A porta de saída 2, excitação, permite a passagem, para um bloco medidor, do sinal com os fluxos das rodas, o qual, depois de integrado no tempo, permitirá a análise dos deslocamentos verticais das rodas ao longo da simulação (ver FIG. 4.14).

Os parâmetros para a configuração das fontes senoidais e dos geradores de pulsos no diagrama de blocos da FIG. 4.15 são apresentados na FIG. 4.16 e na TAB. 4.3.

Block Parameters: Sine Wave 🛛 🛛 🕅	Block Parameters: Pulse Generator
Sine Wave	Pulse Generator
Output a sine wave where the sine type determines the computational technique used. The parameters in the two types are related through: Samples per period = 2*pi / (Frequency * Sample time) Number of offset samples = Phase * Samples per period / (2*pi)	Generate pulses at regular intervals where the pulse type determines the computational technique used. Time-based is recommended for use with a variable step solver, while Sample-based is recommended for use with a fixed step solver or within a discrete portion of a model using a variable step solver.
Use the sample-based sine type if numerical problems due to running for	Parameters
large times (e.g. overnow in absolute time) occur.	Pulse type: Time based
Parameters	Amplitude:
Sine type: Time based	1
Amplitude:	Period (secs):
25*pi/81	20
Bias:	Pulse Width (2 of period):
0	1.62
Frequency (rad/sec):	Phase delau (seco)
500°pi/81	
Phase (rad):	I I Interpret vector parameters as 1-D
Sample time:	OK Cancel Help Apply
0	
✓ Interpret vector parameters as 1-D	
OK Cancel <u>H</u> elp <u>Apply</u>	

FIG. 4.16 Janelas com os parâmetros das fontes de sinais no diagrama de blocos da FIG. 4.15, fase e atraso exclusive.

TAB. 4.3 Fases das fontes senoidais e atrasos dos geradores de pulsos no diagrama de blocos da FIG. 4.15.

Bloco	Fase (rad) Phase (rad)	Bloco	Atraso (s) Phase delay (secs)
Sine Wave1	$-\omega \cdot t_1$	Pulse Generator1	t ₁
Sine Wave2	$-\omega \cdot t_2$	Pulse Generator2	t ₂
Sine Wave3	$-\omega \cdot t_3$	Pulse Generator3	t ₃
Sine Wave4	$-\omega \cdot t_4$	Pulse Generator4	t_4

Na TAB. 4.3, $\omega = (500 \cdot \pi/81)$ rad/s e t₁, t₂, t₃ e t₄ são dados pelas EQ 4.6.

Alguns dos resultados obtidos a partir da simulação, via *Simulink*®, dos diagramas de blocos relativos aos modelos rígido e flexível do veículo, mostrados nas FIG. 3.21 e 3.22, respectivamente, são apresentados a seguir.

Em seu trabalho, Da ROCHA (1998) optou por incorporar à matriz de massa do chassi (M) o efeito do carregamento a ele aplicado. Assim, os elementos da diagonal de M referentes aos graus de liberdade de translação vertical dos 40 nós das longarinas foram acrescidos de um valor igual a 346,225 kg, no caso do chamado carregamento máximo, o mesmo utilizado neste trabalho. Conseqüentemente, segundo esta metodologia, para cada novo carregamento, uma nova matriz de massa para a estrutura do veículo precisaria ser calculada.

Neste trabalho, contudo, entendeu-se que a matriz de massa do chassi flexível é única e independe de quaisquer outras características referentes ao carregamento que se possa adotar. No caso do modelo rígido, se a mesma lógica fosse aplicada, seria necessário recalcular os parâmetros inerciais do chassi para cada novo carregamento, adicionando-se um valor igual à massa cujo peso seria equivalente à resultante, na direção vertical, dos esforços externos atuando na estrutura do veículo.

Desta forma, como a matriz de massa de Da ROCHA (1998) é "maior" do que a utilizada neste trabalho, alguns resultados que refletem a inércia do modelo empregado, naturalmente, sofreram variações, conforme será possível observar.

4.4.1 FORÇAS VERTICAIS DE CONTATO COM O SOLO

Embora os leiautes dos obstáculos atual e original sejam diferentes, pode-se notar, das FIG. 4.10 e 4.11, que eles são simétricos em relação ao plano de simetria do veículo. Conseqüentemente, as curvas mostradas por Da ROCHA (1998) para a força de contato com o solo dos pneus à esquerda de seu veículo deverão ser comparadas às curvas obtidas, neste trabalho, para os pneus do lado direito.

A velocidade de passagem do veículo sobre o obstáculo foi limitada a 10 km/h durante a simulação, devido ao sinal da força de contato do pneu com o solo. Esta força é obtida a partir do esforço na multiligação 17 (ver FIG. 3.20) que o veículo fornece ao eixo rígido, representada, no diagrama de blocos da FIG. 3.18, pelo sinal vetorial que chega à porta de saída e17.

Com a matriz de transformação da EQ 4.3, pode-se obter a força de contato com o solo em cada uma das rodas a partir dos esforços componentes do sinal e17. As forças componentes deste vetor não podem inverter o seu sinal durante a simulação, uma vez que isto significaria ter-se um pneu "tracionado", o que é interpretado fisicamente como a perda de contato do pneu com o solo.

As FIG. 4.17 e 4.19 apresentam as forças verticais no contato com o solo dos pneus à direita do chassi nos modelos rígido e flexível, obtidas a partir dos 2° e 4° esforços na multiligação nº 17 dos grafos da FIG. 3.20, que correspondem, respectivamente, aos 2° e 4° componentes do sinal vetorial e17, na porta de saída nº 3 do diagrama de blocos da FIG. 3.18.



FIG. 4.17 Força vertical de contato pneu/solo na roda direita do eixo dianteiro.(a) Modelo rígido. (b) Modelo flexível.



FIG. 4.18 Força de contato da roda dianteira esquerda, veículo sob carregamento máximo (Da ROCHA, 1998).

As FIG. 4.18 e 4.20 são cópias dos gráficos obtidos por Da ROCHA (1998) para as reações, com o veículo totalmente carregado, nas rodas dianteira esquerda e traseira esquerda, respectivamente.



FIG. 4.19 Força vertical de contato pneu/solo na roda direita do eixo traseiro.

(a) Modelo rígido. (b) Modelo flexível.



FIG. 4.20 Força de contato da roda traseira esquerda, veículo sob carregamento máximo (Da ROCHA, 1998).

Note-se que os valores das forças de contato no equilíbrio estático obtidos a partir das FIG. 4.17 a 4.20 estão de acordo com os resultados encontrados por meio da aplicação das equações da estática: 28988,4 N para cada roda dianteira e 47039,3 N para cada roda traseira.

4.4.2 DEFORMAÇÕES DAS MOLAS DAS SUSPENSÕES

As FIG. 4.21 e 4.23 apresentam as deformações verticais dos feixes de molas das suspensões à direita do chassi para os modelos rígido e flexível, obtidas a partir da integração, no tempo, dos 2° e 4° fluxos na multiligação n° 9 do grafo da FIG. 3.20, realizada, no *Simulink*®, conduzindo-se até um bloco integrador os 2° e 4° componentes do sinal vetorial f9, que entra no bloco C:Ks-1 do diagrama de blocos da FIG. 3.18.



FIG. 4.21 Deformação vertical da mola da suspensão dianteira direita.

(a) Modelo rígido. (b) Modelo flexível.



FIG. 4.22 Deformação das duas molas dianteiras, veículo sob carregamento máximo (Da ROCHA, 1998).

As FIG. 4.22 e 4.24 são cópias dos gráficos obtidos por Da ROCHA (1998) para as deformações, com o veículo sob carregamento máximo, das duas molas dianteiras e das duas molas traseiras, respectivamente.



FIG. 4.23 Deformação vertical da mola da suspensão traseira direita.

(a) Modelo rígido. (b) Modelo flexível.



FIG. 4.24 Deformação das duas molas traseiras, veículo sob carregamento máximo (Da ROCHA, 1998).

Verifica-se que todas as curvas de deformação apresentadas nas FIG. 4.21 a 4.24 convergem para um valor igual a 15 cm, que corresponde exatamente ao deslocamento estático considerado no dimensionamento das constantes de rigidez das molas das suspensões (Seção 3.5.1).

4.4.3 ÂNGULO DE TORÇÃO DO CHASSI

A diferença entre os ângulos que as travessas dianteira e traseira formam com a horizontal fornece uma estimativa da torção a que o chassi fica sujeito durante a simulação da passagem sobre o obstáculo. A FIG. 4.25 apresenta a convenção de sinais adotada para o ângulo das travessas.



FIG. 4.25 Convenção de sinais utilizada na definição dos ângulos das travessas.

O ângulo de torção do chassi flexível (θ_c) é calculado por meio da EQ 4.7 (Da ROCHA, 1998).

$$\theta_{\rm C} = \underbrace{\arctan\left(\frac{q6(1) - q6(2)}{L}\right)}_{\theta_{\rm D}} - \underbrace{\arctan\left(\frac{q6(27) - q6(28)}{L}\right)}_{\theta_{\rm T}}$$
(EQ 4.7)

onde θ_D e θ_T são, respectivamente, os ângulos das travessas dianteira e traseira, definidos com base na FIG. 4.25, L é o comprimento das travessas e q6(1), q6(2), q6(27) e q6(28) são os deslocamentos verticais dos nós das extremidades das travessas dianteira e traseira, obtidos a partir da integração, no tempo, dos 1°, 2°, 27° e 28° fluxos na multiligação n° 6 da FIG. 3.20, realizada, no *Simulink*®, conduzindo-se até um bloco integrador os 1°, 2°, 27° e 28° componentes do sinal vetorial f6, que entra no bloco C do diagrama de blocos da FIG. 3.6. Como, por hipótese, o chassi do modelo rígido é indeformável, o seu ângulo de torção será sempre nulo, conforme indicado na FIG. 4.26a.



FIG. 4.26 Ângulo de torção do chassi. (a) Modelo rígido. (b) Modelo flexível.

A FIG. 4.27 é cópia do gráfico obtido por Da ROCHA (1998) para o ângulo de torção do chassi, na condição de carregamento máximo do veículo.



FIG. 4.27 Ângulo de torção do chassi (Da ROCHA, 1998).

Com base na FIG. 4.26b, percebe-se que, ao longo dos 15 s de simulação, o ângulo de torção máximo experimentado pelo chassi flexível é de, aproximadamente, 5°.

4.4.4 ACELERAÇÕES DOS PASSAGEIROS E DO MOTOR

As FIG. 4.28 e 4.30 apresentam as acelerações dos passageiros nos modelos rígido e flexível, obtidas dividindo-se por 100 ($m_1 = m_2 = 100$ kg, TAB. 3.6) os 1° e 2° esforços na multiligação n° 7 do grafo da FIG. 3.20, ou, no *Simulink*®, conduzindo-se até um bloco de ganho igual a 0,01 os 1° e 2° componentes do sinal vetorial e7, que entra no bloco I:Mm do diagrama de blocos da FIG. 3.12.



FIG. 4.28 Aceleração do passageiro esquerdo (motorista).

(a) Modelo rígido. (b) Modelo flexível.



FIG. 4.29 Aceleração do passageiro direito (Da ROCHA, 1998).

As FIG. 4.29 e 4.31 são cópias dos gráficos obtidos por Da ROCHA (1998) para as acelerações dos passageiros direito e esquerdo, respectivamente, na condição de carregamento parcial do veículo.

Com base na mesma justificativa apresentada na Seção 4.4.1, as curvas mostradas por Da ROCHA (1998) para a aceleração do passageiro direito deverão ser comparadas às curvas obtidas, neste trabalho, para o passageiro do lado esquerdo, e vice-versa.



FIG. 4.30 Aceleração do passageiro direito. (a) Modelo rígido. (b) Modelo flexível.



FIG. 4.31 Aceleração do passageiro esquerdo (Da ROCHA, 1998).

4.4.5 POTÊNCIAS DISSIPADAS NOS AMORTECEDORES



FIG. 4.32 Potência dissipada no amortecedor dianteiro direito.

(a) Modelo rígido. (b) Modelo flexível.



FIG. 4.33 Potência dissipada no amortecedor traseiro direito.(a) Modelo rígido. (b) Modelo flexível.

As FIG. 4.32 e 4.33 apresentam, para o período compreendido entre o 4º e o 10º segundos de simulação, as potências dissipadas nos amortecedores das suspensões à direita do chassi nos modelos rígido e flexível, obtidas a partir do 2º e 4º resultados do produto, termo a termo, entre o vetor de esforços e o vetor de fluxos na multiligação nº 14 do grafo da Fig. 3.20, que correspondem, respectivamente, aos 2º e 4º componentes do sinal vetorial de saída de um bloco multiplicador no qual as entradas sejam os sinais vetoriais e14 e f14, que se conectam ao bloco R:Bs do diagrama de blocos da FIG. 3.18.

4.4.6 TENSÕES DE VON MISES

A FIG. 34 apresenta, para o período compreendido entre o 4º e o 10º segundos de simulação, as tensões de Von Mises calculadas nos nós 34 e 48 (ver FIG. 3.4) do chassi flexível, num ponto selecionado aleatoriamente, localizado 0,127 m acima da linha neutra, na face interna da alma, de acordo com o procedimento descrito por BEER e JOHNSTON, Jr (1995), considerando-se que, em cada nó, o ponto de aplicação da força cortante vertical coincide com o centróide da seção transversal correspondente.



FIG. 4.34 Tensões de Von Mises na face interna da alma da longarina direita, 0,127 m acima da linha neutra. (a) Nó 34. (b) Nó 48.

Os valores dinâmicos de momento torsor, momento fletor e força cortante para o nó 34 do chassi flexível foram obtidos a partir dos 76° e 77° esforços na multiligação nº 1 e do 16° esforço na multiligação nº 3 do grafo da FIG. 3.20, que correspondem, respectivamente, aos 76° e 77° componentes do sinal vetorial e1 e ao 16° componente do sinal vetorial e3, que entram no bloco I do diagrama de blocos da FIG. 3.6.

Com relação ao nó nº 48 do chassi flexível, os valores dinâmicos de momento torsor, momento fletor e força cortante foram obtidos a partir dos 106º e 107º esforços na multiligação nº 1 e do 22º esforço na multiligação nº 3 do grafo da FIG. 3.20, que correspondem, respectivamente, aos 106º e 107º componentes do sinal vetorial e1 e ao 22º componente do sinal vetorial e3, que entram no bloco I do diagrama de blocos da FIG. 3.6.

4.5 CONSIDERAÇÕES SOBRE O MODELO IMPLEMENTADO

Conforme citado anteriormente, as diferenças encontradas entre o modelo implementado neste trabalho e o analisado por Da ROCHA (1998) foram ocasionadas por mudanças introduzidas:

- a) no perfil do obstáculo; e
- b) na metodologia de montagem da matriz de massa do chassi.

Enquanto a primeira modificação visou, tão somente, facilitar a implementação do sinal de excitação de base no *Simulink*®, a justificativa para o procedimento adotado no cálculo da matriz de massa do chassi é mais conceitual, e encontra-se detalhada às folhas 79 e 80.

5. VEÍCULOS COM ESTRUTURA TIPO MONOBLOCO

5.1 INTRODUÇÃO

Na segunda e última etapa deste trabalho, foram realizadas a modelagem e a simulação de quatro casos envolvendo a representação da dinâmica vertical de dois veículos automotores terrestres, que correspondem, em linhas gerais:

a) a um monobloco em forma de casca prismática retangular (monobloco 1), com motor dianteiro, posicionado simetricamente em relação às laterais do veículo, e suspensão tipo feixe de molas, montada sobre dois eixos rígidos (veículo 1); e

b) a um monobloco de uma viatura blindada de transporte de pessoal (monobloco 2),
 com motor dianteiro, posicionado do lado direito do veículo, e suspensão independente, tipo
 McPherson, nas seis rodas (veículo 2).

Tal como no caso do veículo analisado por Da ROCHA (1998), na modelagem de ambos os veículos foram, inicialmente, consideradas as características referentes à flexibilidade dos monoblocos (rigidez e amortecimento estrutural) para, em seguida, adotar-se uma hipótese simplificadora segundo a qual os monoblocos foram aproximados por corpos rígidos.

Assim, foram gerados quatro modelos distintos, em função da metodologia empregada na concepção do sistema estrutural de cada um dos veículos (ver TAB. 5.1).

Sistema estrutural	Veículo 1	Veículo 2
Parâmetros concentrados	Modelo rígido_1	Modelo rígido_2
Parâmetros distribuídos	Modelo flexível_1	Modelo flexível_2

TAB. 5.1 Identificação dos modelos desenvolvidos para os veículos 1 e 2.

Os quatro modelos foram, então, simulados durante a transposição em velocidade constante de um obstáculo do tipo quebra-molas, posicionado obliquamente em relação à direção de deslocamento e idêntico àquele utilizado na simulação de Da ROCHA (1998) (ver FIG. 4.9 e 4.12).

5.2 VEÍCULO 1

Cabe observar, inicialmente, que o veículo 1 é, tão somente, um sistema hipotético, desenvolvido apenas para fins de estudo e para analisar a aplicação da metodologia de modelagem e simulação apresentada nos capítulos 3 e 4 ao se trabalhar com estruturas tipo monobloco, e sua concepção se baseou, exclusivamente, no veículo analisado por Da ROCHA (1998), com o qual guarda uma série de similaridades geométricas.

Os modelos físicos do veículo 1, FIG. 5.1 e 5.6, foram construídos com simetria em relação ao plano dos eixos longitudinal e normal para facilitar as análises de coerência dos resultados.

Três sistemas massa-mola-amortecedor foram acoplados sobre o assoalho do monobloco 1: dois deles, exatamente iguais, representam os dois passageiros e os respectivos assentos, e o terceiro, posicionado sobre o eixo de simetria longitudinal do assoalho, representa o motor.

Outrossim, os passageiros, o motor e as suspensões do veículo 1 são exatamente os mesmos utilizados por Da ROCHA (1998). Conseqüentemente, os grafos multiligação dos subsistemas acoplados correspondem, precisamente, àqueles das FIG. 3.11 e 3.17.

O monobloco do veículo 1 possui a forma de uma casca prismática retangular fechada com 10462 mm de comprimento, 1498 mm de largura, 2000 mm de altura e 1 mm de espessura, e foi todo construído em aço.

As propriedades físicas do aço utilizado na construção do monobloco do veículo 1 encontram-se relacionadas na TAB. 5.2.

TAB. 5.2 Propriedades físicas do material do monobloco 1 (aço) (baseado em Da ROCHA,
--	----------------------

,		
Propriedade física	Símbolo	Valor
Módulo de elasticidade longitudinal	Е	200 GPa
Coeficiente de Poisson	ν	0,25
Massa específica	ρ	7860 kg/m ³

1998).

Concluída a etapa de modelagem, o veículo 1 foi simulado numa condição de carregamento tal, que o peso da carga (139082,38 N) foi somado ao peso próprio do monobloco (6105,62 N) e o valor resultante foi dividido igualmente por vinte e oito pontos

diferentes da estrutura, que, no modelo flexível_1, correspondem aos nós 2, 4, 14, 16, 38, 40, 62, 64, 86, 88, 98, 100, 110, 112, 122, 124, 146, 148, 170, 172, 194, 196, 206, 208, 218, 220, 230 e 232 (ver FIG. 5.3). Assim, o esforço prescrito sobre a estrutura do veículo 1 foi modelado por meio de 28 cargas pontuais aplicadas sobre o assoalho do monobloco 1, de mesmo módulo (5185,3 N) e com direção e sentido iguais aos do vetor aceleração da gravidade local.

A seguir, é apresentado o desenvolvimento, por meio da Técnica dos Grafos de Ligação, dos modelos lineares do monobloco 1 flexível e do monobloco 1 rígido, que serão, então, devidamente acoplados aos subsistemas correspondentes aos passageiros, ao motor e às suspensões (cujos modelos são exatamente os mesmos que foram desenvolvidos por Da ROCHA, 1998, e apresentados no Capítulo 3), produzindo dois modelos globais: o flexível_1 e o rígido_1.

5.2.1 MONOBLOCO 1 FLEXÍVEL

No modelo flexível_1, considerou-se que apenas o monobloco tem função estrutural, e, como sua discretização resultou em número elevado de graus de liberdade físicos, foi seguida a metodologia para a construção do grafo multiligação genérico para estruturas sem fluxo prescrito considerando os graus de liberdade generalizados selecionados (Da SILVA, 1994), a partir da qual deve-se, inicialmente, obter as matrizes características dos campos pela aplicação sucessiva do Método dos Elementos Finitos, da técnica de decomposição modal e de um critério de seleção de modos.

5.2.1.1 MODELO FÍSICO

A FIG. 5.1 apresenta o modelo físico para o veículo 1 com monobloco flexível, formado por dois passageiros com os seus respectivos assentos, mais um veículo com um motor, uma suspensão em cada uma das quatro rodas e uma estrutura flexível discretizada por meio de 244 elementos de casca (*shallow shell*) retangulares, dotados, em cada um de seus quatro nós,

de seis graus de liberdade globais: uma translação na direção e uma rotação em torno de cada um dos eixos coordenados globais. O elemento, representado na FIG. 5.2, segue o modelo de Kirchhoff para a flexão e seu desenvolvimento detalhado encontra-se no APÊNDICE 3 (ver, também, BATHE, 1996).



FIG. 5.1 Modelo físico: veículo 1 com monobloco flexível.



FIG. 5.2 Elemento de casca (shallow shell) retangular.

Como o acoplamento dos subsistemas de parâmetros concentrados com o monobloco 1 flexível é feito através dos graus de liberdade de deslocamento vertical, deve-se colocar, na malha de elementos finitos, um nó na posição adequada onde ocorre cada uma dessas interações. Estes nós de acoplamento do monobloco 1 flexível com os subsistemas não estruturais estão indicados na FIG. 5.9.

O monobloco 1 flexível foi discretizado utilizando-se 244 elementos e 246 nós, gerando um total de 1476 graus de liberdade estruturais. Esta discretização está representada na FIG. 5.3.



FIG. 5.3 Discretização do monobloco 1 flexível (dimensões em mm).

5.2.1.2 GRAFO DE LIGAÇÃO E DIAGRAMA DE BLOCOS

Tendo-se obtido as matrizes da dinâmica do monobloco 1 flexível (M, B e K) pelo MEF, poder-se-ia utilizar um grafo multiligação para estruturas sem fluxo prescrito, similar ao da FIG. 2.2, para representar o subsistema estrutural do veículo 1.

Entretanto, optou-se pela aplicação de um método de redução de ordem, baseado na técnica de decomposição modal, com o objetivo de aliviar o esforço computacional por ocasião da simulação do modelo flexível_1, haja vista a grande quantidade de graus de liberdade físicos da estrutura (1476).

Assim, com base em Da SILVA (1994), o grafo multiligação representativo do monobloco 1 flexível considerando os graus de liberdade generalizados selecionados será o seguinte:



FIG. 5.4 Grafo multiligação do monobloco 1 flexível.

Na FIG. 5.4, as dimensões das multiligações de 1 a 5 são indicadas por n, número inteiro compreendido entre 1 e 1476, cujo valor é igual à quantidade de modos que se pretenda selecionar, \hat{M} , $\hat{B} e \hat{K}$ representam, respectivamente, as matrizes de massa, amortecimento e rigidez da estrutura em coordenadas generalizadas selecionadas ($\hat{\eta}$), \hat{F} é o vetor com as forças generalizadas associadas a $\hat{\eta}$ e N é o módulo do multitransformador.

Como se pode verificar por meio das EQ 5.1, a ordem das matrizes \hat{M} , $\hat{B} \in \hat{K}$ e do vetor \hat{F} corresponde à quantidade de modos (n) escolhido para representar o subsistema estrutural.

$$\hat{\mathbf{M}} = \mathbf{T} \cdot \boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{M} \cdot \boldsymbol{\Phi} \cdot \mathbf{T}^{\mathrm{T}}$$

$$\hat{\mathbf{B}} = \mathbf{T} \cdot \boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{B} \cdot \boldsymbol{\Phi} \cdot \mathbf{T}^{\mathrm{T}}$$

$$\hat{\mathbf{K}} = \mathbf{T} \cdot \boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{K} \cdot \boldsymbol{\Phi} \cdot \mathbf{T}^{\mathrm{T}}$$

$$\hat{\mathbf{F}} = \mathbf{T} \cdot \boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{F}$$
(EQ 5.1)

onde Φ é a matriz modal, T é a matriz de seleção de modos, M e K são, respectivamente, as matrizes de massa e de rigidez do monobloco 1 flexível, obtidas via MEF, B é a matriz de amortecimento estrutural do monobloco 1 flexível, obtida por meio da EQ 2.5 e F é um vetor coluna contendo os esforços prescritos aplicados a cada um dos 1476 graus de liberdade físicos do monobloco 1 flexível.

N é obtido por meio da transposição da matriz formada pelas colunas 87, 147, 153, 165, 171, 297, 309, 441, 453, 801, 813, 945, 957, 1089 e 1101 da matriz $T \cdot \Phi^T$. Tais colunas correspondem à translação vertical (W) dos nós onde se dá a interação entre os subsistemas acoplados e o monobloco 1 flexível (ver FIG. 5.9), uma vez que os graus de liberdade globais da estrutura foram ordenados na seqüência U, V, W, θ_X , θ_Y , θ_Z , a partir do nó 1 até o nó 246.

A FIG. 5.5 apresenta o diagrama de blocos montado a partir do grafo da FIG. 5.4 (o multitransformador de módulo N encontra-se representado no diagrama da FIG. 5.11).



FIG. 5.5 Diagrama de blocos do monobloco 1 flexível.

5.2.2 MONOBLOCO 1 RÍGIDO

No modelo rígido_1, o monobloco foi tratado como um sistema de parâmetros concentrados, seguindo-se a metodologia para a construção do grafo multiligação para a análise da dinâmica vertical de um veículo terrestre proposta por MARTINEZ (1991), SPERANZA NETO et al. (1992) e SPERANZA NETO e De MORAES (1993).

5.2.2.1 MODELO FÍSICO

A FIG. 5.6 apresenta o modelo físico para o veículo 1 com monobloco rígido, formado por dois passageiros com os seus respectivos assentos, mais um veículo com um motor, uma suspensão em cada uma das quatro rodas e uma estrutura rígida dotada dos graus de liberdade de translação vertical, de rotação em torno do eixo transversal e de rotação em torno do eixo longitudinal.



FIG. 5.6 Modelo físico: veículo 1 com monobloco rígido.

O centro de massa (CM) do monobloco 1 rígido encontra-se posicionado na interseção dos três planos de simetria da estrutura.

O sistema de eixos coordenados utilizado na análise do modelo rígido_1 é similar àquele apresentado na FIG. 5.6, porém, com sua origem localizada no CM do monobloco.

Os valores dos parâmetros físicos que definem a dinâmica de corpo rígido do monobloco 1 são apresentados na TAB. 5.3.

Parâmetro físico	Símbolo	Valor
Massa	m	951 kg
Momento de inércia em torno de x	$J_{\rm x}$	611,11 kg·m ²
Momento de inércia em torno de y	$\mathbf{J}_{\mathbf{y}}$	6907,73 kg·m ²

TAB. 5.3 Parâmetros físicos do monobloco 1.

A TAB. 5.4 apresenta as coordenadas dos pontos de aplicação das 28 cargas concentradas atuando sobre o monobloco do veículo 1. Estes pontos correspondem, no modelo flexível_1, aos nós 2, 4, 14, 16, 38, 40, 62, 64, 86, 88, 98, 100, 110, 112, 122, 124, 146, 148, 170, 172, 194, 196, 206, 208, 218, 220, 230 e 232 (ver FIG. 5.3).

Ponto	x (m)	y (m)	z (m)	Ponto	x (m)	y (m)	z (m)
2	5,231	0,435	-1	122	-0,366	0,435	-1
4	5,231	-0,435	-1	124	-0,366	-0,435	-1
14	4,506	0,435	-1	146	-1,488	0,435	-1
16	4,506	-0,435	-1	148	-1,488	-0,435	-1
38	3,776	0,435	-1	170	-2,451	0,435	-1
40	3,776	-0,435	-1	172	-2,451	-0,435	-1
62	2,896	0,435	-1	194	-3,441	0,435	-1
64	2,896	-0,435	-1	196	-3,441	-0,435	-1
86	1,557	0,435	-1	206	-3,949	0,435	-1
88	1,557	-0,435	-1	208	-3,949	-0,435	-1
98	0,916	0,435	-1	218	-4,590	0,435	-1
100	0,916	-0,435	-1	220	-4,590	-0,435	-1
110	0,275	0,435	-1	230	-5,231	0,435	-1
112	0,275	-0,435	-1	232	-5,231	-0,435	-1

TAB. 5.4 Coordenadas: cargas pontuais aplicadas sobre o monobloco 1.

A TAB. 5.5 apresenta as coordenadas dos pontos em que ocorre a interação entre o monobloco 1 rígido e os sete subsistemas a ele acoplados. Para a identificação desses pontos é utilizada a mesma numeração adotada na FIG. 5.9.

Ponto	x (m)	y (m)	z (m)		Ponto	x (m)	y (m)	z (m)
15	4,506	0	-1		76	2,427	-0,435	-1
25	4,186	0,749	-1		134	-1,007	0,435	-1
26	4,186	0,435	-1		136	-1,007	-0,435	-1
28	4,186	-0,435	-1		158	-1,969	0,435	-1
29	4,186	-0,749	-1		160	-1,969	-0,435	-1
50	3,296	0,435	-1		182	-2,933	0,435	-1
52	3,296	-0,435	-1		184	-2,933	-0,435	-1
74	2,427	0,435	-1					

TAB. 5.5 Coordenadas: pontos de acoplamento do monobloco 1 rígido com os demais subsistemas.

5.2.2.2 GRAFO DE LIGAÇÃO E DIAGRAMA DE BLOCOS

Como o CM do monobloco 1 está situado acima do plano do assoalho, sobre o qual atuam os esforços prescritos e os subsistemas acoplados, o sistema de momentos equivalente aplicado ao CM irá variar de acordo com os ângulos de rotação da estrutura em torno dos eixos x e y. A fim de contabilizar esse efeito, foram introduzidos multitransformadores modulados no grafo que representa o monobloco 1 rígido, apresentado na FIG. 5.7. As dimensões das multiligações estão indicadas entre colchetes.

Na FIG. 5.7, Mmb é a matriz característica do campo de inércias, Qmb é o vetor de esforços prescritos atuando sobre o monobloco 1 rígido e L e P são os módulos dos multitransformadores. Suas definições são dadas pelas EQ 5.2.

$$Mmb = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & J_x & 0 \\ 0 & 0 & J_y \end{bmatrix}, \qquad L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi_x & 0 \\ 0 & 0 & \cos \phi_y \end{bmatrix} \cdot NL_{3x15} + \begin{bmatrix} 0 \\ \sin \phi_x \\ \sin \phi_y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1_{1x15} \end{bmatrix}$$

$$Qmb = -5185,3 \cdot \begin{bmatrix} 1_{28x1} \end{bmatrix}, \qquad P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi_x & 0 \\ 0 & 0 & \cos \phi_y \end{bmatrix} \cdot NP_{3x28} + \begin{bmatrix} 0 \\ \sin \phi_x \\ \sin \phi_y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1_{1x28} \end{bmatrix}$$
(EQ 5.2)



FIG. 5.7 Grafo multiligação do monobloco 1 rígido.

Nas EQ 5.2, $\phi_x e \phi_y$ são os ângulos de rotação do monobloco 1 rígido em torno dos eixos x e y, respectivamente, e NL e NP são definidas pelas EQ 5.3.

$$NL = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ y_{l(1)} & y_{l(2)} & \cdots & y_{l(14)} & y_{l(15)} \\ -x_{l(1)} & -x_{l(2)} & \cdots & -x_{l(14)} & -x_{l(15)} \end{bmatrix}$$

$$NP = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ y_{p(1)} & y_{p(2)} & \cdots & y_{p(27)} & y_{p(28)} \\ -x_{p(1)} & -x_{p(2)} & \cdots & -x_{p(27)} & -x_{p(28)} \end{bmatrix}$$
(EQ 5.3)

onde $l = [25, 29, 15, 26, 28, 134, 136, 74, 76, 182, 184, 50, 52, 158, 160], p = [2, 4, 14, 16, 38, 40, 62, 64, 86, 88, 98, 100, 110, 112, 122, 124, 146, 148, 170, 172, 194, 196, 206, 208, 218, 220, 230, 232], <math>x_{l(i)}$ e $y_{l(i)}$ são as coordenadas do ponto l(i), definidas por meio da TAB. 5.5, e $x_{p(j)}$ e $y_{p(j)}$ são as coordenadas do ponto p(j), definidas por meio da TAB. 5.4.

A FIG. 5.8 apresenta o diagrama de blocos montado a partir do grafo da FIG. 5.7. As portas de saída 2 e 3 foram incluídas para permitir a passagem, para blocos medidores, dos sinais com o deslocamento e com a quantidade de movimento do centro de massa do monobloco 1 rígido, respectivamente.



FIG. 5.8 Diagrama de blocos do monobloco 1 rígido.

5.2.3 MODELOS GLOBAIS DO VEÍCULO 1

Fazendo-se uso da modularidade da Técnica dos Grafos de Ligação, os grafos individuais dos diversos subsistemas presentes no veículo 1 podem, agora, ser justapostos, gerando os grafos multiligação globais do modelo rígido_1 e do modelo flexível_1.

5.2.3.1 GRAFOS DE LIGAÇÃO E DIAGRAMAS DE BLOCOS GLOBAIS

Na FIG. 5.9 são indicados os pontos ou nós, conforme o modelo estrutural do monobloco, onde se dá o acoplamento de cada um dos outros sete subsistemas.





A FIG. 5.10 apresenta os grafos de ligação para o modelo flexível_1 (linha tracejada em vermelho) e para o modelo rígido_1 (linha pontilhada em azul), que foram construídos por partes e montados de forma similar àquela realizada por Da ROCHA (1998). Note-se que, graças à modularidade da Técnica dos Grafos de Ligação, foi possível realizar o aproveitamento integral dos modelos referentes aos subsistemas passageiros e motor e suspensões desenvolvidos anteriormente (ver Capítulo 3).



FIG. 5.10 Grafos multiligação globais para o modelo flexível_1 (tracejado vermelho) e para o modelo rígido_1 (pontilhado azul).
As FIG. 5.11 e 5.12 apresentam os diagramas de blocos montados a partir dos grafos da FIG. 5.10.



FIG. 5.11 Diagrama de blocos global para o modelo flexível_1.



FIG. 5.12 Diagrama de blocos global para o modelo rígido 1.

5.2.4 FREQÜÊNCIAS NATURAIS E MODOS DE VIBRAR DO VEÍCULO 1 COM MONOBLOCO FLEXÍVEL

Empregando-se a metodologia apresentada na Seção 3.7 para o caso do modelo fleível_1, obtiveram-se as matrizes características do campo armazenador independente e do campo dissipador, S_I e L, respectivamente, e a matriz estrutura de junção, J (ver EQ 5.4).

					$S_I =$	0 _{3x1476}	03,	1476 N	$Im_{3x3}^{-1} = 0_3$	_{3x3} ($)_{3x4}$					L =	0 _{3x1476} I	3m _{3x3}	0 _{3x4}					
						0_{3x1476}	03,	1476	0 _{3x3} Kn	n _{3x3} () _{3x4}						0_{4x1476}	0 _{4x3}	Bs _{4x4}					
						0_{4x1476}	04	1476	$0_{4x3} 0_{4x3}$	1x3 K	S _{4x4}													
					-	1411/0			140															
	0_{28x28}	0_{28x3}	0 _{28x4}	$0_{28x1433}$	0_{28x3}	0_{28x8}	0_{28x4}	I _{28x28}	0 _{28x1433}	0 _{28x3}	0_{28x8}	0_{28x4}	0 _{28x28}	0 _{28x3}	0_{28x3}	0_{28x4}	0 _{28x1433}	0 _{28x3}	0 _{28x8}	0_{28x4}	0_{28x28}	0 _{28x3}	0 _{28x4}	
	0 _{3x28}	0 _{3x3}	0 _{3x4}	0_{3x1433}	0_{3x3}	0 _{3x8}	0_{3x4}	0 _{3x28}	0_{3x1433}	0 _{3x3}	0_{3x8}	0_{3x4}	0 _{3x28}	I_{3x3}	0 _{3x3}	0_{3x4}	0 _{3x1433}	0 _{3x3}	0_{3x8}	0_{3x4}	0 _{3x}	0_{3x3}	0_{3x4}	
	0_{4x28}	0_{4x3}	0 _{4x4}	0_{4x1433}	0_{4x3}	0 _{4x8}	0_{4x4}	0_{4x28}	0_{4x1433}	0_{4x3}	0_{4x8}	0_{4x4}	0 _{4x28}	0_{4x3}	0_{4x3}	I_{4x4}	0 _{4x1433}	0_{4x3}	0_{4x8}	0_{4x4}	0 _{4x28}	0_{4x3}	I_{4x4}	
	$0_{1433x28}$	0_{1433x3}	0_{1433x4}	$0_{1433x1433}$	0_{1433x3}	0_{1433x8}	0_{1433x4}	$0_{1433x28}$	$-I_{1433x1433}$	0_{1433x3}	0_{1433x8}	0_{1433x4}	$0_{1433x28}$	0_{1433x3}	0_{1433x3}	0_{1433x4}	$-I_{1433x1433}$	0_{1433x3}	0_{1433x8}	0_{1433x4}	$0_{1433x28}$	0_{1433x3}	0_{1433x4}	
	0_{3x28}	0 _{3x3}	0 _{3x4}	0 _{3x1433}	0 _{3x3}	0_{3x8}	0_{3x4}	0 _{3x28}	0 _{3x1433}	$-I_{3x3}$	0 _{3x8}	0_{3x4}	0 _{3x28}	0_{3x3}	$-I_{3x3}$	0 _{3x4}	0 _{3x1433}	$-I_{3x3}$	0_{3x8}	0_{3x4}	0 _{3x28}	$-I_{3x3}$	0_{3x4}	
	0_{8x28}	0 _{8x3}	0 _{8x4}	0 _{8x1433}	0 _{8x3}	0_{8x8}	0_{8x4}	0 _{8x28}	0 _{8x1433}	0 _{8x3}	$-I_{8x8}$	0_{8x4}	0 _{8x28}	0_{8x3}	0 _{8x3}	$-MT_{8x4}^T$	0 _{8x1433}	0 _{8x3}	$-I_{8x8}$	0_{8x4}	0 _{8x28}	0_{8x3}	0_{8x4}	
	0_{4x28}	0_{4x3}	0 _{4x4}	0_{4x1433}	0_{4x3}	0_{4x8}	0_{4x4}	0_{4x28}	0_{4x1433}	0_{4x3}	0_{4x8}	$-I_{4x4}$	0_{4x28}	0_{4x3}	0_{4x3}	0_{4x4}	0 _{4x1433}	0_{4x3}	0_{4x8}	$-I_{4x4}$	0_{4x28}	0_{4x3}	$-I_{4x4}$	
	I _{28x28}	0_{28x3}	0 _{28x4}	$0_{28x1433}$	0_{28x3}	0_{28x8}	0_{28x4}	0 _{28x28}	0 _{28x1433}	0 _{28x3}	0 _{28x8}	0_{28x4}	$-I_{28x28}$	0 _{28x3}	0 _{28x3}	0_{28x4}	0 _{28x1433}	0_{28x3}	0 _{28x8}	0_{28x4}	$-I_{28x28}$	0_{28x3}	0_{28x4}	
	0 _{1433x28}	0 _{1433x3}	0 _{1433x4}	I _{1433x1433}	0 _{1433x3}	0 _{1433x8}	0_{1433x4}	0 _{1433x28}	0 _{1433x1433}	0 _{1433x3}	0 _{1433x8}	0 _{1433x4}	0 _{1433x28}	0 _{1433x3}	0 _{1433x3}	0 _{1433x4}	0 _{1433x1433}	0 _{1433x3}	0 _{1433x8}	0 _{1433x4}	0 _{1433x28}	0 _{1433x3}	0_{1433x4}	(EO 5.4)
	0 _{3x28}	0 _{3x3}	0 _{3x4}	0 _{3x1433}	I_{3x3}	0 _{3x8}	0 _{3x4}	0 _{3x28}	0 _{3x1433}	0 _{3x3}	0 _{3x8}	0 _{3x4}	0 _{3x28}	0 _{3x3}	0 _{3x3}	0 _{3x4}	0 _{3x1433}	0 _{3x3}	0 _{3x8}	0 _{3x4}	0 _{3x28}	0 _{3x3}	0 _{3x4}	
	0 _{8x28}	0 _{8x3}	0 _{8x4}	0 _{8x1433}	0 _{8x3}	I _{8x8}	0 _{8x4}	0 _{8x28}	0 _{8x1433}	0 _{8x3}	0 _{8x8}	0_{8x4}	0 _{8x28}	0 _{8x3}	0 _{8x3}	0_{8x4}	0 _{8x1433}	0 _{8x3}	0_{8x8}	0 _{8x4}	0 _{8x28}	0 _{8x3}	0_{8x4}	
J =	0_{4x28}	0_{4x3}	0 _{4x4}	0_{4x1433}	0_{4x3}	0_{4x8}	I_{4x4}	0_{4x28}	0_{4x1433}	0_{4x3}	0_{4x8}	0_{4x4}	0_{4x28}	0_{4x3}	0_{4x3}	0_{4x4}	0 _{4x1433}	0_{4x3}	0_{4x8}	0_{4x4}	0_{4x28}	0_{4x3}	0_{4x4}	
	0_{28x28}	0 _{28x3}	0 _{28x4}	0 _{28x1433}	0_{28x3}	0 _{28x8}	0_{28x4}	I _{28x28}	$0_{28x1433}$	0_{28x3}	0 _{28x8}	0_{28x4}	0 _{28x28}	0_{28x3}	0_{28x3}	0_{28x4}	$0_{28x1433}$	0_{28x3}	0 _{28x8}	0_{28x4}	0_{28x28}	0_{28x3}	0_{28x4}	
	0_{3x28}	I _{3x3}	0_{3x4}	0_{3x1433}	0_{3x3}	0_{3x8}	0_{3x4}	0 _{3x28}	0_{3x1433}	0_{3x3}	0 _{3x8}	0_{3x4}	0_{28x28}	0_{3x3}	I _{3x3}	0_{3x4}	0 _{3x1433}	0_{3x3}	0 _{3x8}	0_{3x4}	0_{3x28}	I _{3x3}	0_{3x4}	
	0 _{3x28}	0 _{3x3}	0 _{3x4}	0 _{3x1433}	I _{3x3}	0 _{3x8}	0 _{3x4}	0 _{3x28}	0 _{3x1433}	0 _{3x3}	0 _{3x8}	0 _{3x4}	0 _{3x28}	$-I_{3x^3}$	0_{3x3}	0_{3x4}	0 _{3x1433}	0 _{3x3}	0 _{3x8}	0 _{3x4}	0 _{3x28}	0 _{3x3}	0 _{3x4}	
	$0_{4x^{28}}$	0_{4x3}	I _{4x4}	0_{4x1433}	0_{4x3}	MT_{4x8}	0_{4x4}	0 _{4x28}	0_{4x125}	0_{4x3}	0_{4x8}	0_{4x4}	$0_{4x^{28}}$	0_{4x3}	0_{4x3}	0_{4x4}	0_{4x1433}	0_{4x3}	0_{4x8}	0_{4x4}	0_{4x28}	0_{4x3}	0_{4x4}	
	0 _{1433x 28}	0 _{1433x3}	0 _{1433x4}	I _{1433v1433}	0 _{1433x3}	0 _{1433x8}	0 _{1433x4}	0 _{1433x 28}	0 _{1433x1433}	0 _{1433x3}	0 _{1433x8}	0 _{1433x4}	0 _{1433x28}	0 _{1433x3}	0 _{1433x3}	0 _{1433x4}	0 _{1433x1433}	0 _{1433x3}	0 _{1433x8}	0 _{1433x4}	0 _{1433x 28}	0 _{1433x3}	0 _{1433x4}	
	0 _{3x 28}	0 _{3x3}	0 _{3x4}	0 _{3×1/33}	I455x5	0 _{3x8}	0 _{3x4}	0 _{3x 28}	0 _{3×1433}	0 _{3x3}	0 _{3x8}	0 _{3x4}	0 _{3x 28}	0 _{3x3}	0 _{3x3}	0 _{3x4}	0 _{3×1/33}	0 _{3x3}	03x8	0 _{3x4}	0 _{3x 28}	0 _{3x3}	0 _{3x4}	
	0	0	0,	0,,,1433	0	I	0,4	0	0,,,1422	0	0	0	0	0,,	0	0,,,,4	0,,,1422	0	0	0	0	0	0	
	0428	042	04.4	041433	042	048	0x4 I44	0428	04-1422	042	040	04.4	0428	042	042	044	04-1422	042	040	04.4	0428	042	04.4	
	02828	020002	0,20,4	028-1422	0,28,2	0,284.8	4x4 0 _{28m} 4	I 284 20	028-1422	028.2	0,28.0	0,28,4	0 ₂₈₊₂₈	028.2	028.2	028.4	028-1422	02802	0,288	0,284.4	0 ₂₈₋₂₈	0282	0284.4	
	0	0.	0.	0,	- 28x 3	0.	0.	-28x28	0,	0, ,	0.	0, .	0 _{28x28}	-I.	0	0 _{28x4}	0,	0, ,	0.	0, ,	0	0	0	
	0, ac	0	- 3x4	0,	0.	0.	- 3x4 L.	0, as	0,	0_{1}	0.	0	0	0_{-3x3}	0_{1}	0	0,	0, .	0	0	0	0_{1}	0	
	0_{3x28} 0_{4x28}	$0_{3x3} \\ 0_{4x3}$	$\begin{array}{c} 0_{3x4} \\ I_{4x4} \end{array}$	$0_{3x1433} \\ 0_{4x1433}$	$1_{3x3} \\ 0_{4x3}$	$0_{3x8} \\ 0_{4x8}$	$0_{3x4} \\ I_{4x4}$	$0_{3x28} \\ 0_{4x28}$	$0_{3x1433} \\ 0_{4x1433}$	$0_{3x3} \\ 0_{4x3}$	$0_{3x8} \\ 0_{4x8}$	$0_{3x4} \\ 0_{4x4}$	$0_{3x28} \\ 0_{4x28}$	-1_{3x3} 0_{4x3}	$0_{3x3} \\ 0_{4x3}$	$0_{3x4} \\ 0_{4x4}$	$0_{3x1433} \\ 0_{4x1433}$	$0_{3x3} \\ 0_{4x3}$	$0_{3x8} \\ 0_{4x8}$	$0_{3x4} \\ 0_{4x4}$	$0_{3x28} \\ 0_{4x28}$	$0_{3x3} \\ 0_{4x3}$	$0_{3x4} \\ 0_{4x4}$	

 $\begin{bmatrix} M_{1476 x 1476}^{-1} & 0_{1476 x 1476} & 0_{1476 x 3} & 0_{1476 x 3} & 0_{1476 x 4} \\ 0_{1476 x 1476} & K_{1476 x 1476} & 0_{1476 x 3} & 0_{1476 x 3} & 0_{1476 x 4} \end{bmatrix}$

 $\begin{bmatrix} B_{1476x1476} & 0_{1476x3} & 0_{1476x4} \end{bmatrix}$

109

Nas EQ 5.4, M e K são, respectivamente, as matrizes de massa e de rigidez do monobloco 1 flexível, obtidas via MEF, e B é a matriz de amortecimento estrutural do monobloco 1 flexível, obtida por meio da EQ 2.5, Mm, Km e Bm são dadas pelas EQ 3.3, Ks e Bs são dadas pelas EQ 3.9 e MT é dada pelas EQ 3.4 e 3.7.

Nas FIG. 5.13 até 5.16, são apresentados os quatro primeiros modos de vibrar do veículo 1 com monobloco flexível e as respectivas freqüências naturais. Nestas figuras, como normalização, atribuiu-se o valor unitário ao maior deslocamento do monobloco, do motor ou dos passageiros. Os cubos desenhados com linhas cheias representam as posições ocupadas pelos passageiros e pelo motor após a deformação dos elementos flexíveis.

Além disso, não se representaram, para maior clareza na apresentação, os subsistemas da suspensão, bem como a frente, a traseira e as laterais do monobloco.



FIG. 5.13 Primeiro modo de vibrar do modelo flexível_1 ($\omega_1 = 0,004$ Hz).



FIG. 5.14 Segundo modo de vibrar do modelo flexível_1 ($\omega_2 = 0,221$ Hz).



FIG. 5.15 Terceiro modo de vibrar do modelo flexível_1 ($\omega_3 = 0,343$ Hz).



5.2.5 SIMULAÇÃO DA PASSAGEM DO VEÍCULO 1 SOBRE OBSTÁCULO

As FIG. 4.9 e 4.12, apresentam o leiaute e a vista em corte, paralelo ao plano xz, do obstáculo utilizado na simulação, à velocidade constante de 10 km/h, dos modelos rígido_1 e flexível_1.

As FIG. 4.8 e 4.16 e a TAB. 4.3 apresentam as opções do método de integração numérica do *Simulink*®, o tempo de simulação e os parâmetros das fontes de sinais no bloco Sfs (ver FIG. 3.18) utilizados na configuração dos diagramas de blocos das FIG. 5.11 e 5.12.

Por fim, para a realização da simulação do veículo 1 com monobloco flexível, foram selecionados os 6 primeiros modos da estrutura. Assim, no grafo multiligação global do modelo flexível_1 (ver FIG. 5.10), n = 6 e, nas EQ 5.1, T = [$I_{6x6} \ 0_{6x1470}$].

Alguns dos resultados obtidos são apresentados a seguir.



FIG. 5.17 Força vertical de contato pneu/solo na roda direita do eixo dianteiro.(a) Modelo rígido_1. (b) Modelo flexível_1.





As FIG. 5.17 e 5.18 apresentam as forças verticais exercidas pelos pneus à direita dos monoblocos dos modelos rígido_1 e flexível_1 no contato com o solo, obtidas a partir dos 2° e 4° esforços na multiligação nº 17 do grafo da FIG. 5.10, que correspondem, respectivamente, aos 2° e 4° componentes do sinal vetorial **e17**, na porta de saída nº 3 do diagrama de blocos

da FIG. 3.18. Convém observar que tais esforços não invertem o seu sinal durante a simulação, o que significaria ter-se um pneu "tracionado", interpretado fisicamente como a perda do contato do pneu com o solo.



FIG. 5.19 Deformação vertical da mola da suspensão dianteira direita.





FIG. 5.20 Deformação vertical da mola da suspensão traseira direita.(a) Modelo rígido_1. (b) Modelo flexível_1.

As FIG. 5.19 e 5.20 apresentam as deformações verticais dos feixes de molas das suspensões à direita dos monoblocos dos modelos rígido_1 e flexível_1, obtidas a partir da integração, no tempo, dos 2º e 4º fluxos na multiligação nº 9 do grafo da FIG. 5.10, realizada, no *Simulink*®, conduzindo-se até um bloco integrador os 2º e 4º componentes do sinal vetorial f9, que entra no bloco C:Ks-1 do diagrama de blocos da FIG. 3.18.



FIG. 5.21 Ângulo de torção do monobloco. (a) Modelo rígido_1. (b) Modelo flexível_1.

O ângulo de torção do monobloco é definido como a diferença entre os ângulos que as arestas inferiores dianteira e traseira formam com o plano horizontal. Como, por hipótese, o monobloco do modelo rígido_1 é indeformável, o seu ângulo de torção será sempre nulo, conforme indicado na FIG. 5.21a.

No caso do monobloco do modelo flexível_1, os ângulos das arestas são calculados com base nos deslocamentos verticais dos nós 2, 4, 230 e 232, obtidos a partir da integração, no tempo, dos 9°, 21°, 1377° e 1389° elementos do vetor resultante da pré-multiplicação por $\Phi \cdot T^T$ do fluxo na multiligação n° 5 do grafo da FIG. 5.10, realizada, no *Simulink*®, conduzindo-se até um bloco integrador os 9°, 21°, 1377° e 1389 componentes do sinal vetorial de saída de um bloco de ganho matricial igual a $\Phi \cdot T^T$, cuja entrada seja o sinal vetorial f5, que sai do bloco Monobloco modal do diagrama de blocos da FIG. 5.11.

A FIG. 5.21b mostra que o ângulo de torção do monobloco do modelo fexível_1 mantémse praticamente nulo durante toda a simulação, indicando que a rigidez estrutural do monobloco 1 flexível é bastante elevada.



FIG. 5.22 Aceleração do passageiro esquerdo (motorista).

(a) Modelo rígido_1. (b) Modelo flexível_1.



FIG. 5.23 Aceleração do passageiro direito. (a) Modelo rígido_1. (b) Modelo flexível_1.

As FIG. 5.22 e 5.23 apresentam as acelerações dos passageiros dos modelos rígido_1 e flexível_1, obtidas dividindo-se pela massa dos passageiros os 1º e 2º esforços na multiligação nº 7 do grafo da FIG. 5.10, ou, no *Simulink*®, conduzindo-se até um bloco de ganho igual ao inverso da massa dos passageiros os 1º e 2º componentes do sinal vetorial **e7**, que entra no bloco I:Mm do diagrama de blocos da FIG. 3.12.

É possível verificar, com base nas FIG. 5.22 e 5.23, que, com relação à aceleração dos passageiros, os modelos rígido e flexível apresentam o mesmo comportamento dinâmico ao longo de todo o período de simulação, o que, mais uma vez, vem demonstrar a característica de extrema rigidez do monobloco 1 flexível. Este fato era, até certo ponto, esperado, uma vez que, para maior simplicidade dos modelos, optou-se pela não inclusão, na casca prismática

retangular utilizada na construção do veículo 1, de aberturas ou janelas, as quais, certamente, influenciariam no sentido de diminuir a rigidez estrutural do sistema.



FIG. 5.24 Potência dissipada no amortecedor dianteiro direito.

(a) Modelo rígido_1. (b) Modelo flexível_1.



FIG. 5.25 Potência dissipada no amortecedor traseiro direito.(a) Modelo rígido 1. (b) Modelo flexível 1.

As FIG. 5.24 e 5.25 apresentam, para o período compreendido entre o 4º e o 10º segundos de simulação, as potências dissipadas nos amortecedores das suspensões à direita dos monoblocos dos modelos rígido_1 e flexível_1, obtidas a partir do 2º e 4º resultados do produto, termo a termo, entre o vetor de esforços e o vetor de fluxos na multiligação nº 14 do grafo da 5.10, que correspondem, respectivamente, aos 2º e 4º componentes do sinal vetorial

de saída de um bloco multiplicador no qual as entradas sejam os sinais vetoriais e14 e f14, que se conectam ao bloco R:Bs do diagrama de blocos da FIG. 3.18.

Pode-se notar que os gráficos das FIG. 5.24a e 5.25a são praticamente idênticos, respectivamente, aos gráficos das FIG. 5.24b e 5.25b, donde se conclui que, para efeito da simulação em tela, o monobloco 1 flexível comporta-se como se fosse um corpo rígido.

Outro fato que se pode verificar é que o veículo analisado por Da ROCHA (1998) e o veículo 1 flexível, quando submetidos à mesma simulação, apresentaram respostas sensivelmente distintas: o monobloco, apesar de mais leve, provou ser bem mais rígido do que o chassi, muito embora ambas as estruturas sejam, dimensionalmente, bastante parecidas.

5.3 VEÍCULO 2

Cabe observar, inicialmente, que o veículo 2 foi baseado no desenho da VBTP–MR (ver FIG. 5.26), cujo projeto é parte integrante do programa de desenvolvimento da nova família de blindados leves sobre rodas do Exército Brasileiro.



FIG. 5.26 Principais dimensões da VBTP-MR.

Dois sistemas massa-mala-amortecedor foram acoplados diretamente ao monobloco 2: o menor, sobre o deque esquerdo, representa o motorista e o respectivo assento, e o outro, posicionado sobre o deque direito, representa o motor.

O motorista e o motor são exatamente os mesmos utilizados no veículo analisado por Da ROCHA (1998) (ver TAB. 3.3). Assim, no grafo multiligação referente ao subsistema formado pelo motorista e pelo motor (similar àquele da FIG. 3.11, a menos das dimensões das multiligações, iguais a 2), as matrizes características dos campos, Mm, Bm e Km e o vetor de esforços prescritos, Qm serão construídos a partir da eliminação das linhas e colunas referentes ao passageiro direito nas EQ 3.3.

Na TAB. 5.6 estão relacionadas as propriedades físicas dos materiais utilizados na construção do monobloco do veículo 2.

Material	aço balístico	aço ligado
		, -
Módulo de elasticidade longitudinal (E)	200 GPa	4000 GPa
Coeficiente de Poisson (v)	0,3	0,3
Massa específica (p)	7860 kg/m ³	7860 kg/m ³

TAB. 5.6 Parâmetros constitutivos da estrutura do veículo 2.

Os locais onde se utilizaram chapas de aço ligado, com 20,0 mm de espessura, para a construção do monobloco 2 correspondem, no modelo flexível_2, aos elementos 83, 85, 87, 91, 93, 95, 108, 110 e 112 (ver FIG. 5.29). O restante da estrutura do veículo 2 é formado por aço balístico BL ARMOX – 560S, com 8,5 mm de espessura.

A suspensão, modelada como seis subsistemas discretos, é do tipo McPherson, independente nas seis rodas. O acoplamento entre cada suspensão e o monobloco 2 se dá por meio de dois pontos distintos: na articulação da barra de suspensão e no pino de ancoragem superior do conjunto formado pela mola helicoidal e pelo amortecedor.

Para o caso do veículo 2, optou-se por não se desprezar a massa e a flexibilidade das rodas, que foram, então, modeladas por meio de seis sistemas massa-mola-amortecedor e incorporadas às respectivas suspensões.

Concluída a etapa de modelagem, o veículo 2 foi simulado numa condição de carregamento tal, que o peso da carga foi somado ao peso próprio do monobloco e o valor resultante (117720 N) foi dividido igualmente por cinqüenta e seis pontos diferentes da estrutura, que, no modelo flexível_2, correspondem aos nós 12, 13, 14, 15, 16, 17, 30, 32, 35, 37, 48, 50, 55, 57, 68, 69, 76, 77, 88, 90, 95, 97, 110, 111, 112, 117, 118, 119, 132, 134, 139, 141, 154, 155, 156, 161, 162, 163, 176, 177, 178, 183, 184, 185, 198, 199, 200, 203, 204, 205, 218, 219, 220, 221, 222 e 223 (ver FIG. 5.29). Assim, o esforço prescrito sobre a estrutura do veículo 2 foi modelado por meio de 56 cargas pontuais aplicadas sobre os deques esquerdo e direito do monobloco 2, de mesmo módulo (2102,14 N) e com direção e sentido iguais aos do vetor aceleração da gravidade local.

A seguir, é apresentado o desenvolvimento, por meio da Técnica dos Grafos de Ligação, dos modelos lineares do monobloco 2 flexível, do monobloco 2 rígido e das suspensões, que serão, então, devidamente acoplados aos subsistemas correspondentes ao motorista e ao motor (cujos modelos são exatamente os mesmos que foram desenvolvidos por Da ROCHA, 1998, e apresentados no Capítulo 3), produzindo dois modelos globais: o flexível_2 e o rígido_2.

5.3.1 MONOBLOCO 2 FLEXÍVEL

No modelo flexível_2, considerou-se que apenas o monobloco tem função estrutural, e, tal como no caso do modelo flexível_1, foi seguida a metodologia para a construção do grafo multiligação genérico para estruturas sem fluxo prescrito considerando os graus de liberdade generalizados selecionados (Da SILVA, 1994), a partir da qual deve-se, inicialmente, obter as matrizes características dos campos pela aplicação sucessiva do Método dos Elementos Finitos, da técnica de decomposição modal e de um critério de seleção de modos.

5.3.1.1 MODELO FÍSICO



FIG. 5.27 Modelo físico: veículo 2 com monobloco flexível.

A FIG. 5.27 apresenta o modelo físico para o veículo 2 com monobloco flexível, formado pelo motorista com o seu respectivo assento, mais um veículo com um motor, uma suspensão em cada uma das seis rodas e uma estrutura flexível discretizada por meio de 240 elementos de casca (*shallow shell*) retangulares e triangulares, dotados, em cada um de seus nós, de seis graus de liberdade globais: uma translação na direção e uma rotação em torno de cada um dos eixos coordenados globais. Os elementos, representados nas FIG. 5.2 e 5.28, seguem o modelo de Kirchhoff para a flexão e seu desenvolvimento detalhado encontra-se no APÊNDICE 3 (ver, também, KWON e BANG, 1997).



FIG. 5.28 Elemento de casca (shalllow shell) triangular.

Como o acoplamento dos subsistemas de parâmetros concentrados com o monobloco 2 flexível é feito através dos graus de liberdade de deslocamento vertical, deve-se colocar, na malha de elementos finitos, um nó na posição adequada onde ocorre cada uma dessas interações. Estes nós de acoplamento do monobloco 2 flexível com os subsistemas não estruturais estão indicados na FIG. 5.36.

O monobloco 2 flexível foi discretizado utilizando-se 240 elementos e 240 nós, gerando um total de 1440 graus de liberdade estruturais. Esta discretização está representada na FIG. 5.29.

As áreas vazias na malha de elementos finitos da FIG. 5.29 devem-se à existência de partes do monobloco que foram consideradas não estruturais no modelo flexível_2: a tampa do cofre do motor e a escotilha de acesso do motorista (no deque superior) e a rampa de acesso do pessoal (à retaguarda).



5.3.1.2 GRAFO DE LIGAÇÃO E DIAGRAMA DE BLOCOS

Tendo-se obtido as matrizes da dinâmica do monobloco 2 flexível (M, B e K) pelo MEF, poder-se-ia utilizar um grafo multiligação para estruturas sem fluxo prescrito, similar ao da FIG. 2.2, para representar o subsistema estrutural do veículo 1.

Entretanto, tal como no caso do modelo flexível_1, optou-se pela aplicação de um método de redução de ordem, baseado na técnica de decomposição modal, com o objetivo de aliviar o esforço computacional por ocasião da simulação do modelo flexível_2, haja vista a grande quantidade de graus de liberdade físicos da estrutura (1440).

Assim, com base em Da SILVA (1994), o grafo multiligação representativo do monobloco 2 flexível considerando os graus de liberdade generalizados selecionados será o seguinte:



FIG. 5.30 Grafo multiligação do monobloco 2 flexível.

Na FIG. 5.30, as dimensões das multiligações de 1 a 5 são indicadas por n, número inteiro compreendido entre 1 e 1440, cujo valor é igual à quantidade de modos que se pretenda selecionar, \hat{M} , $\hat{B} \in \hat{K}$ representam, respectivamente, as matrizes de massa, amortecimento e rigidez da estrutura em coordenadas generalizadas selecionadas ($\hat{\eta}$) e \hat{F} é o vetor com as forças generalizadas associadas a $\hat{\eta}$ (ver EQ 5.1).

O módulo do multitransformador na FIG. 5.30, N, é obtido por meio da transposição da matriz formada pelas colunas 183, 291, 309, 315, 333, 447, 531, 549, 555, 573, 795, 813, 819 e 837 da matriz T $\cdot \Phi^{T}$ (T é a matriz de seleção de modos e Φ é a matriz modal). Tais colunas correspondem à translação vertical (W) dos nós onde se dá a interação entre os subsistemas

acoplados e o monobloco 2 flexível (ver FIG. 5.36), uma vez que os graus de liberdade da estrutura foram ordenados na seqüência U, V, W, θ_X , θ_Y , θ_Z , a partir nó 1 até o nó 240.

O diagrama de blocos montado a partir do grafo da FIG. 5.30 é idêntico àquele apresentado pela FIG. 5.5.

5.3.2 MONOBLOCO 2 RÍGIDO

No modelo rígido_2, o monobloco foi tratado como um sistema de parâmetros concentrados, seguindo-se a metodologia para a construção do grafo multiligação para a análise da dinâmica vertical de um veículo terrestre proposta por MARTINEZ (1991), SPERANZA NETO et al. (1992) e SPERANZA NETO e De MORAES (1993).

5.3.2.1 MODELO FÍSICO



FIG. 5.31 Modelo físico: veículo 2 com monobloco rígido.

A FIG. 5.31 apresenta o modelo físico para o veículo 2 com monobloco rígido, formado pelo motorista com o seu respectivo assento, mais um veículo com um motor, uma suspensão em cada uma das seis rodas e uma estrutura rígida dotada dos graus de liberdade de translação vertical, de rotação em torno do eixo transversal e de rotação em torno do eixo longitudinal.

O centro de massa (CM) do monobloco 2 rígido encontra-se posicionado no plano de simetria da estrutura, a 1143,78 mm do deque inferior e a 3272,48 mm do plano vertical que contém o bordo de ataque (reta formada pela união dos nós 1 e 10 na FIG. 5.29).

O sistema de eixos coordenados utilizado na análise do modelo rígido_2 é similar àquele apresentado na FIG. 5.31, porém, com sua origem localizada no CM do monobloco.

Os valores dos parâmetros físicos que definem a dinâmica de corpo rígido do monobloco 2 são apresentados na TAB. 5.7.

Parâmetro físico	Símbolo	Valor
Massa	m	4041,72 kg
Momento de inércia em torno de x	$J_{\rm x}$	4173,49 kg·m ²
Momento de inércia em torno de y	J_{y}	15175,96 kg·m ²

TAB. 5.7 Parâmetros físicos do monobloco 2

A TAB. 5.8 apresenta as coordenadas dos pontos em que ocorre a interação entre o monobloco 2 rígido e os oito subsistemas a ele acoplados. Para a identificação desses pontos é utilizada a mesma numeração adotada na FIG. 5.36.

TAB. 5.8 Coordenadas: pontos de acoplamento do monobloco 2 rígido com os demais subsistemas.

Ponto	x (m)	y (m)	z (m)	Ponto	x (m)	y (m)	z (m)
31	2,45048	0,562	-0,29078	92	0,65348	0,255	-1,14378
49	2,10348	0,562	-0,29078	93	0,65348	-0,255	-1,14378
52	2,10348	0,255	-1,14378	96	0,65348	-0,562	-0,29078
53	2,10348	-0,255	-1,14378	133	-1,24652	0,562	-0,29078
56	2,10348	-0,562	-0,29078	136	-1,24652	0,255	-1,14378
75	1,64148	-0,255	-0,29078	137	-1,24652	-0,255	-1,14378
89	0,65348	0,562	-0,29078	140	-1,24652	-0,562	-0,29078

Ponto	x (m)	y (m)	z (m)	Ponto	x (m)	y (m)	z (m)
12	2,84048	1,168	-0,29078	132	-1,24652	1,168	-0,29078
13	2,84048	0,562	-0,29078	134	-1,24652	0,255	-0,29078
14	2,84048	0,255	-0,29078	139	-1,24652	-0,255	-0,29078
15	2,84048	-0,255	-0,29078	141	-1,24652	-1,168	-0,29078
16	2,84048	-0,562	-0,29078	154	-1,70852	1,168	-0,29078
17	2,84048	-1,168	-0,29078	155	-1,70852	0,562	-0,29078
30	2,45048	1,168	-0,29078	156	-1,70852	0,255	-0,29078
32	2,45048	0,255	-0,29078	161	-1,70852	-0,255	-0,29078
35	2,45048	-0,255	-0,29078	162	-1,70852	-0,562	-0,29078
37	2,45048	-1,168	-0,29078	163	-1,70852	-1,168	-0,29078
48	2,10348	1,168	-0,29078	176	-2,16352	1,168	-0,29078
50	2,10348	0,255	-0,29078	177	-2,16352	0,562	-0,29078
55	2,10348	-0,255	-0,29078	178	-2,16352	0,255	-0,29078
57	2,10348	-1,168	-0,29078	183	-2,16352	-0,255	-0,29078
68	1,64148	1,168	-0,29078	184	-2,16352	-0,562	-0,29078
69	1,64148	0,562	-0,29078	185	-2,16352	-1,168	-0,29078
76	1,64148	-0,562	-0,29078	198	-2,73752	1,168	-0,29078
77	1,64148	-1,168	-0,29078	199	-2,73752	0,562	-0,29078
88	0,65348	1,168	-0,29078	200	-2,73752	0,255	-0,29078
90	0,65348	0,255	-0,29078	203	-2,73752	-0,255	-0,29078
95	0,65348	-0,255	-0,29078	204	-2,73752	-0,562	-0,29078
97	0,65348	-1,168	-0,29078	205	-2,73752	-1,168	-0,29078
110	0,19148	1,168	-0,29078	218	-3,02752	1,168	-0,29078
111	0,19148	0,562	-0,29078	219	-3,02752	0,562	-0,29078
112	0,19148	0,255	-0,29078	220	-3,02752	0,255	-0,29078
117	0,19148	-0,255	-0,29078	221	-3,02752	-0,255	-0,29078
118	0,19148	-0,562	-0,29078	222	-3,02752	-0,562	-0,29078
119	0,19148	-1,168	-0,29078	223	-3,02752	-1,168	-0,29078

TAB. 5.9 Coordenadas: cargas pontuais aplicadas sobre o monobloco 2.

A TAB. 5.9 apresenta as coordenadas dos pontos de aplicação das 56 cargas concentradas atuando sobre o monobloco do veículo 2. Os pontos foram identificados por meio da numeração dos nós correspondentes, no modelo flexível_2 (ver FIG. 5.29).

5.3.2.2 GRAFO DE LIGAÇÃO E DIAGRAMA DE BLOCOS

Como o CM do monobloco 2 está situado acima dos planos dos deques inferior, esquerdo e direito, sobre os quais atuam os subsistemas acoplados e os esforços prescritos, o sistema de momentos equivalente aplicado ao CM irá variar de acordo com os ângulos de rotação da estrutura em torno dos eixos x e y. A fim de contabilizar esse efeito, foram introduzidos multitransformadores modulados no grafo que representa o monobloco 2 rígido, apresentado na FIG. 5.32. As dimensões das multiligações estão indicadas entre colchetes.



FIG. 5.32 Grafo multiligação do monobloco 2 rígido.

Na FIG. 5.32, Mmb é a matriz característica do campo de inércias, Qmb é o vetor de esforços prescritos atuando sobre o monobloco 2 rígido e L e P são os módulos do multitransformadores. Suas definições são dadas pelas EQ 5.5.

$$Mmb = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & J_x & 0 \\ 0 & 0 & J_y \end{bmatrix}, \qquad Qmb = -2102, 14 \cdot [1_{56x1}]$$
$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi_x & 0 \\ 0 & 0 & \cos\phi_y \end{bmatrix} \cdot NL_{3x14} + \begin{bmatrix} 0 \\ \sin\phi_x \\ \sin\phi_y \end{bmatrix} \cdot [0,29078 \quad 1,14378] \cdot \begin{bmatrix} 1_{1x8} & 0_{1x6} \\ 0_{1x8} & 1_{1x6} \end{bmatrix} \qquad (EQ 5.5)$$
$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi_x & 0 \\ 0 & 0 & \cos\phi_y \end{bmatrix} \cdot NP_{3x56} + \begin{bmatrix} 0 \\ \sin\phi_x \\ \sin\phi_y \end{bmatrix} \cdot 0,29078 \cdot [1_{1x56}]$$

onde ϕ_x e ϕ_y são os ângulos de rotação do monobloco 2 rígido em torno dos eixos x e y, respectivamente, e NL, NP1 e NP2 são definidas pelas EQ 5.6.

$$NL = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ y_{l(1)} & y_{l(2)} & \cdots & y_{l(13)} & y_{l(14)} \\ -x_{l(1)} & -x_{l(2)} & \cdots & -x_{l(13)} & -x_{l(14)} \end{bmatrix}$$

$$NP = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ y_{p(1)} & y_{p(2)} & \cdots & y_{p(55)} & y_{p(56)} \\ -x_{p(1)} & -x_{p(2)} & \cdots & -x_{p(55)} & -x_{p(56)} \end{bmatrix}$$
(EQ 5.6)

onde $l = [31, 75, 49, 56, 89, 96, 133, 140, 52, 53, 92, 93, 136, 137], p = [12, 13, 14, 15, 16, 17, 30, 32, 35, 37, 48, 50, 55, 57, 68, 69, 76, 77, 88, 90, 95, 97, 110, 111, 112, 117, 118, 119, 132, 134, 139, 141, 154, 155, 156, 161, 162, 163, 176, 177, 178, 183, 184, 185, 198, 199, 200, 203, 204, 205, 218, 219, 220, 221, 222, 223], <math>x_{l(i)}$ e $y_{l(i)}$ são as coordenadas do ponto l(i), definidas por meio da TAB. 5.8, e $x_{p(j)}$ e $y_{p(j)}$ são as coordenadas do ponto p(j), definidas por meio da TAB. 5.9.

O diagrama de blocos montado a partir do grafo da FIG. 5.32 é idêntico àquele apresentado pela FIG. 5.8.

5.3.3 SUSPENSÃO

O modelo da suspensão foi desenvolvido tomando-se por base os dados de projeto da VBTP-MR tornados disponíveis, resultando em seis subsistemas independentes formados, cada um, por uma mola helicoidal, um amortecedor, um braço de suspensão e uma roda dotada de massa, rigidez e amortecimento.

5.3.3.1 MODELO FÍSICO



FIG. 5.33 Modelo físico de uma das suspensões do veículo 2.

O modelo físico adotado para representar cada uma das seis suspensões independentes é mostrado na FIG. 5.33. O modelo incorpora uma roda (representada por meio de um sistema massa-mola-amortecedor) que, no contato do pneu flexível com o solo, recebe o fluxo prescrito pela excitação de base. No centro da roda, articula-se uma barra rígida e sem massa com 814,3 mm de comprimento, cuja outra extremidade conecta-se diretamente ao monobloco, também por meio de uma articulação.

Uma vez que as suspensões são do tipo McPherson, a mola e o amortecedor formam um único conjunto, acoplado entre o monobloco e a barra de suspensão, a qual se comporta como um transformador da Técnica dos Grafos de ligação com módulo $L_a/(L_a+L_b)$.

Os valores dos parâmetros das suspensões são apresentados nas TAB. 5.10 e 5.11.

	Constante	Constante de	
Subsistema	de rigidez	amortecimento	Modulo do
540515101114	da mola	do amortecedor	Transformador
	(N/m)	$(N \cdot s/m)$	
Suspensão dianteira esquerda	$k_3 = 145300$	$b_3 = 25744$	$h_1 = 0,37701$
Suspensão dianteira direita	$k_4 = 145300$	$b_4 = 25744$	$h_2 = 0,37701$
Suspensão intermediária esquerda	$k_5 = 345550$	$b_5 = 25744$	$h_3 = 0,37701$
Suspensão intermediária direita	$k_6 = 345550$	$b_6 = 25744$	$h_4 = 0,37701$
Suspensão traseira esquerda	$k_7 = 602100$	$b_7 = 39656$	$h_5 = 0,37701$
Suspensão traseira direita	$k_8 = 602100$	$b_8 = 39656$	$h_6 = 0,37701$

TAB. 5.10. Parâmetros das suspensões (1^a parte).

TAB. 5.11. Parâmetros das suspensões (2^a parte).

Subsistema	Constante de rigidez da roda (N/m)	Constante de amortecimento da roda (N·s/m)	Massa da roda (kg)
Suspensão dianteira esquerda	$k_9 = 500000$	$b_9 = 140000$	$m_3 = 175$
Suspensão dianteira direita	$k_{10} = 500000$	$b_{10} = 140000$	$m_4 = 175$
Suspensão intermediária esquerda	$k_{11} = 500000$	$b_{11} = 140000$	$m_5 = 175$
Suspensão intermediária direita	$k_{12} = 500000$	$b_{12} = 140000$	$m_6 = 175$
Suspensão traseira esquerda	$k_{13} = 500000$	$b_{13} = 140000$	$m_7 = 175$
Suspensão traseira direita	$k_{14} = 500000$	$b_{14} = 140000$	$m_8 = 175$

Os valores das constantes de rigidez k_3 a k_8 foram obtidos considerando-se, na condição de carregamento estabelecida na Seção 5.3, um deslocamento estático médio em cada um dos três pares de molas de suspensão (dianteiro, intermediário e traseiro) igual a 15 cm.

5.3.3.2 GRAFO DE LIGAÇÃO E DIAGRAMA DE BLOCOS

O grafo que representa a suspensão é apresentado na FIG. 5.34. As dimensões das multiligações estão indicadas entre colchetes. As ligações abertas estão associadas aos pontos de acoplamento de velocidade V_1 e V_2 da FIG. 5.33.



FIG. 5.34 Grafo multiligação das seis suspensões.

Na FIG. 5.34, Qr, vetor de esforços prescritos atuando sobre as rodas (pesos), e Bs e Br, matrizes características dos campos resistores, são dados pelas EQ 5.7; Ks⁻¹ e Kr⁻¹, matrizes características dos campos de capacitores, Mr, matriz característica do campo de inércias, e H, módulo do multitransformador, têm suas definições apresentadas pelas EQ 5.8.

$$Qr = -9.81 \cdot [m_3 \quad m_4 \quad m_5 \quad m_6 \quad m_7 \quad m_8]^T$$

$$Br = \begin{bmatrix} b_9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_{10} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{14} \end{bmatrix}, Bs = \begin{bmatrix} b_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_8 \end{bmatrix}$$
(EQ 5.7)

$$\mathbf{Kr} = \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{9} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{k}_{10} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{k}_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{k}_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{k}_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{k}_{14} \end{bmatrix} , \mathbf{Ks} = \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{k}_{5} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{k}_{7} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{k}_{8} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Mr} = \begin{bmatrix} \mathbf{m}_{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{m}_{4} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{m}_{5} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{m}_{6} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{m}_{7} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{m}_{8} \end{bmatrix} , \mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{h}_{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{h}_{4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{h}_{5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{h}_{6} \end{bmatrix}$$

$$(EQ 5.8)$$

A FIG. 5.35 apresenta o diagrama de blocos montado a partir do grafo da FIG. 5.24. As portas de saída 3 e 4 foram incluídas para permitir a passagem, para blocos medidores, dos sinais com as forças no contato pneu/solo (e17) e com as excitações de base, respectivamente.



FIG. 5.35 Diagrama de blocos das seis suspensões.

5.3.4 MODELOS GLOBAIS DO VEÍCULO 2

Fazendo-se uso da modularidade da Técnica dos Grafos de Ligação, os grafos individuais dos diversos subsistemas presentes no veículo 2 podem, agora, ser justapostos, gerando os grafos multiligação globais do modelo rígido_2 e do modelo flexível_2.

5.3.4.1 GRAFOS DE LIGAÇÃO E DIAGRAMAS DE BLOCOS GLOBAIS

Na FIG. 5.36 são indicados os pontos ou nós, conforme o modelo estrutural do monobloco, onde se dá o acoplamento de cada um dos outros oito subsistemas.



FIG. 5.36 Pontos/nós de interação do monobloco 2 com os subsistemas acoplados.

A FIG. 5.37 apresenta os grafos de ligação para o modelo flexível_2 (linha tracejada em vermelho) e para o modelo rígido_2 (linha pontilhada em azul), que foram construídos por partes e montados de forma similar àquela realizada para o veículo 1.

Os diagramas de blocos montados a partir dos grafos da FIG. 5.37 são idênticos àqueles apresentados pelas FIG. 5.11 e 5.12.



FIG. 5.37 Grafos multiligação globais para o modelo flexível_2 (tracejado vermelho) e para o modelo rígido_2 (pontilhado azul).

5.3.5 FREQÜÊNCIAS NATURAIS E MODOS DE VIBRAR DO VEÍCULO 2 COM MONOBLOCO FLEXÍVEL

Empregando-se a metodologia apresentada na Seção 3.7 para o caso do modelo fleível_2, obtiveram-se as matrizes características do campos armazenador independente e do campo dissipador, S₁ e L, respectivamente, e a matriz estrutura de junção, J (ver EQ 5.9).

$$S_{I} = \begin{bmatrix} M_{1440x1440}^{-1} & 0_{1440x1440} & 0_{1440x2} & 0_{1440x2} & 0_{1440x6} & 0_{1440x6} & 0_{1440x6} \\ 0_{1440x1440} & K_{1440x1440} & 0_{1440x2} & 0_{1440x2} & 0_{1440x6} & 0_{1440x6} \\ 0_{2x1440} & 0_{2x1440} & Mm_{2x2}^{-1} & 0_{2x2} & 0_{2x6} & 0_{2x6} & 0_{2x6} \\ 0_{2x1440} & 0_{2x1440} & 0_{2x2} & Km_{2x2} & 0_{2x6} & 0_{2x6} & 0_{2x6} \\ 0_{6x1440} & 0_{6x1440} & 0_{6x2} & 0_{6x2} & Ks_{6x6} & 0_{6x6} & 0_{6x6} \\ 0_{6x1440} & 0_{6x1440} & 0_{6x2} & 0_{6x2} & 0_{6x6} & Mr_{6x6}^{-1} & 0_{6x6} \\ 0_{6x1440} & 0_{6x1440} & 0_{6x2} & 0_{6x2} & 0_{6x2} & 0_{6x6} & Kr_{6x6} \end{bmatrix}$$
(EQ 5.9)
$$L = \begin{bmatrix} B_{1440x1440} & 0_{1440x2} & 0_{1440x6} & 0_{1440x6} \\ 0_{2x1440} & Bm_{2x2} & 0_{2x6} & 0_{2x6} \\ 0_{6x1440} & 0_{6x2} & Bs_{6x6} & 0_{6x6} \\ 0_{6x1440} & 0_{6x2} & Bs_{6x6} & 0_{6x6} \\ 0_{6x1440} & 0_{6x2} & Bs_{6x6} & 0_{6x6} \\ 0_{6x1440} & 0_{6x2} & 0_{6x6} & Br_{6x6} \\ \end{bmatrix}, \qquad J = \begin{bmatrix} J_{UU} & J_{UI} & J_{UL} \\ J_{IU} & J_{II} & J_{IL} \\ J_{LU} & J_{LI} & J_{LL} \end{bmatrix}$$

onde as submatrizes de J são dadas pelas EQ 5.10 e 5.11.

$$J_{IL} = J_{L1}^{T} = \begin{pmatrix} -I_{1370x1370} & 0_{1370x2} & 0_{1370x6} & 0_{1370x6} & 0_{1370x56} & 0_{1370x2} & 0_{1370x6} & 0_{1370x6} \\ 0_{2x1370} & -I_{2x2} & 0_{2x6} & 0_{2x6} & 0_{2x56} & -I_{2x2} & 0_{2x6} & 0_{2x6} \\ 0_{6x1370} & 0_{6x2} & -I_{6x6} & 0_{6x56} & 0_{6x2} & -I_{6x6} & 0_{6x6} \\ 0_{56x1370} & 0_{56x2} & 0_{56x6} & 0_{56x6} & -I_{56x56} & 0_{56x2} & 0_{56x6} & 0_{56x6} \\ 0_{56x1370} & 0_{56x2} & 0_{56x6} & 0_{56x6} & -I_{56x56} & 0_{56x2} & 0_{56x6} & 0_{56x6} \\ 0_{1370x1370} & 0_{1370x2} & 0_{1370x6} & 0_{1370x6} & 0_{1370x56} & 0_{1370x2} & 0_{1370x6} & 0_{1370x6} \\ 0_{2x1370} & 0_{2x2} & 0_{2x6} & 0_{2x6} & 0_{2x56} & 0_{2x2} & 0_{2x6} & 0_{2x6} \\ 0_{6x1370} & 0_{6x2} & 0_{6x6} & 0_{6x6} & 0_{6x56} & 0_{6x2} & 0_{6x6} & 0_{6x6} \\ 0_{56x1370} & 0_{56x2} & 0_{56x6} & 0_{56x6} & 0_{56x50} & 0_{56x2} & 0_{56x6} & 0_{56x6} \\ 0_{56x1370} & 0_{56x2} & 0_{56x6} & 0_{56x6} & 0_{56x50} & 0_{56x2} & 0_{56x6} & 0_{56x6} \\ 0_{56x1370} & 0_{56x2} & 0_{56x6} & 0_{56x6} & 0_{56x50} & 0_{56x2} & 0_{56x6} & 0_{56x6} \\ 0_{2x1370} & 0_{2x2} & 0_{2x6} & 0_{2x6} & 0_{2x56} & 1_{2x2} & 0_{2x6} & 0_{2x6} \\ 0_{2x1370} & 0_{2x2} & 0_{2x6} & 0_{2x6} & 0_{2x56} & 1_{2x2} & 0_{2x6} & 0_{2x6} \\ 0_{2x1370} & 0_{2x2} & 0_{2x6} & 0_{2x6} & 0_{2x56} & 1_{2x2} & 0_{2x6} & 0_{2x6} \\ 0_{5x1370} & 0_{6x2} & 0_{6x6} & 0_{6x6} & 0_{6x56} & 0_{6x2} & 0_{6x6} & 0_{6x6} \\ 0_{6x1370} & 0_{6x2} & 0_{6x6} & 0_{6x6} & 0_{6x56} & 0_{6x2} & 0_{6x6} & 0_{6x6} \\ 0_{6x1370} & 0_{6x2} & 0_{6x6} & 0_{6x6} & 0_{6x56} & 0_{6x2} & 0_{6x6} & 0_{6x6} \\ 0_{6x1370} & 0_{6x2} & 0_{6x6} & 0_{6x6} & 0_{6x56} & 0_{6x2} & 0_{6x6} & 0_{6x6} \\ 0_{6x1370} & 0_{6x2} & 0_{6x6} & 0_{6x6} & 0_{6x56} & 0_{6x2} & 0_{6x6} & 0_{6x6} \\ 0_{6x1370} & 0_{6x2} & 0_{6x6} & 0_{6x6} & 0_{6x56} & 0_{6x2} & 0_{6x6} & 0_{6x6} \\ 0_{6x1370} & 0_{6x2} & 0_{6x6} & 0_{6x6} & 0_{6x56} & 0_{6x2} & 0_{6x6} & 0_{6x6} \\ 0_{6x1370} & 0_{6x2} & 0_{6x6} & 0_{6x6} & 0_{6x56} & 0_{6x2} & 0_{6x6} & 0_{6x6} \\ 0_{6x1370} & 0_{6x2} & 0_{6x6} & 0_{6x6} & 0_{6x56} & 0_{6x2} & 0_{6x6} & 0_{6x6} \\ 0_{$$

Nas EQ 5.9, M e K são, respectivamente, as matrizes de massa e de rigidez do monobloco 2 flexível, obtidas via MEF, B é a matriz de amortecimento estrutural do monobloco 2 flexível, obtida por meio da EQ 2.5, Kr, Br, Mr, Ks e Bs são dadas pelas EQ 5.8 e Mm, Km e Bm são construídas por meio da eliminação das linhas e colunas referentes ao passageiro direito nas EQ 3.3. A matriz H, nas EQ 5.10 e 5.11, é definida pelas EQ 5.8.

Nas FIG. 5.38 até 5.47, são apresentados os dez primeiros modos de vibrar do veículo 2 com monobloco flexível e as respectivas freqüências naturais. Nestas figuras, como normalização, atribuiu-se o valor unitário ao maior deslocamento do monobloco, do motor ou do motorista. Os cubos desenhados com linhas cheias representam as posições ocupadas pelo motorista e pelo motor após a deformação dos elementos flexíveis.

Além disso, não se representaram, para maior clareza na apresentação, os subsistemas da suspensão e as paredes laterais do monobloco.



FIG. 5.38 Primeiro modo de vibrar do modelo flexível_2 ($\omega_1 = 0,305$ Hz).



FIG. 5.39 Segundo modo de vibrar do modelo flexível_2 ($\omega_2 = 0,816$ Hz).



FIG. 5.40 Terceiro modo de vibrar do modelo flexível_2 ($\omega_3 = 1,164$ Hz).



FIG. 5.41 Quarto modo de vibrar do modelo flexível_2 ($\omega_4 = 1,263$ Hz).



FIG. 5.42 Quinto modo de vibrar do modelo flexível_2 ($\omega_5 = 2,305$ Hz).



FIG. 5.43 Sexto modo de vibrar do modelo flexível_2 ($\omega_6 = 6,401$ Hz).



FIG. 5.44 Sétimo modo de vibrar do modelo flexível_2 ($\omega_7 = 8,649$ Hz).



FIG. 5.45 Oitavo modo de vibrar do modelo flexível_2 ($\omega_8 = 8,666$ Hz).



FIG. 5.46 Nono modo de vibrar do modelo flexível_2 ($\omega_9 = 8,716$ Hz).



FIG. 5.47 Décimo modo de vibrar do modelo flexível_2 ($\omega_{10} = 8,837$ Hz).

5.3.6 SIMULAÇÃO DA PASSAGEM DO VEÍCULO 2 SOBRE OBSTÁCULO

As FIG. 4.9 e 4.12, apresentam o leiaute e a vista em corte, paralelo ao plano xz, do obstáculo utilizado na simulação, à velocidade constante de 10 km/h, dos modelos rígido_2 e flexível_2.

A FIG. 4.8 apresenta as opções do método de integração numérica do *Simulink*® e o tempo de simulação utilizados na configuração dos diagramas de blocos montados a partir dos grafos da FIG. 5.37.

A fonte vetorial de fluxo S_{f_s} nos grafos da FIG. 5.37 é modelada, no *Simulink*, por meio do bloco Sfs no diagrama da FIG. 5.35, e seu conteúdo é apresentado na FIG. 5.48. O fluxo em uma determinada roda é obtido por meio do produto (realizado em um bloco *Product*) entre os sinais produzidos por uma fonte senoidal (*Sine Wave*) e por um gerador de pulsos (*Pulse Generator*). Os seis sinais escalares com os fluxos de cada uma das rodas são, então, reunidos num único sinal vetorial, por meio de um multiplexador (*Mux*).



FIG. 5.48 Conteúdo do bloco Sfs no diagrama de blocos da FIG. 5.35.

No diagrama da FIG. 5.48, as fontes senoidais e os geradores de pulsos numerados de 1 a 6 estão associados, respectivamente, às rodas dianteira esquerda, dianteira direita, intermediária esquerda, intermediária direita, traseira esquerda e traseira direita. A porta de saída 2, excitação, permite a passagem, para um bloco medidor, do sinal com os fluxos das rodas.

Os parâmetros para a configuração das fontes senoidais e dos geradores de pulsos no diagrama de blocos da FIG. 5.48 são apresentados na FIG. 4.16 e na TAB. 5.12.

Bloco	Fase (rad) Phase (rad)	Bloco	Atraso (s) Phase delay (secs)
Sine Wave1	$-\omega \cdot t_1$	Pulse Generator 1	t ₁
Sine Wave2	$-\omega \cdot t_2$	Pulse Generator2	t_2
Sine Wave3	$-\omega \cdot t_3$	Pulse Generator3	t ₃
Sine Wave4	$-\omega \cdot t_4$	Pulse Generator4	t_4
Sine Wave5	$-\omega \cdot t_5$	Pulse Generator5	t ₅
Sine Wave6	$-\omega \cdot t_6$	Pulse Generator6	t ₆

TAB. 5.12 Fases das fontes senoidais e atrasos dos geradores de pulsos no diagrama de blocos da FIG. 5.48.

Na TAB. 5.12, $\omega = (500 \cdot \pi/81)$ rad/s e t₁, t₂, t₃, t₄, t₅ e t₆ são dados pelas EQ 5.12.

$$\begin{array}{ll} t_1 = 5 \ , & t_3 = 5{,}522 \ , & t_5 = 6{,}206 \\ t_2 = 5 + 0{,}25656 \times 3^{\frac{1}{3}} \ , & t_4 = 5{,}522 + 0{,}25656 \times 3^{\frac{1}{3}} \ , & t_6 = 6{,}206 + 0{,}25656 \times 3^{\frac{1}{3}} \end{array} \tag{EQ 5.12}$$

Por fim, para a realização da simulação do veículo 2 com monobloco flexível, foram selecionados os 12 primeiros modos da estrutura. Assim, no grafo multiligação global do modelo flexível_2 (ver FIG. 5.37), n = 12 e, nas EQ 5.1, T = [$I_{12x12} \ 0_{12x1428}$].

Alguns dos resultados obtidos são apresentados a seguir.



FIG. 5.49 Força vertical de contato pneu/solo na roda dianteira direita.(a) Modelo rígido_2. (b) Modelo flexível_2.



FIG. 5.50 Força vertical de contato pneu/solo na roda traseira direita.(a) Modelo rígido_2. (b) Modelo flexível_2.

As FIG. 5.49 e 5.50 apresentam as forças verticais exercidas pelos pneus dianteiro direito e traseiro direito dos modelos rígido_2 e flexível_2 no contato com o solo, obtidas a partir dos 2° e 6° esforços na multiligação n° 17 dos grafos da FIG. 5.37, que correspondem, respectivamente, aos 2° e 6° componentes do sinal vetorial e17, na porta de saída n° 3 do diagrama de blocos da FIG. 5.35. Convém observar que tais esforços não invertem o seu sinal durante a simulação, o que significaria ter-se um pneu "tracionado", interpretado fisicamente como a perda do contato do pneu com o solo.



FIG. 5.51 Deformação vertical da mola da suspensão dianteira direita.(a) Modelo rígido_2. (b) Modelo flexível_2.


FIG. 5.52 Deformação vertical da mola da suspensão traseira direita.(a) Modelo rígido 2. (b) Modelo flexível 2.

As FIG. 5.51 e 5.52 apresentam as deformações verticais das molas das suspensões dianteira direita e traseira direita dos modelos rígido_2 e flexível_2, obtidas a partir da integração, no tempo, dos 2º e 6º fluxos na multiligação nº 9 do grafo da FIG. 5.10, realizada, no *Simulink*®, conduzindo-se até um bloco integrador os 2º e 6º componentes do sinal vetorial f9, que entra no bloco C:Ks-1 do diagrama de blocos da FIG. 5.35.



FIG. 5.53 Ângulo de torção do monobloco. (a) Modelo rígido_2. (b) Modelo flexível_2.

O ângulo de torção do monobloco é definido como a diferença entre os ângulos que as retas que unem os nós 1 a 10 e 225 a 234 formam com o plano horizontal. Como, por hipótese, o monobloco do modelo rígido_2 é indeformável, o seu ângulo de torção será sempre nulo, conforme indicado na FIG. 5.53a.

No caso do monobloco do modelo flexível_2, os ângulos das retas são calculados com base nos deslocamentos verticais dos nós 1, 10, 225 e 234, obtidos a partir da integração, no tempo, dos 3°, 57°, 1347° e 1401° elementos do vetor resultante da pré-multiplicação por $\Phi \cdot T^T$ do fluxo na multiligação n° 5 dos grafos da FIG. 5.37, realizada, no *Simulink*®, conduzindo-se até um bloco integrador os 3°, 57°, 1347° e 1401° componentes do sinal vetorial de saída de um bloco de ganho matricial igual a $\Phi \cdot T^T$, cuja entrada seja o sinal vetorial f5, que sai do bloco correspondente ao subsistema monobloco 2 flexível no diagrama montado a partir do grafo multiligação global para o modelo flexível_2 (ver FIG. 5.37).



FIG. 5.54 Aceleração do motorista. (a) Modelo rígido_2. (b) Modelo flexível_2.

A FIG. 5.54 apresenta a aceleração do motorista nos modelos rígido_2 e flexível_2, obtida dividindo-se pela massa do motorista o 1º esforço na multiligação nº 7 dos grafos da FIG. 5.37, ou, no *Simulink*®, conduzindo-se até um bloco de ganho igual ao inverso da massa do motorista o 1º componente do sinal vetorial **e7**, que entra no bloco correspondente ao campo de inércias I:Mm, mostrado nos grafos da FIG. 5.37.



FIG. 5.55 Potência dissipada no amortecedor dianteiro direito.







As FIG. 5.55 e 5.56 apresentam, para o período compreendido entre o 4º e o 10º segundos de simulação, as potências dissipadas nos amortecedores das suspensões dianteira direita e traseira direita dos modelos rígido_2 e flexível_2, obtidas a partir do 2º e 6º resultados do produto, termo a termo, entre o vetor de esforços e o vetor de fluxos na multiligação nº 12 do grafo da 5.37, que correspondem, respectivamente, aos 2º e 6º componentes do sinal vetorial de saída de um bloco multiplicador no qual as entradas sejam os sinais vetoriais e12 e f12, que se conectam ao bloco R:Bs do diagrama de blocos da FIG. 5.35.



FIG. 5.57 Deformação vertical do pneu dianteiro direito.

(a) Modelo rígido_2. (b) Modelo flexível_2.





As FIG. 5.57 e 5.58 apresentam as deformações verticais dos pneus dianteiro direito e traseiro direito dos modelos rígido_2 e flexível_2, obtidas a partir da integração, no tempo, dos 2° e 6° fluxos na multiligação n° 10 dos grafos da FIG. 5.37, realizada, no *Simulink*®, conduzindo-se até um bloco integrador os 2° e 6° componentes do sinal vetorial f10, que entra no bloco C:Kr-1 do diagrama de blocos da FIG. 5.35.

Podem-se tecer as seguintes considerações em torno dos resultados obtidos com a simulação do veículo 2:

a) o fato de o ângulo de torção do monobloco do modelo fexível_1 manter-se praticamente nulo durante toda a simulação não se deve exclusivamente à elevada rigidez de sua estrutura: observa-se, por meio dos gráficos das FIG. 5.51, 5.52, 5.58 e 5.59, que as suspensões da viatura trabalham no sentido de minimizar os movimentos de *pitch* e *roll* do monobloco;

b) outrossim, é possível notar que, para cada gráfico do modelo flexível_2, existe outro, muito semelhante, gerado com base no modelo rígido_2: conseqüentemente, para efeito da simulação em tela, o monobloco 2 flexível comporta-se tal como um corpo rígido; e

c) embora tenham sido incluídas aberturas na estrutura do veículo 2, sua grande rigidez era previsível, em função da espessura de parede de 8,5 mm utilizada na construção da maior parte do monobloco 2.

6. CONCLUSÕES E SUGESTÕES

Neste trabalho, procurou-se analisar a influência da flexibilidade estrutural na dinâmica vertical de veículos através de um procedimento de modelagem modular de chassis e monoblocos flexíveis, utilizando os elementos generalizados da Técnica dos Grafos de Ligação e um ambiente de simulação com o conceito de diagramas de blocos.

Para a realização do estudo proposto, adotou-se a abordagem ao problema de estruturas flexíveis desenvolvida por Da SILVA e SPERANZA NETO (1993), pela qual o modelo dinâmico da estrutura, discretizado pelo Método dos Elementos Finitos, é integralmente aproveitado pela Técnica dos Grafos de Ligação, utilizando a generalização dos elementos dessa técnica para representar, através de campos, as relações constitutivas associadas aos elementos estruturais, facilitando o acoplamento desses elementos ao sistema.

Nos procedimentos de simulação foi utilizada a representação de modelos desenvolvida por FERREIRA e Da SILVA (2005) e FERREIRA (2006), na qual o grafo de ligação referente a um determinado sistema é convertido em diagrama de blocos, que preserva todas as características do grafo, porém, sem a necessidade de equacionamento, além de permitir uma visualização esquemática do sistema em estudo e das relações entre seus componentes.

Por fim, cada um dos veículos analisados teve o seu respectivo chassi ou monobloco tratado por meio da dinâmica de corpos rígidos e os resultados das simulações dos modelos assim obtidos foram comparados com as respostas fornecidas pelos modelos construídos levando-se em conta a flexibilidade estrutural, quando submetidos às mesmas excitações de base.

Assim, verificou-se que nem sempre será possível negligenciar a influência da flexibilidade estrutural na avaliação do comportamento dinâmico de um veículo, como ficou caracterizado com base nos resultados apresentados no Capítulo 4, particularmente, ao se compararem as curvas mostradas na FIG. 4.26, onde são apresentados os ângulos de torção.

Outrossim, também foi possível constatar que, num sistema veicular, a flexibilidade da estrutura poderá ser desconsiderada todas as vezes que a sua rigidez for suficientemente grande, como no caso do monobloco 1, para o qual os resultados das simulações dos modelos rígido e flexível se mostraram, praticamente, idênticos.

Com relação à VBTP–MR, os efeitos da flexibilidade estrutural no seu comportamento dinâmico mostraram-se quase que imperceptíveis, pois, além da elevada rigidez do monobloco, as seis suspensões independentes provaram ser extremamente eficientes na missão de "absorver" as irregularidades do terreno, praticamente eliminando os movimentos de *roll* e *pitch* nas simulações realizadas.

Todavia, apenas com a análise dos modelos flexíveis é possível verificar o nível das tensões dinâmicas ocorridas durante o movimento do veículo – informação extremamente importante para efeito de projeto (ver FIG. 4.34).

Os tempos de simulação para o modelo do veículo com chassi flexível foram calculados antes e depois da aplicação das técnicas de decomposição modal (seguida de uma seleção de modos) e de condensação de Guyan para a redução de ordem do sistema (ver APÊNDICE 4). Verificou-se que é possível obter uma diminuição expressiva do tempo médio de CPU, em função do número de modos estruturais selecionados, a um custo relativamente baixo, em termos de comprometimento da precisão dos resultados.

Todas as simulações realizadas ao longo deste trabalho limitaram-se à análise do comportamento dinâmico vertical dos sistemas veiculares apresentados. A inclusão de forçamentos ou excitações que possam influenciar na dinâmica lateral dos modelos desenvolvidos será, naturalmente, o próximo passo no sentido de se aprimorar os resultados obtidos.

No Capítulo 5, empregou-se a forma de redução de ordem a partir do conhecimento dos modos preponderantes do sistema. É possível, também, investigar outros métodos de redução, que, certamente, poderão ser obtidos a partir de uma representação em grafos de ligação e, conseqüentemente, convertidos em diagramas de blocos e implementados via *Simulink*®.

Igualmente importante seria um estudo voltado, especificamente, para a técnica de redução de ordem por meio da decomposição modal, visando o estabelecimento de critérios para a definição de quantos e quais modos selecionar, analisando-se, particularmente, a sua influência na estabilidade dos resultados das simulações, com relação à existência de perturbações harmônicas.

Outra providência de grande interesse envolve uma avaliação no sentido de se definirem bases quantitativas para a mensuração da rigidez de um chassi ou monobloco, com o objetivo de possibilitar a sua caracterização em termos de flexibilidade estrutural e seu enquadramento como sistema de parâmetros concentrados ou de parâmetros distribuídos.

Graças à característica de modularidade tanto da técnica empregada na modelagem, quanto da ferramenta de simulação, os modelos adotados poderão ser sofisticados sem qualquer dificuldade adicional, inclusive considerando-se não-linearidades geométricas ou físicas (como, por exemplo, adotando-se amortecedores na suspensão cujas características constitutivas sejam fornecidas por meio de um banco de dados do tipo força × velocidade), da mesma forma que modelos estruturais mais complexos de chassi ou monobloco também poderão ser utilizados sem maiores problemas.

Poder-se-ão, também, simular situações de condução fora de estrada, nas quais se considerem condições dinâmicas características, tais como perdas de contato dos pneus com o solo e limitações do curso de deslocamento das molas das suspensões por meio de batentes.

Todos os resultados apresentados ao longo deste estudo foram obtidos por meio de simulações numéricas e comparados, exclusivamente, entre si, ou com dados de outros trabalhos semelhantes, nos quais tenham sido empregados diferentes métodos de modelagem e/ou de simulação ou, ainda, abordagens estruturais distintas. Seria extremamente desejável que se pudessem realizar, a partir de agora, comparações com dados obtidos por meio de trabalhos experimentais, visando aferir, ajustar e refinar os modelos desenvolvidos e legitimar os resultados das simulações implementadas.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BATHE, Klaus-Jürgen. Finite Element Procedures. New Jersey: Prentice-Hall, 1996. 1037 p. ISBN 000-13-301458-4.
- BEER, Ferdinand P., JOHNSTON, Jr., E. Russel. Mecânica Vetorial para Engenheiros: Cinemática e Dinâmica. 5. ed. rev. Makron Books, 1991. 1002 p. ISBN 85-34602-03-4.
- BEER, Ferdinand P., JOHNSTON, Jr., E. Russel, EISENBERG, Elliot R. et al. Mecânica Vetorial para Engenheiros: Estática. 7. ed. McGraw-Hill Interamericana do Brasil, 2006. 670 p. ISBN 85-86804-45-2.
- BEER, Ferdinand P., JOHNSTON, Jr., E. Russel. Resistência dos Materiais. 3. ed. Makron Books, 1995. 1255 p. ISBN 85-34603-44-8.
- BREEDVELD, P. C., Bond Graph: Physical Systems Modeling, Encyclopedia of Life Support Systems, versão preliminar. Trabalho apresentado na Geoplex Summer School, Bertinoro, Itália, 2003.
- BROENINK, J. F., Introduction to Physical Systems Modelling with Bond Graphs, University of Twente, Enschede, Netherlands, 2000.
- CRAIG, Jr., Roy R. Structural Dynamics. New York: John Wiley & Sons, 1981. 527 p. ISBN 0-471-04499-7.
- CONTROLLAB, Getting Started with 20-Sim, Enschede, Netherlands, 2004.
- Da ROCHA, Renato Seixas. Análise Dinâmica de Chassi Veicular Utilizando os Procedimentos Generalizados da Técnica dos Grafos de Ligação. 1998. 100 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Instituto Militar de Engenharia, 1998.
- Da SILVA, F. R., SPERANZA NETO, M., Metodologia de Construção do Grafo de Ligação para Sistemas Estruturais, XII COBEM, v. I, Brasília, Brasil, p. 57-60, 1993.

- Da SILVA, Fernando Ribeiro. Procedimentos para a Análise Estrutural Dinâmica Através da Técnica Generalizada dos Grafos de Ligação. 1994. Tese (Doutorado em Ciências) Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, 1994.
- Da SILVA, F. R., Modelagem e Análise de Sistemas Dinâmicos, Curso de Especialização em Engenharia Mecatrônica, UERJ Faculdade de Engenharia, Rio de Janeiro, Brasil, 2001.
- FERREIRA, F. M., Da SILVA, F. R., Computational Block-diagram Execution of Multiport Fields Models with Causal Considerations. In: 18th COBEM, Ouro Preto, Brasil, 2005.
- FERREIRA, Fábio Magalhães. **Modelagem de Sistemas Dinâmicos Utilizando Procedimentos Modulares**. 2006. 150 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Instituto Militar de Engenharia, 2006.
- HANSELMAN, Duane, LITTLEFIELD, Bruce, Matlab 6: Curso Completo. Pearson / Prentice-Hall, 2004. 692 p. ISBN 85-87918-56-7.
- KARNOPP, D. C., Bond Graphs Methods in Structural Dynamics, SAE Paper 710781, 1971.
- KARNOPP, Dean. C., ROSENBERG, Ronald C., MARGOLIS, Donald L. System **Dynamics:** a Unified Approach. New York: John Wiley & Sons, 1990. 514 p. ISBN 0-471-62171-4.
- KWON, Young W., BANG, Hyochoong. The Finite Element Method using MATLAB. CRC Press, 1997. 519 p. ISBN 0-8493-9653-0.
- LEITE, I. C., Da SILVA, F. R., Modelagem de Sistemas Estruturais através de Procedimentos Modulares. In: XXVII CILAMCE, Belém, Brasil, 2006.
- MARGOLIS, Donald L. Bond Graphs, Normal Modes and Vehicular Structures. Vehicle System Dynamics, v. 7, p. 49-63, 1978.
- MARGOLIS, D. L., EDEAL, D., Modeling and Control of Large Flexible Frame Vehicles Using Bond Graphs, SAE Paper 822488, 1989.

MARTINEZ, J. F. Modelos para Análise do Comportamento Dinâmico de Veículos sobre Suspensão. 1991. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Instituto Militar de Engenharia, 1991.

MATHWORKS INC, Matlab® 6 User's Guide, Massachusets, USA, 2000.

- MATSUMOTO, Élia Yathie. Simulink 5: Fundamentos. São Paulo: Editora Érica, 2003. 204 p. ISBN 85-7194-937-9
- ROSENBERG, Ronald C. State-space Formulation for Bond-graph Models of Multiport Systems. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, ASME, v. 93, n. 1, p. 35-40, 1971.
- SAMANTARAY, A., K., **About Bond Graphs the System Modeling World** [online]. 2001. Disponível: http://www.bondgraphs.com [capturado em 07 fev. 2006].
- SPERANZA NETO, M., Da SILVA, F. R., MARTINEZ, J. R., Design Methodology in Vehicle Dynamics, using the Procedure of Modeling, Simulation and Analysis of System Dynamics, SAE BRASIL 92, São Paulo, Brasil, SAE Paper 921480, 1992.
- SPERANZA NETO, M., De MORAES, C. D., Procedimento para Simulação Numérica da Dinâmica de Corpos Rígidos, baseado na Técnica dos Grafos de Ligação, XIV CILAMCE, v. II, p. 923-932, São Paulo, Brasil, 1993.
- SPERANZA NETO, M., Procedimento para Acoplamento de Modelos Dinâmicos Através do Fluxo de Potência, XV COBEM, Águas de Lindóia, Brasil, 1999.
- TIMOSHENKO, Stephen P., GERE, James. E. Mecânica dos Sólidos. v. 1. Rio de Janeiro: LTC, 1983. 256 p. ISBN 85-216-0247-2.
- ZHANG, Y., XIAO, P., PALMER, T., FARAHANI, A., Vehicle Chassis/Suspension Analysis – Finite Element Model vs. Rigid Body Model, SAE Paper 980900, p. 113-126, 1998.

8. APÊNDICES

8.1 APÊNDICE 1: DINÂMICA VERTICAL DE UM VEÍCULO PLANO

Com o objetivo de demonstrar a influência da flexibilidade do chassi ou do monobloco no comportamento dinâmico de um automóvel, foi realizado um estudo da dinâmica vertical de um veículo terrestre plano (dotado, somente, de graus de liberdade de translação vertical e de rotação em torno do eixo transversal), sem amortecimento estrutural e com um passageiro.

A estrutura do veículo foi modelada por meio de três abordagens distintas:

- a) dinâmica de corpo rígido (Sistema 1);
- b) análise modal (Sistema 2); e
- c) Método dos Elementos Finitos (Sistema 3).

Os três modelos foram, em seguida, submetidos às mesmas excitações de base e as respostas ao longo do tempo de algumas variáveis representativas de cada sistema foram, então, comparadas.

Em todos os casos, o subsistema formado pelo passageiro e seu assento foi representado por um corpo apoiado sobre uma mola e um amortecedor (dotados, respectivamente, de massa, rigidez e coeficiente de amortecimento proporcionalmente equivalentes aos de um homem médio sobre um banco automotivo) e a estrutura do veículo foi acoplada a dois conjuntos mola-amortecedor, referentes às suspensões dianteira e traseira.

As FIG. 8.1 e 8.2 apresentam o modelo físico, os valores dos parâmetros e os grafos de ligação para o Sistema 1, formado por um passageiro com o seu respectivo assento mais um veículo plano com duas suspensões independentes e uma estrutura rígida dotada dos graus de liberdade de translação vertical (*bounce*) e de rotação em torno do eixo transversal (*pitch*).



FIG. 8.1 Modelo físico e valores dos parâmetros para o Sistema 1.



FIG. 8.2 (a) Grafo de ligação simples, Sistema 1. (b) Grafo multiligação, Sistema 1.

As equações de estados para o Sistema 1 foram obtidas de acordo com o procedimento padrão da Técnica dos Grafos de Ligação e são apresentadas em sua forma matricial na EQ 8.1.

$$\dot{\mathbf{X}}_{6x1} = \mathbf{A}_{6x6} \cdot \mathbf{X}_{6x1} + \mathbf{B}_{6x4} \cdot \mathbf{U}_{4x1}$$
(EQ 8.1)

onde $X^{T} = [p1 \ p2 \ p3 \ q4 \ q5 \ q6], U^{T} = [vt \ vd \ M \cdot g \ m \cdot g], g \acute{e}$ a aceleração da gravidade, e A e B são dadas pelas EQ 8.2.

[- Rm + Rt + Rd	$a \cdot Rt - xm \cdot Rm - b \cdot Rd$	Rm	1	1	1		
	M	J	m	Ct	Cm	Cd		
	$a \cdot Rt - xm \cdot Rm - b \cdot Rd$	$a^2 \cdot Rt + xm^2 \cdot Rm + b^2 \cdot Rd$	xm·Rm	а	xm	b		
	М	J	m	\overline{Ct}	Cm	Cd		
	Rm	<u>xm·Rm</u>	Rm	0	1	0		
Δ —	Μ	J	m	U	Cm	U		
A =	$-\frac{1}{M}$	$\frac{a}{J}$	0	0	0	0		
	$\frac{1}{M}$	$\frac{\mathrm{xm}}{\mathrm{J}}$	$-\frac{1}{m}$	0	0	0	(EQ 8.2)	
	$-\frac{1}{M}$	$-\frac{b}{J}$	0	0	0	0		
		$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{Rt} & \mathbf{Rd} & 1 & 0 \\ -\mathbf{a} \cdot \mathbf{Rt} & \mathbf{b} \cdot \mathbf{Rd} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$						

A partir das equações de estado, foi possível desenvolver as matrizes de massa e de rigidez do modelo global do veículo, com as quais realizou-se uma análise de autovalores e autovetores que culminou com a obtenção das freqüências naturais em Hz ($\omega_{1,1}$, $\omega_{2,1}$ e $\omega_{3,1}$) e da matriz modal (Φ_1) do Sistema 1 (ver EQ 8.3).

$$\begin{split} \omega_{1,1} &= 0.968 \\ \omega_{2,1} &= 1.685 \\ \omega_{3,1} &= 36,322 \end{split} \qquad \Phi_1 = \begin{bmatrix} 1.00 & 1.00 & 1.00 \\ -0.05 & 49.14 & 1.00 \\ 0.96 & 37.94 & -42.05 \end{bmatrix} \tag{EQ 8.3}$$

As FIG. 8.3 e 8.4 apresentam o modelo físico, os valores dos parâmetros e os grafos de ligação para o Sistema 2, formado por um passageiro com o seu respectivo assento mais um veículo plano com duas suspensões independentes e uma estrutura flexível modelada pelos cinco primeiros modos e freqüências naturais de uma viga.



FIG. 8.3 Modelo físico e valores dos parâmetros para o Sistema 2.



FIG. 8.4 (a) Grafo de ligação simples, Sistema 2. (b) Grafo multiligação, Sistema 2.

As equações de estados para o Sistema 2 foram obtidas de acordo com o procedimento padrão da Técnica dos Grafos de Ligação e são apresentadas em sua forma matricial na EQ 8.4.

$$X_{12x1} = A_{12x12} \cdot X_{12x1} + B_{12x4} \cdot U_{4x1}$$
 (EQ 8.4)

A partir das equações de estado, foi possível desenvolver as matrizes de massa e de rigidez do modelo global do veículo, com as quais realizou-se uma análise de autovalores e autovetores que culminou com a obtenção das freqüências naturais em Hz ($\omega_{1,2}, ..., \omega_{6,2}$) e da matriz modal (Φ_2) do Sistema 2 (ver EQ 8.5).

As FIG. 8.5 e 8.6 apresentam o modelo físico, os valores dos parâmetros e os grafos de ligação para o Sistema 3, formado por um passageiro com o seu respectivo assento mais um veículo plano com duas suspensões independentes e uma estrutura flexível modelada por quatro elementos de viga.



FIG. 8.5 Modelo físico e valores dos parâmetros para o Sistema 3.



FIG. 8.6 (a) Grafo de ligação simples, Sistema 3. (b) Grafo multiligação, Sistema 3.

As equações de estados para o Sistema 3 foram obtidas de acordo com o procedimento padrão da Técnica dos Grafos de Ligação e são apresentadas em sua forma matricial na EQ 8.6.

$$\dot{\mathbf{X}}_{24x1} = \mathbf{A}_{24x24} \cdot \mathbf{X}_{24x1} + \mathbf{B}_{24x10} \cdot \mathbf{U}_{10x1}$$
(EQ 8.6)

A partir das equações de estado, foi possível desenvolver as matrizes de massa e de rigidez do modelo global do veículo, com as quais realizou-se uma análise de autovalores e autovetores que culminou com a obtenção das freqüências naturais em Hz ($\omega_{1,3}, ..., \omega_{11,3}$) e da matriz modal (Φ_3) do Sistema 3 (ver EQ 8.7).

$$\Phi_{3} = \begin{bmatrix} 1,00 & 1,00 & 1,00 & 1,00 & 1,00 & 1,00 & 1,00 & 1,00 & 1,00 & 1,00 & 1,00 & 1,00 \\ -0,13 & 1,10 & -0,01 & -1,87 & 0,22 & -1,15 & -1,01 & 0,01 & 2,76 & 0,01 & 0,78 \\ -1,27 & 0,94 & -1,01 & 0,98 & -1,14 & 0,88 & 1,58 & -0,98 & 1,02 & -0,99 & 1,00 \\ 3,21 & -1,46 & -0,83 & -1,08 & 1,26 & 0,27 & 0,24 & 0,19 & 0,32 & -0,25 & -0,18 \\ 4,01 & 0,80 & 0,02 & -0,58 & -0,69 & 0,01 & 0,28 & 0,05 & -0,16 & -0,06 & 0,02 \\ 2,81 & 1,42 & -0,85 & 1,13 & 1,19 & -0,19 & -0,57 & 0,18 & -0,32 & -0,25 & 0,18 \\ 1,50 & 0,85 & 1,19 & 2,75 & -4,56 & -1,38 & -1,32 & -1,37 & -3,13 & 3,27 & 2,45 \\ 4,21 & -0,78 & 0,03 & 0,60 & -0,80 & -0,07 & -0,04 & 0,05 & 0,16 & -0,06 & -0,02 \\ 4,55 & 0,02 & 0,44 & 0,03 & 0,92 & 0,01 & -0,03 & -0,12 & 0 & -0,05 & 0 \\ -1,78 & 0,76 & -1,19 & 2,81 & 4,23 & -0,95 & -3,26 & 1,31 & -3,10 & -3,26 & 2,46 \\ 4,01 & 0,80 & 0,02 & -0,63 & -0,97 & 0,41 & -1,72 & -0,03 & 0,03 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(EQ 8.7)
$$\omega_{1,3} = 0,840, \qquad \omega_{4,3} = 10,002, \qquad \omega_{7,3} = 38,349, \qquad \omega_{10,3} = 145,148 \\ \omega_{2,3} = 1,646, \qquad \omega_{5,3} = 19,214, \qquad \omega_{8,3} = 56,337, \qquad \omega_{11,3} = 160,169 \\ \omega_{3,3} = 4,122, \qquad \omega_{6,3} = 35,227, \qquad \omega_{9,3} = 87,387, \end{cases}$$

Todas as simulações partiram de uma condição inicial nula para todas as variáveis de estado. Uma vez que se constatou serem necessários de três a quatro segundos para que o sistema atinja a sua condição de equilíbrio estático sob ação da força peso, o veículo, deslocando-se a uma velocidade longitudinal constante de 3 m/s, somente começa a sofrer a influência da excitação de base no quinto segundo de simulação, quando a primeira roda encontra-se com o ponto de mínimo de uma curva de perfil senoidal, com amplitude de 0,1 m, que segue atuando até o fim da simulação, aos vinte segundos.

A FIG. 8.7 apresenta, para cada modelo estrutural, as respostas ao longo do tempo do deslocamento e da aceleração do passageiro do veículo quando a excitação de base possui comprimento de onda igual a 6 m.



FIG. 8.7 Dinâmica vertical do passageiro, comprimento de onda da excitação de base igual a 6 m. (a) Sistema 1. (b) Sistema 2. (c) Sistema 3.

A FIG. 8.8 apresenta um conjunto de três seqüências de seis quadros onde se podem comparar, para cada modelo estrutural, a posição do passageiro (quadrado azul) e as configurações deformadas da estrutura do veículo (linha grossa vermelha), quando a excitação de base (linha fina vermelha) possui comprimento de onda igual a 0,4 m.



FIG. 8.8 Campos de deslocamentos, comprimento de onda da excitação de base igual a 0,4 m.(a) Sistema 1. (b) Sistema 2. (c) Sistema 3.

Pode-se concluir, através da análise dos resultados, que a flexibilidade do modelo adotado para a representação do chassi ou monobloco de um veículo terrestre plano, sem amortecimento estrutural e com um passageiro, influencia, de forma inequívoca, o comportamento dinâmico vertical do sistema.

8.2 APÊNDICE 2: CONVERTENDO DIAGRAMAS DE BLOCOS EM CÓDIGOS COMPUTACIONAIS

Através do aplicativo *Real-Time Workshop*®, é possível gerar código-fonte C ou código independente executável, a partir de modelos do *Simulink*®, para posterior implementação em sistemas ou *hardware* de tempo real, proporcionando um ganho em termos de portabilidade.

Os parâmetros do gerador de códigos podem ser configurados na guia "Real-Time Workshop" da caixa de diálogo "Simulation Parameters", opção do menu "Simulation":

🙀 untitled *			🜖 Simulation Par	ameters: untitled		
Eile Edit View	Simulation Format Tools Start Stop Simulation parameters	Help Ctrl+T	Solver Workspace I/O Diagnostics Advanced Real-Time Category: Target configuration			
	Mechanical environment Mormal Accelerator		Configuration System target file: Template makefile:	grt.tlc grt.default.tmf	Browse	
	External		Make command:	make_rtw	Stateflow options	
\$ 100%	ode45			OK Cancel	Help Apply	

FIG. 8.9 Janela com a configuração do alvo do Real-Time Workshop®.

Caso se esteja utilizando um método de integração numérica de passo variável (*variable-step solver*), como, por exemplo, o *ode45*, sugere-se adotar, para o *Real-Time Workshop*®, as configurações do Alvo Simulação Rápida (*Rapid Simulation Target*), procedendo-se da forma descrita a seguir:

- a) selecionar a opção "Target configuration" no menu "Category";
- b) por meio do botão "Browse...", abrir o "System Target File Browser";
- c) selecionar a linha correspondente ao arquivo rsim.tlc (ver FIG. 8.10); e
- d) pressionar o botão "OK".

System target file	Description				
asap2.tlc	ASAM-ASAP2 Data Definition Target	~			
drt.tlc	DOS(4GW) Real-Time Target				
ert.tlc	RTW Embedded Coder				
ert.tlc	Visual C/C++ Project Makefile only for the RTW Embedded Coder				
grt.tlc	Generic Real-Time Target				
grt.tlc	Visual C/C++ Project Makefile only for the "grt" target				
grt_malloc.tlc	Generic Real-Time Target with dynamic memory allocation				
grt_malloc.tlc	Visual C/C++ Project Makefile only for the "grt_malloc" target				
mpc555exp.tlc	Embedded Target for Motorola MPC555 (algorithm export)				
mpc555pil.tlc	Embedded Target for Motorola MPC555 (processor-in-the-loop)				
mpc555rt.tlc	Embedded Target for Motorola MPC555 (real-time target)				
osek_leo.tlc	(Beta) LE/O (Lynx-Embedded OSEK) Real-Time Target				
rsim.tlc	Rapid Simulation Target				
rtwin.tlc	Real-Time Windows Target				
rtwsfcn.tlc	S-function Target				
ti_c6000.tlc	Target for Texas Instruments(tm) TMS320C6000 DSP				
tornado.tlc	Tornado (VxWorks) Real-Time Target				
xpctarget.tlc	xPC Target				
		100			
election: COMMITIAN	6n5\rtw\c\reim\reim t]c				
	OBOJEONJOJEDITEJEDITE OIO				

FIG. 8.10 Janela com a lista de alvos disponíveis no Real-Time Workshop®.

Uma vez que os parâmetros do *Real-Time Workshop*® tenham sido devidamente configurados, o código-fonte em C poderá ser gerado através do botão "Build".

8.3 APÊNDICE 3: DESENVOLVIMENTO DOS ELEMENTOS DE CASCA DO CAPÍTULO 5

8.3.1 ELEMENTO TRIANGULAR

8.3.1.1 EFEITOS DE MEMBRANA (ELEMENTO DE MEMBRANA)

Conforme mostrado na FIG. 8.11, cada um dos três nós do elemento de membrana triangular possui dois graus de liberdade locais: uma translação na direção do eixo coordenado local x (u) e uma translação na direção do eixo coordenado local y (v).



FIG. 8.11 Elemento de membrana triangular.

Inicialmente, assume-se que os deslocamentos u e v num ponto qualquer do elemento podem ser descritos por meio de polinômios em função das coordenadas locais, x e y:

$$u(x, y) = a_1 + a_2 \cdot x + a_3 \cdot y$$

v(x, y) = b_1 + b_2 \cdot x + b_3 \cdot y (EQ 8.8)

As EQ 8.8 podem ser reescritas utilizando-se notação matricial:

$$\begin{bmatrix} u(x, y) \\ v(x, y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x & y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x & y \end{bmatrix} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}}_{a_{\mathrm{M}}}$$
(EQ 8.9)

A aplicação sucessiva das EQ 8.8 a cada um dos nós do elemento conduz à EQ 8.10.

$$\begin{bmatrix} u_{1} \\ u_{2} \\ u_{3} \\ v_{1} \\ v_{2} \\ v_{3} \\ v_{4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_{1} & y_{1} & 0 & 0 & 0 \\ 1 & x_{2} & y_{2} & 0 & 0 & 0 \\ 1 & x_{3} & y_{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x_{1} & y_{1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x_{2} & y_{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x_{3} & y_{3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_{1} \\ a_{2} \\ a_{3} \\ b_{1} \\ b_{2} \\ b_{3} \\ a_{M} \end{bmatrix}$$
(EQ 8.10)

onde $u_1 = u(x_1, y_1)$, $u_2 = u(x_2, y_2)$, $u_3 = u(x_3, y_3)$, $v_1 = v(x_1, y_1)$, $v_2 = v(x_2, y_2)$ e $v_3 = v(x_3, y_3)$. Da EQ 8.10, pode-se tirar a seguinte expressão:

$$\mathbf{a}_{\mathrm{M}} = \overline{\mathbf{X}}_{\mathrm{M}}^{-1} \cdot \mathbf{d}_{\mathrm{M}} \tag{EQ 8.11}$$

Substituindo-se a EQ 8.11 na EQ 8.9, obtém-se a relação apresentada pela EQ 8.12.

$$\begin{bmatrix} u(x, y) \\ v(x, y) \end{bmatrix} = \underbrace{X_{M} \cdot \overline{X}_{M}^{-1}}_{H_{M}} \cdot d_{M}$$
(EQ 8.12)

As EQ 8.13 fornecem as deformações no elemento.

$$\epsilon_{x} = \partial u/\partial x, \quad \epsilon_{y} = \partial v/\partial y, \quad \gamma_{xy} = \partial v/\partial x + \partial u/\partial y$$
 (EQ 8.13)

A substituição das EQ 8.8 nas EQ 8.13 traz à EQ 8.14.

Levando-se a EQ 8.11 à EQ 8.14, obtém-se a relação apresentada pela EQ 8.15.

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\epsilon}_{\mathrm{x}} & \boldsymbol{\epsilon}_{\mathrm{y}} & \gamma_{\mathrm{xy}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} = \underbrace{\mathrm{L}_{\mathrm{M}} \cdot \overline{\mathrm{X}}_{\mathrm{M}}^{-1}}_{B_{\mathrm{M}}} \cdot \mathrm{d}_{\mathrm{M}}$$
(EQ 8.15)

Segundo a formulação do MEF e com base nas hipóteses da teoria da elasticidade, as expressões com as definições das matrizes de massa e de rigidez no domínio de um elemento finito são aquelas mostradas nas EQ 8.16.

$$m^{e} = \int_{V} \rho \cdot H^{T} \cdot H \cdot dV$$

$$k^{e} = \int_{V} B^{T} \cdot D \cdot B \cdot dV$$
(EQ 8.16)

onde m^e e k^e são, respectivamente, as matrizes de massa e de rigidez do elemento, V é o domínio do elemento, ρ é a massa específica do material do elemento e D é a matriz constitutiva do material do elemento.

Da substituição, nas EQ 8.16, de H e B, respectivamente, por H_M (ver EQ 8.12) e B_M (ver EQ 8.15) e lembrando-se que, neste trabalho, as estruturas analisadas são constituídas de materiais elásticos lineares isotrópicos, resultam as matrizes de massa (m_M^e) e rigidez (k_M^e) de um elemento de membrana triangular:

$$\begin{split} \mathbf{m}_{M}^{e} &= \int_{V} \rho \cdot \mathbf{H}_{M}^{T} \cdot \mathbf{H}_{M} \cdot d\mathbf{V} = \\ &= \rho \cdot \overline{\mathbf{X}}_{M}^{-T} \cdot \int_{V} \mathbf{X}_{M}^{T} \cdot \mathbf{X}_{M} \cdot d\mathbf{V} \cdot \overline{\mathbf{X}}_{M}^{-1} = \\ &= \rho \cdot \mathbf{h} \cdot \overline{\mathbf{X}}_{M}^{-T} \cdot \int_{V} \mathbf{X}_{M}^{T} \cdot \mathbf{X}_{M} \cdot d\mathbf{V} \cdot \overline{\mathbf{X}}_{M}^{-1} = \\ &= \rho \cdot \mathbf{h} \cdot \overline{\mathbf{X}}_{M}^{-T} \cdot \int_{x} \int_{y} \mathbf{X}_{M}^{T} \cdot \mathbf{X}_{M} \cdot d\mathbf{y} \cdot d\mathbf{x} \cdot \overline{\mathbf{X}}_{M}^{-1} = \\ &= \mathbf{h} \cdot \overline{\mathbf{X}}_{M}^{-T} \cdot \int_{x} \int_{y} \mathbf{L}_{M}^{T} \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{L}_{M} \cdot d\mathbf{V} \cdot \overline{\mathbf{X}}_{M}^{-1} = \\ &= \mathbf{h} \cdot \overline{\mathbf{X}}_{M}^{-T} \cdot \int_{x} \int_{y} \mathbf{L}_{M}^{T} \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{L}_{M} \cdot d\mathbf{y} \cdot d\mathbf{x} \cdot \overline{\mathbf{X}}_{M}^{-1} \end{split}$$
(EQ 8.17)

onde h é a espessura do elemento e D é dada pela EQ 8.18.

$$D = \frac{E}{1 - v^2} \cdot \begin{bmatrix} 1 & v & 0 \\ v & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 - v}{2} \end{bmatrix}$$
(EQ 8.18)

onde E e v são, respectivamente, o módulo de elasticidade longitudinal e o coeficiente de Poisson do material do elemento.

8.3.1.2 EFEITOS DE FLEXÃO (ELEMENTO DE PLACA)

Conforme mostrado na FIG. 8.12, cada um dos três nós do elemento de placa triangular possui três graus de liberdade locais: uma translação na direção do eixo coordenado local z (w), uma rotação em torno do eixo coordenado local x (θ_x , derivada de w em relação a y) e uma rotação em torno do eixo coordenado local y (θ_y , derivada de –w em relação a x).



FIG. 8.12 Elemento de placa triangular.

Inicialmente, assume-se que o deslocamento w num ponto qualquer do elemento pode ser descrito por meio de um polinômio em função das coordenadas locais, x e y:

$$w(x, y) = a_1 + a_2 \cdot x + a_3 \cdot y + a_4 \cdot x^2 + a_5 \cdot x \cdot y + a_6 \cdot y^2 + a_7 \cdot x^3 + a_8 \cdot (x^2 \cdot y + x \cdot y^2) + a_9 \cdot y^3$$
(EQ 8.19)

Conseqüentemente:

$$\theta_{x}(x, y) = \partial w / \partial y = a_{3} + a_{5} \cdot x + 2a_{6} \cdot y + a_{8} \cdot (x^{2} + 2x \cdot y) + 3a_{9} \cdot y^{2}$$

$$\theta_{y}(x, y) = -\partial w / \partial x = -a_{2} - 2a_{4} \cdot x - a_{5} \cdot y - 3a_{7} \cdot x^{2} - a_{8} \cdot (2x \cdot y + y^{2})$$

(EQ 8.20)

Por outro lado, a EQ 8.19 pode ser reescrita utilizando-se notação matricial:

$$w(x, y) = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & x & y & x^2 & x \cdot y & y^2 & x^3 & x^2 \cdot y + x \cdot y^2 & y^3 \end{bmatrix}}_{X_F} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} a_1 & \cdots & a_9 \end{bmatrix}}_{a_F}$$
(EQ 8.21)

A aplicação sucessiva das EQ 8.19 e 8.20 a cada um dos nós do elemento conduz à EQ 8.22.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{w}_{1} \\ \mathbf{w}_{2} \\ \mathbf{w}_{3} \\ \mathbf{\theta}_{x}^{1} \\ \mathbf{\theta}_{x}^{0} \\ \mathbf{\theta}_{x}^{0} \\ \mathbf{\theta}_{x}^{0} \\ \mathbf{\theta}_{y}^{0} \\$$

onde $w_i = w(x_i, y_i), \ \theta_x^i = \theta_x(x_i, y_i) \ e \ \theta_y^i = \theta_y(x_i, y_i).$

Da EQ 8.22, pode-se tirar a seguinte expressão:

$$\mathbf{a}_{\mathrm{F}} = \overline{\mathbf{X}}_{\mathrm{F}}^{-1} \cdot \mathbf{d}_{\mathrm{f}} \tag{EQ 8.23}$$

Substituindo-se a EQ 8.23 na EQ 8.21, obtém-se a relação apresentada pela EQ 8.24.

$$w(x, y) = \underbrace{X_{F} \cdot \overline{X}_{F}^{-1}}_{H_{F}} \cdot d_{F}$$
(EQ 8.24)

O elemento segue o modelo de Kirchhoff para a flexão, logo:

$$u = -z \cdot \partial w / \partial x, \quad v = -z \cdot \partial w / \partial y$$
 (EQ 8.25)

onde u e v são os deslocamentos de um ponto qualquer do elemento nas direções dos eixos coordenados locais x e y, respectivamente.

Das EQ 8.13 e 8.25, é possível calcular as deformações no elemento:

$$\epsilon_{x} = -z \cdot \frac{\partial^{2} w}{\partial x^{2}}, \quad \epsilon_{y} = -z \cdot \frac{\partial^{2} w}{\partial y^{2}}, \quad \gamma_{xy} = -2z \cdot \frac{\partial^{2} w}{\partial x \partial y}$$
 (EQ 8.26)

A substituição da EQ 8.19 nas EQ 8.26 traz à EQ 8.27.

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\epsilon}_{x} & \boldsymbol{\epsilon}_{y} & \boldsymbol{\gamma}_{xy} \end{bmatrix}^{T} = -z \cdot \begin{bmatrix} 2a_{4} + 6a_{7} \cdot x + 2a_{8} \cdot y \\ 2a_{6} + 2a_{8} \cdot x + 6a_{9} \cdot y \\ 2a_{5} + 4a_{8} \cdot (x + y) \end{bmatrix} =$$

$$= -z \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 6x & 2y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 2x & 6y \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 4(x + y) & 0 \end{bmatrix} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} a_{1} & a_{2} & \cdots & a_{8} & a_{9} \end{bmatrix}^{T}}_{a_{F}}$$
(EQ 8.27)

Levando-se a EQ 8.23 à EQ 8.27, obtém-se a relação apresentada pela EQ 8.28.

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\epsilon}_{\mathrm{x}} & \boldsymbol{\epsilon}_{\mathrm{y}} & \gamma_{\mathrm{xy}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} = \underbrace{-z \cdot \mathrm{L}_{\mathrm{F}} \cdot \overline{\mathrm{X}}_{\mathrm{F}}^{-1}}_{\mathrm{B}_{\mathrm{F}}} \cdot \mathrm{d}_{\mathrm{F}}$$
(EQ 8.28)

Da substituição, nas EQ 8.16, de H e B, respectivamente, por H_F (ver EQ 8.24) e B_F (ver EQ 8.28) e lembrando-se que, neste trabalho, as estruturas analisadas são constituídas de materiais elásticos lineares isotrópicos, resultam as matrizes de massa (m_F^e) e rigidez (k_F^e) de um elemento de placa triangular (ver EQ 8.29).

$$\begin{split} m_{F}^{e} &= \int_{V} \rho \cdot H_{F}^{T} \cdot H_{F} \cdot dV = \\ &= \rho \cdot \overline{X}_{F}^{-T} \cdot \int_{V} X_{F}^{T} \cdot X_{F} \cdot dV \cdot \overline{X}_{F}^{-1} = \\ &= \rho \cdot h \cdot \overline{X}_{F}^{-T} \cdot \int_{x} \int_{y} X_{F}^{T} \cdot X_{F} \cdot dV \cdot \overline{X}_{F}^{-1} = \\ &= \overline{X}_{F}^{-T} \cdot \int_{V} z^{2} \cdot L_{F}^{T} \cdot D \cdot L_{F} \cdot dV \cdot \overline{X}_{F}^{-1} = \\ &= \frac{h^{3}}{12} \cdot \overline{X}_{F}^{-T} \cdot \int_{x} \int_{y} L_{F}^{T} \cdot D \cdot L_{F} \cdot dy \cdot dx \cdot \overline{X}_{F}^{-1} \end{split}$$
(EQ 8.29)

onde h é a espessura do elemento e D é dada pela EQ 8.18.

8.3.1.3 EFEITOS DE MEMBRANA E FLEXÃO SUPERPOSTOS (ELEMENTO DE CASCA)

As matrizes de massa (m_c) e rigidez (k_c) de um elemento de casca (*shallow shell*) triangular são construídas da forma que é apresentada pelas EQ 8.30.

$$\mathbf{m}_{C}^{e} = \begin{bmatrix} \mathbf{m}_{M_{6x6}}^{e} & \mathbf{0}_{6x9} & \mathbf{0}_{6x3} \\ \mathbf{0}_{9x6} & \mathbf{m}_{F_{9x9}}^{e} & \mathbf{0}_{9x3} \\ \mathbf{0}_{3x6} & \mathbf{0}_{3x9} & \lambda_{m} \cdot \mathbf{I}_{3x3} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{k}_{C}^{e} = \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{M_{6x6}}^{e} & \mathbf{0}_{6x9} & \mathbf{0}_{6x3} \\ \mathbf{0}_{9x6} & \mathbf{k}_{F_{9x9}}^{e} & \mathbf{0}_{9x3} \\ \mathbf{0}_{3x6} & \mathbf{0}_{3x9} & \lambda_{k} \cdot \mathbf{I}_{3x3} \end{bmatrix}$$
(EQ 8.30)

onde m_M^e , k_M^e , m_F^e e k_F^e são calculadas por meio das EQ 8.17 e 8.29, λ_m é igual a um milésimo do menor dos módulos dos elementos das diagonais de m_M^e e m_F^e e λ_k é igual a um milésimo do menor dos módulos dos elementos das diagonais de k_M^e e k_F^e .

8.3.2 ELEMENTO RETANGULAR

8.3.2.1 EFEITOS DE MEMBRANA (ELEMENTO DE MEMBRANA)

Conforme mostrado na FIG. 8.13, cada um dos quatro nós do elemento de membrana retangular possui dois graus de liberdade locais: uma translação na direção do eixo coordenado local x (u) e uma translação na direção do eixo coordenado local y (v).



FIG. 8.13 Elemento de membrana retangular.

Inicialmente, assume-se que os deslocamentos u e v num ponto qualquer do elemento podem ser descritos por meio de polinômios em função das coordenadas locais, x e y:

$$u(x, y) = a_1 + a_2 \cdot x + a_3 \cdot y + a_4 \cdot x \cdot y$$

$$v(x, y) = b_1 + b_2 \cdot x + b_3 \cdot y + b_4 \cdot x \cdot y$$
(EQ 8.31)

As EQ 8.8 podem ser reescritas utilizando-se notação matricial:

A aplicação sucessiva da EQ 8.9 a cada um dos nós do elemento conduz à EQ 8.33.

$$\begin{bmatrix} u_{1} \\ u_{2} \\ u_{3} \\ u_{4} \\ v_{1} \\ v_{2} \\ v_{3} \\ v_{4} \\ v_$$

onde $u_1 = u(x_1, y_1), \dots, u_4 = u(x_4, y_4), v_1 = v(x_1, y_1), \dots, v_4 = v(x_4, y_4).$

A substituição das EQ 8.31 nas EQ 8.13 traz à EQ 8.34.

onde $\boldsymbol{\epsilon} = [\boldsymbol{\epsilon}_{x} \ \boldsymbol{\epsilon}_{y} \ \boldsymbol{\gamma}_{xy}]^{\mathrm{T}}$.

Adotando-se um procedimento similar àquele empregado no desenvolvimento do elemento de membrana triangular, obtêm-se as matrizes de massa (m_M^e) e rigidez (k_M^e) para o elemento de membrana retangular:

 $m_{M}^{e} = \rho \cdot h \cdot \overline{X}_{M}^{-T} \cdot \int_{x} \int_{y} X_{M}^{T} \cdot X_{M} \cdot dy \cdot dx \cdot \overline{X}_{M}^{-1}, \ k_{M}^{e} = h \cdot \overline{X}_{M}^{-T} \cdot \int_{x} \int_{y} L_{M}^{T} \cdot D \cdot L_{M} \cdot dy \cdot dx \cdot \overline{X}_{M}^{-1}$ (EQ 8.35) onde ρ é a massa específica do material do elemento, h é a espessura do elemento e D é definida pela EQ 8.18.

8.3.2.2 EFEITOS DE FLEXÃO (ELEMENTO DE PLACA)

Conforme mostrado na FIG. 8.14, cada um dos três nós do elemento de placa retangular possui três graus de liberdade locais: uma translação na direção do eixo coordenado local z (w), uma rotação em torno do eixo coordenado local x (θ_x , derivada de w com relação a y) e uma rotação em torno do eixo coordenado local y (θ_y , derivada de –w com relação a x).



FIG. 8.14 Elemento de placa retangular.

Inicialmente, assume-se que o deslocamento w num ponto qualquer do elemento pode ser descrito por meio de um polinômio em função das coordenadas locais, x e y:

$$w(x, y) = a_1 + a_2 \cdot x + a_3 \cdot y + a_4 \cdot x^2 + a_5 \cdot x \cdot y + a_6 \cdot y^2 + a_7 \cdot x^3 + a_8 \cdot x^2 \cdot y + a_9 \cdot x \cdot y^2 + a_{10} \cdot y^3 + a_{11} \cdot x^3 \cdot y + a_{12} \cdot x \cdot y^3$$
(EQ 8.36)

Conseqüentemente:

$$\theta_{x}(x, y) = \partial w / \partial y = a_{3} + a_{5} \cdot x + 2a_{6} \cdot y + a_{8} \cdot x^{2} + 2a_{9} \cdot x \cdot y + 3a_{10} \cdot y^{2} + a_{11} \cdot x^{3} + 3a_{12} \cdot x \cdot y^{2}$$

$$\theta_{y}(x, y) = -\partial w / \partial x = -a_{2} - 2a_{4} \cdot x - a_{5} \cdot y - 3a_{7} \cdot x^{2} - 2a_{8} \cdot x \cdot y - a_{9} \cdot y^{2} - 3a_{11} \cdot x^{2} \cdot y - a_{12} \cdot y^{3}$$
(EQ 8.37)

Por outro lado, a EQ 8.36 pode ser reescrita utilizando-se notação matricial:

$$w(x, y) = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & x & y & x^2 & x \cdot y & y^2 & x^3 & x^2 \cdot y & x \cdot y^2 & y^3 & x^3 \cdot y & x \cdot y^3 \end{bmatrix}}_{X_F} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_{12} \end{bmatrix}}_{a_F} \quad (EQ \ 8.38)$$

A aplicação sucessiva das EQ 8.36 e 8.37 a cada um dos nós do elemento conduz à EQ 8.39.

$$\mathbf{d}_{\mathrm{F}} = \overline{\mathbf{X}}_{\mathrm{F}} \cdot \mathbf{a}_{\mathrm{F}} \tag{EQ 8.39}$$

onde d_F , a_F e $\,\overline{X}_{_F}\,$ têm suas definições dadas pelas EQ 8.40.

$$\overline{\mathbf{X}}_{F}^{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_{1} & \cdots & \mathbf{w}_{4} & \theta_{x}^{1} & \cdots & \theta_{x}^{4} & \theta_{y}^{1} & \cdots & \theta_{y}^{4} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{a}_{F}^{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{1} & \cdots & \mathbf{a}_{12} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & \cdots & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \mathbf{x}_{1} & \cdots & \mathbf{x}_{4} & 0 & \cdots & 0 & -1 & \cdots & -1 \\ \mathbf{y}_{1} & \cdots & \mathbf{y}_{4} & 1 & \cdots & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \mathbf{x}_{1}^{2} & \cdots & \mathbf{x}_{4}^{2} & 0 & \cdots & 0 & -2\mathbf{x}_{1} & \cdots & -2\mathbf{x}_{4} \\ \mathbf{x}_{1} \cdot \mathbf{y}_{1} & \cdots & \mathbf{x}_{4} \cdot \mathbf{y}_{4} & \mathbf{x}_{1} & \cdots & \mathbf{x}_{4} & -\mathbf{y}_{1} & \cdots & -\mathbf{y}_{4} \\ \mathbf{y}_{1}^{2} & \cdots & \mathbf{y}_{4}^{2} & 2\mathbf{y}_{1} & \cdots & 2\mathbf{y}_{4} & 0 & \cdots & 0 \\ \mathbf{x}_{1}^{3} & \cdots & \mathbf{x}_{4}^{3} & 0 & \cdots & 0 & -3\mathbf{x}_{1}^{2} & \cdots & -\mathbf{y}_{4} \\ \mathbf{x}_{1} \cdot \mathbf{y}_{1}^{2} & \cdots & \mathbf{x}_{4}^{2} \cdot \mathbf{y}_{4} & \mathbf{x}_{1}^{2} & \cdots & \mathbf{x}_{4}^{2} & -2\mathbf{x}_{1} \cdot \mathbf{y}_{1} & \cdots & -2\mathbf{x}_{4} \cdot \mathbf{y}_{4} \\ \mathbf{x}_{1} \cdot \mathbf{y}_{1}^{2} & \cdots & \mathbf{x}_{4}^{2} \cdot \mathbf{y}_{4} & \mathbf{x}_{1}^{2} & \cdots & \mathbf{x}_{4}^{2} & -2\mathbf{x}_{1} \cdot \mathbf{y}_{1} & \cdots & -2\mathbf{x}_{4} \cdot \mathbf{y}_{4} \\ \mathbf{y}_{1}^{3} & \cdots & \mathbf{y}_{4}^{3} & 3\mathbf{y}_{1}^{2} & \cdots & 3\mathbf{y}_{4}^{2} & 0 & \cdots & 0 \\ \mathbf{x}_{1}^{3} \cdot \mathbf{y}_{1} & \cdots & \mathbf{x}_{4}^{3} \cdot \mathbf{y}_{4} & \mathbf{x}_{1}^{3} & \cdots & \mathbf{x}_{4}^{3} & -3\mathbf{x}_{1}^{2} \cdot \mathbf{y}_{1} & \cdots & -3\mathbf{x}_{4}^{2} \cdot \mathbf{y}_{4} \\ \mathbf{x}_{1} \cdot \mathbf{y}_{1}^{3} & \cdots & \mathbf{x}_{4}^{3} \cdot \mathbf{y}_{4}^{3} & 3\mathbf{x}_{1} \cdot \mathbf{y}_{1}^{2} & \cdots & 3\mathbf{x}_{4} \cdot \mathbf{y}_{4}^{2} & -\mathbf{y}_{1}^{3} & \cdots & -3\mathbf{x}_{4}^{2} \cdot \mathbf{y}_{4} \\ \end{bmatrix}$$

onde $w_i = w(x_i, y_i), \ \theta_x^i = \theta_x(x_i, y_i) \ e \ \theta_y^i = \theta_y(x_i, y_i).$

A substituição da EQ 8.36 nas EQ 8.26 traz à EQ 8.41.

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\epsilon}_{x} & \boldsymbol{\epsilon}_{y} & \gamma_{xy} \end{bmatrix}^{T} = -z \cdot \begin{bmatrix} 2a_{4} + 6a_{7} \cdot x + 2a_{8} \cdot y + 6a_{11} \cdot x \cdot y \\ 2a_{6} + 2a_{9} \cdot x + 6a_{10} \cdot y + 6a_{12} \cdot x \cdot y \\ 2a_{5} + 4a_{8} \cdot x + 4a_{9} \cdot y + 6a_{11} \cdot x^{2} + 6a_{12} \cdot y^{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 6x & 2y & 0 & 0 & 6x \cdot y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 2x & 6y & 0 & 6x \cdot y \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 4x & 4y & 0 & 6x^{2} & 6y^{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_{1} \\ \vdots \\ a_{12} \end{bmatrix}_{a_{F}}$$
(EQ 8.41)

Adotando-se um procedimento similar àquele empregado no desenvolvimento do elemento de placa triangular, obtêm-se as matrizes de massa (m_F^e) e rigidez (k_F^e) para o elemento de placa retangular:

$$m_{F}^{e} = \rho \cdot h \cdot \overline{X}_{F}^{-T} \cdot \int_{x} \int_{y} X_{F}^{T} \cdot X_{F} \cdot dy \cdot dx \cdot \overline{X}_{F}^{-1}, \quad k_{F}^{e} = \frac{h^{3}}{12} \cdot \overline{X}_{F}^{-T} \cdot \int_{x} \int_{y} L_{F}^{T} \cdot D \cdot L_{F} \cdot dy \cdot dx \cdot \overline{X}_{F}^{-1} \quad (EQ \ 8.42)$$

onde ρ é a massa específica do material do elemento, h é a espessura do elemento e D é definida pela EQ 8.18.

8.3.2.3 EFEITOS DE MEMBRANA E FLEXÃO SUPERPOSTOS (ELEMENTO DE CASCA)

As matrizes de massa (m_c) e rigidez (k_c) de um elemento de casca (*shallow shell*) retangular são construídas da forma que é apresentada pelas EQ 8.43.

$$\mathbf{m}_{C}^{e} = \begin{bmatrix} \mathbf{m}_{M_{8x8}}^{e} & \mathbf{0}_{8x12} & \mathbf{0}_{8x4} \\ \mathbf{0}_{12x8} & \mathbf{m}_{F_{12x12}}^{e} & \mathbf{0}_{12x4} \\ \mathbf{0}_{4x8} & \mathbf{0}_{4x12} & \lambda_{m} \cdot \mathbf{I}_{4x4} \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{k}_{C}^{e} = \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{M_{8x8}}^{e} & \mathbf{0}_{8x12} & \mathbf{0}_{8x4} \\ \mathbf{0}_{12x8} & \mathbf{k}_{F_{12x12}}^{e} & \mathbf{0}_{12x4} \\ \mathbf{0}_{4x8} & \mathbf{0}_{4x12} & \lambda_{k} \cdot \mathbf{I}_{4x4} \end{bmatrix}$$
(EQ 8.43)

onde m_M^e , k_M^e , m_F^e e k_F^e são calculadas por meio das EQ 8.35 e 8.42, λ_m é igual a um milésimo do menor dos módulos dos elementos das diagonais de m_M^e e m_F^e e λ_k é igual a um milésimo do menor dos módulos dos elementos das diagonais de k_M^e e k_F^e .

8.4 APÊNDICE 4: COMPARATIVO ENTRE TEMPOS MÉDIOS DE CPU

O objetivo desta seção é apresentar o ganho obtido, em termos de diminuição do tempo médio de simulação, quando da utilização de alguns métodos de redução de ordem na modelagem de sistemas dinâmicos.

Para tanto, aplicaram-se as técnicas de condensação de Guyan e de decomposição modal (seguida de uma seleção de modos) ao modelo do veículo com chassi flexível apresentado no Capítulo 3.

8.4.1 CONDENSAÇÃO DE GUYAN: MATRIZES CARACTERÍSTICAS

Em sua forma clássica, a equação de movimento que descreve a dinâmica do sistema físico representado pelo chassi flexível é a seguinte:

$$\mathbf{M} \cdot \mathbf{\ddot{X}} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{\ddot{X}} + \mathbf{K} \cdot \mathbf{X} = \mathbf{F}$$
(EQ 8.44)

onde M e K são, respectivamente, as matrizes de massa e rigidez do chassi flexível, obtidas via MEF, B é a matriz de amortecimento estrutural do chassi flexível, obtida por meio da EQ 2.5, F é um vetor coluna contendo os esforços prescritos aplicados a cada um dos 168 graus de liberdade físicos do chassi flexível e X é o vetor com as coordenadas generalizadas do sistema estrutural (graus de liberdade).

As matrizes e vetores que compõem a EQ 8.44 podem ser particionados da forma apresentada a seguir:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{ww} & \mathbf{M}_{w\theta} \\ \mathbf{M}_{\theta w} & \mathbf{M}_{\theta \theta} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{X}}_{w} \\ \ddot{\mathbf{X}}_{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{ww} & \mathbf{B}_{w\theta} \\ \mathbf{B}_{\theta w} & \mathbf{B}_{\theta \theta} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{X}}_{w} \\ \dot{\mathbf{X}}_{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{ww} & \mathbf{K}_{w\theta} \\ \mathbf{K}_{\theta w} & \mathbf{K}_{\theta \theta} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{w} \\ \mathbf{X}_{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{w} \\ \mathbf{F}_{\theta} \end{bmatrix}$$
(EQ 8.45)

onde X_w é o vetor com os graus de liberdade de translação do chassi flexível devido à flexão e X_{θ} é o vetor com os graus de liberdade de rotação do chassi flexível devido à flexão e à torção.

As EQ 8.46 apresentam as definições das matrizes de massa (M'), amortecimento estrutural (B') e rigidez (K') condensadas e do vetor de esforços prescritos aplicados a cada

um dos graus de liberdade físicos estruturais condensado (F') para o modelo do veículo com chassi flexível.

$$M' = M_{ww}, \qquad B' = \alpha \cdot M_{ww} + \beta \cdot K_{ww} - \beta \cdot K_{w\theta} \cdot K_{\theta\theta}^{-1} \cdot K_{\thetaw}$$

$$K' = K_{\theta\theta} - K_{w\theta} \cdot K_{\theta\theta}^{-1} \cdot K_{\thetaw}, \qquad F' = F_w - K_{w\theta} \cdot K_{\theta\theta}^{-1} \cdot F_{\theta}$$
(EQ 8.46)

onde $\alpha = 0,05$ e $\beta = 0,01$.

8.4.2 DECOMPOSIÇÃO E SELEÇÃO MODAIS: MATRIZES CARACTERÍSTICAS

As EQ 8.47 são uma reprodução das EQ 5.1 e apresentam as definições das matrizes de massa (\hat{M}), amortecimento estrutural (\hat{B}), e rigidez (\hat{K}) do chassi flexível em coordenadas generalizadas selecionadas ($\hat{\eta}$) e do vetor com as forças generalizadas associadas a $\hat{\eta}$ (\hat{F}).

 $\hat{M} = T \cdot \Phi^T \cdot M \cdot \Phi \cdot T^T$, $\hat{B} = T \cdot \Phi^T \cdot B \cdot \Phi \cdot T^T$, $\hat{K} = T \cdot \Phi^T \cdot K \cdot \Phi \cdot T^T$, $\hat{F} = T \cdot \Phi^T \cdot F$ (EQ 8.47) onde Φ é a matriz modal, T é a matriz de seleção de modos, M e K são, respectivamente, as matrizes de massa e de rigidez do chassi flexível, obtidas via MEF, B é a matriz de amortecimento estrutural do chassi flexível, obtida por meio da EQ 2.5 e F é um vetor coluna contendo os esforços prescritos aplicados a cada um dos 168 graus de liberdade físicos do chassi flexível.

8.4.3 GRAFOS DE LIGAÇÃO GLOBAIS E DIAGRAMAS DE BLOCOS

A FIG. 8.15 apresenta os grafos de ligação para os modelos completos do veículo com chassi flexível resultantes da aplicação, ao modelo estrutural, das técnicas de decomposição modal (linha tracejada em vermelho) e condensação de Guyan (linha pontilhada em azul), que foram construídos por partes e montados de forma similar àquela apresentada no Capítulo 3.

O grafo de ligação para o modelo completo do veículo com chassi flexível sem a aplicação, ao modelo estrutural, de técnicas de redução de ordem encontra-se na FIG. 3.20.



FIG. 8.15 Grafos multiligação globais: veículo sobre chassi modelado com auxílio de decomposição modal (pontilhado azul) e condensação de Guyan (tracejado vermelho).

Na FIG. 8.15, os valores entre colchetes indicam as dimensões das multiligações, n é um número inteiro compreendido entre 1 e 168 cujo valor é igual à quantidade de modos que se pretenda selecionar, N e H são os módulos dos multitransformadores dos modelos estruturais, MT é dada pelas EQ 3.4 e 3.7, Mm, Km, Bm e Qm são dados pelas EQ 3.3, Ks e Bs são dadas pelas EQ 3.9, M', K', B' e F' são dados pelas EQ 8.46 e \hat{M} , \hat{K} , \hat{B} e \hat{F} são dados pelas EQ 8.47.

H é obtido por meio da transposição da matriz formada pelas colunas 7, 9, 10, 11, 12, 18, 19, 23, 24, 35, 37, 40, 41, 44 e 46 da matriz I_{56x56}. Tais colunas correspondem à translação vertical (W) dos nós onde se dá a interação entre os subsistemas acoplados e o chassi flexível (ver FIG. 3.19), uma vez que os graus de liberdade globais da estrutura foram ordenados na seqüência [$W_1 \cdots W_{56}$ $\theta_X^1 \cdots \theta_X^{56}$ $\theta_Y^1 \cdots \theta_Y^{56}$], onde θ_X e θ_Y são os ângulos de rotação, nos nós, em torno dos eixos X e Y, respectivamente.

N é obtido por meio da transposição da matriz formada pelas colunas 20, 26, 29, 32, 35, 53, 56, 68, 71, 104, 110, 119, 122, 131 e 137 da matriz $T \cdot \Phi^T$ (ver EQ 8.47). Tais colunas correspondem à translação vertical (W) dos nós onde se dá a interação entre os subsistemas acoplados e o chassi flexível (ver FIG. 3.19), uma vez que os graus de liberdade globais da estrutura foram ordenados na seqüência θ_X (rotação em torno de X), W, θ_Y (rotação em torno de Y), a partir do nó 1 até o nó 56.

A FIG. 8.16 apresenta os diagramas de blocos montados a partir dos grafos da FIG. 8.15. As FIG. 8.17 a 8.19 apresentam os diagramas de blocos dos subsistemas que compõem o veículo com chassi flexível.



FIG. 8.16 Diagramas de blocos globais dos modelos do veículo sobre chassi. (a) Modelagem com auxílio de decomposição modal. (b) Modelagem com auxílio de condensação de Guyan.



FIG. 8.17 Diagramas de blocos dos modelos do subsistema chassi flexível. (a) Modelagem com auxílio de decomposição modal. (b) Modelagem com auxílio de condensação de Guyan.



FIG. 8.18 Diagrama de blocos do modelo dos subsistemas das suspensões.



FIG. 8.19 Diagrama de blocos do modelo dos subsistemas dos passageiros e do motor.

O diagrama de blocos montado a partir do grafo de ligação para o modelo completo do veículo com chassi flexível sem a aplicação, ao modelo estrutural, de técnicas de redução de ordem encontra-se representado na FIG. 3.21.
8.4.4 TEMPOS MÉDIOS DE CPU

A TAB. 8.1 apresenta os tempos médios de CPU, ou seja, os tempos médios de duração das simulações dos modelos do veículo com chassi flexível, em função do procedimento de modelagem do subsistema estrutural empregado. Os parâmetros de simulação foram exatamente os mesmos utilizados no Capítulo 4. A configuração básica do computador pessoal empregado neste trabalho é a seguinte: processador Intel Pentium4HT (3,00GHz) e 1,00GB SDRAM.

Modelo	Tempo médio de CPU (s)
Modal (<i>n</i> = 168)	8,0735
Não reduzido	6,0313
Modal ($n = 56$)	0,7565
Condensado	0,4937
Modal $(n = 40)$	0,4907
Modal $(n = 5)$	0,1625

TAB. 8.1 Tempos médios de CPU: simulações dos modelos do veículo com chassi flexível.

Na TAB. 8.1, os termos modal, condensado e não reduzido referem-se aos modelos do veículo cujo chassi flexível tenha sido analisado, respectivamente, com auxílio de decomposição modal, com auxílio de condensação de Guyan e sem auxílio de técnicas de redução de ordem. O número n indica a quantidade de modos selecionada, para os modelos modais (pelo critério adotado, foram selecionados os primeiros n modos em cada um dos quatro modelos modais).