

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

1º TEN ACHILLE ARANTES BASSI

ANÁLISE DINÂMICA DO TIRO DE ARMAMENTO PESADO

Dissertação de Mestrado apresentada ao Curso de Mestrado em Engenharia Mecânica do Instituto Militar de Engenharia como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ciências em Engenharia Mecânica.

Orientador: Fernando Ribeiro da Silva, D. C.

Co-orientador: Benedito Luis Barbosa de Andrade, D. C.

Rio de Janeiro

2009

c2009

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA
Praça General Tibúrcio, 80 - Praia Vermelha
Rio de Janeiro-RJ CEP 22290-270

Este exemplar é de propriedade do Instituto Militar de Engenharia, que poderá incluí-lo em base de dados, armazenar em computador, microfilmar ou adotar qualquer forma de arquivamento.

É permitida a menção, reprodução parcial ou integral e a transmissão entre bibliotecas deste trabalho, sem modificação de seu texto, em qualquer meio que esteja ou venha a ser fixado, para pesquisa acadêmica, comentários e citações, desde que sem finalidade comercial e que seja feita a referência bibliográfica completa.

Os conceitos expressos neste trabalho são de responsabilidade do(s) autor(es) e do(s) orientador(es).

B321 Bassi, Achille Arantes
Análise dinâmica do tiro de armamento
pesado/ Achille Arantes Bassi. - Rio de Janeiro:
Instituto Militar de Engenharia, 2009.
86 p.: il.

Dissertação (mestrado) - Instituto Militar de
Engenharia- Rio de Janeiro, 2009.

1. Dinâmica de estruturas 2. Elementos Finitos
3. Tubos de armamentos pesados 4. Dinâmica tran-
siente.
I. Título II. Instituto Militar de Engenharia.

CDD 624.171

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

1º TEN ACHILLE ARANTES BASSI

ANÁLISE DINÂMICA DO TIRO DE ARMAMENTO PESADO

Dissertação de Mestrado apresentada ao Curso de Mestrado em Engenharia Mecânica do Instituto Militar de Engenharia como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ciências em Engenharia Mecânica.

Orientador: Fernando Ribeiro da Silva, D. C.

Co-orientador: Benedito Luis Barbosa de Andrade, D. C.

Aprovada em 19 de janeiro de 2009 pela seguinte Banca Examinadora:

Fernando Ribeiro da Silva, D. C. do IME - Presidente

Benedito Luis Barbosa de Andrade, D. C. do IME

Francisco José da Cunha Pires Soeiro, Ph. D. da UERJ

Rio de Janeiro
2009

Ao Exército Brasileiro, por manter o centro de excelência que é o IME, e valorizar o profissional Engenheiro Militar através de investimentos em sua formação científica e tecnológica. À Laila, minha esposa, quem sempre esteve ao meu lado me incentivando.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao corpo docente do IME pelo provimento de minha formação acadêmica e profissional. Segundo avaliações realizadas pelo INEP: a melhor formação nacional em Engenharia Mecânica desde o ano de 2003. E, ainda, pela boa acolhida em mais este ciclo de aperfeiçoamento intelectual, do qual em muito poderei me orgulhar.

Agradeço aos comandos do IME e do Corpo de Alunos por terem entendido minhas necessidades pessoais, permitindo minha ausência do curso e das obrigações para com a escala de serviço quando enfrentei problemas de saúde em minha família. Tal conduta mostrou, juntamente com as demais ações de apoio e orientação, que a profissão militar pode e deve ser humana.

Agradeço ao CTEx, representado pelas pessoas do Cel Miranda e Cap dal Bello, que me forneceram os dados mais fidedignos disponíveis sobre o Morteiro Leve de Antecarga, ainda em desenvolvimento, além de se disporem a instrumentar seu tubo para possível validação experimental dos modelos numéricos propostos neste trabalho.

Agradeço ao Arsenal de Guerra General Câmara, quartel onde amadureci profissionalmente. E onde adquiri experiência técnica prática, pela aplicação, em chão de fábrica, dos conceitos aprendidos durante minha graduação.

Agradeço à comunidade internacional do *software* livre pelos bons programas disponibilizados. Destacando-se as equipes do Latex/TeXnicCenter, do BrOffice.org, da Canonical Ltd. Ubuntu, do sourceforge/Gnuplot, da Netlib.org e da Intel, que mesmo sendo entidade comercial, disponibiliza gratuitamente, para fins não comerciais, o compilador Ifort e a biblioteca MKL.

E, por fim, agradeço a minha família, meus colegas e amigos, sem os quais a permanência no curso seria monótona, árida e insuportável.

“Quem conduz e arrasta o mundo não são as máquinas, mas as idéias.”
— VICTOR HUGO

SUMÁRIO

LISTA DE ILUSTRAÇÕES	9
LISTA DE TABELAS	12
LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS	15
LISTA DE SIGLAS	18
1 INTRODUÇÃO	19
1.1 História do armamento de artilharia e o morteiro em seu emprego tático atual	19
1.1.1 Morteiros com tubos de alma lisa e com tubos de alma raiada	24
1.2 Revisão bibliográfica	25
1.3 Tema da dissertação	27
1.4 Organização do trabalho	28
2 POSICIONAMENTO	29
2.1 Descrição do problema físico	29
2.2 Abordagem do problema	30
2.2.1 Modelos propostos	32
2.2.1.1 Modelo sem granada	33
2.2.1.2 Modelo com granada	34
3 DESENVOLVIMENTO TEÓRICO MATEMÁTICO	37
3.1 Elemento finito axissimétrico	37
3.2 Amortecimento viscoso	39
3.3 Imposição de restrições	41
3.3.1 Eliminação de graus de liberdade	41
3.3.2 Multiplicadores de Lagrange	42
3.4 Solução do PVI	43
4 VALIDAÇÃO	46
4.1 Estática	46
4.1.1 Cilindro de paredes espessas sob pressão uniforme na parede interna	46
4.1.2 Disco com pressão uniforme em uma das faces	49
4.2 Dinâmica	52

4.2.1	Convergência.....	53
4.2.2	Problemas para validação	54
4.2.2.1	Validação inicial	55
4.2.2.2	Validação complementar	56
4.2.3	Considerações a respeito da validação	57
5	RESULTADOS	60
5.1	Modelo sem granada	61
5.2	Modelo com granada	62
5.2.1	Estimação do carregamento imposto pela granada	62
5.2.2	Influência das condições iniciais	64
5.2.3	Estudo do caso	65
5.3	Discussão dos resultados	66
6	CONCLUSÕES E SUGESTÕES	68
6.1	Sugestões para a continuidade do trabalho	68
7	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	70
	APÊNDICES	73
A	ASPECTOS COMPUTACIONAIS	74
B	O SISTEMA DE COORDENADAS NATURAIS	77
C	GERAÇÃO DA MALHA	79
C.1	Interpolação transfinita	79
C.2	Distorção do elemento	80
C.3	Suavização de Laplace	80
D	TEORIAS TRABALHADAS MAS NÃO IMPLEMENTADAS	82
D.1	Modelo para carregamentos impostos pelo anel de obturação à alma	82
D.2	Análise harmônica	83
D.3	Problema de Contato	85

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIG.1.1	Balista romana	19
FIG.1.2	Granada de 155 mm guiada por GPS modelo DM-702 SMart da Rhein- metall	20
FIG.1.3	Morteiro de 81 mm da <i>Royal Ordnance</i>	21
FIG.1.4	Mrt 60 mm Comando V	22
FIG.1.5	Morteiro soviético de 240mm autopropulsado, Mrt 240mm M1975 AP	23
FIG.1.6	Morteiro Pesado de 120mm Raiado, Mrt P 120 M2 Raiado	24
FIG.1.7	Alma raiada	25
FIG.2.1	Sistema granada-tubo	29
FIG.2.2	O tubo do morteiro e seus apoios	30
FIG.2.3	Primeiro modelo executado para o Mrt Me A Cg 81 mm CTE _x (sem granada)	32
FIG.2.4	Segundo modelo executado para o Mrt Me A Cg 81 mm CTE _x (com granada)	33
FIG.2.5	Problema unidimensional para estimação da força de atrito	35
FIG.2.6	Perfil do carregamento que o anel de obturação impõe à alma do tubo	36
FIG.3.1	Equilíbrio de forças para o volume infinitesimal	37
FIG.3.2	Elemento finito quadrilátero de nove nós	39
FIG.3.3	Equilíbrio de forças para o volume infinitesimal	40
FIG.4.1	Exemplo 3.12 de SOBRINHO (2006)	47
FIG.4.2	Modelagem para o exemplo 3.12 de SOBRINHO (2006)	47
FIG.4.3	Campo de deslocamentos para o exemplo 3.12 de SOBRINHO (2006)	48
FIG.4.4	Campos de tensões para o exemplo 3.12 de SOBRINHO (2006)	49
FIG.4.5	Tensões de Von Mises para a versão alterada do exemplo 3.12 de SO- BRINHO (2006)	50
FIG.4.6	Exemplo 3.13 de SOBRINHO (2006)	51
FIG.4.7	Modelo para o exemplo 3.13 de SOBRINHO (2006)	51
FIG.4.8	Tensões de Von Mises para o exemplo 3.13 de SOBRINHO (2006) al- terado	52
FIG.4.9	Balística interna alterada para o Mrt Me A Cg 81 mm CTE _x	56

FIG.4.10	Comparação das soluções obtidas para os deslocamentos radiais dos pontos assinalados na (FIG 2.3)	56
FIG.4.11	Comparação das soluções obtidas para os deslocamentos axiais dos pontos assinalados na (FIG 2.3) para o problema da validação inicial	57
FIG.4.12	Campos de tensões equivalentes de Von Mises nas proximidades da câmara durante o instante de pressão máxima para o problema da validação inicial	58
FIG.4.13	Comparação das soluções obtidas para os deslocamentos radiais dos pontos assinalados na (FIG 2.3) para o problema da validação complementar	59
FIG.4.14	Comparação das soluções obtidas para os deslocamentos axiais dos pontos assinalados na (FIG 2.3) para o problema da validação complementar	59
FIG.5.1	Balística interna do Mrt Me A Cg 81 mm CTE _x	61
FIG.5.2	Estado de tensões equivalentes de Von Mises para o modelo sem granada no momento da pressão máxima para o modelo sem granada	62
FIG.5.3	Estado de tensões equivalentes de Von Mises para o modelo sem granada no momento que a granada sai da arma para o modelo sem granada	62
FIG.5.4	Soluções do problema inverso de determinação da força de atrito	63
FIG.5.5	Condição inicial adotada para o modelo com granada	64
FIG.5.6	Comparação das soluções do modelo com granada obtidas para os deslocamentos radiais dos pontos assinalados na (FIG 2.3) para diferentes malhas para o modelo com granada	65
FIG.5.7	Comparação das soluções do modelo com granada obtidas para os deslocamentos axiais dos pontos assinalados na (FIG 2.3) para diferentes malhas para o modelo com granada	65
FIG.5.8	Estado de tensões equivalentes de Von Mises para o modelo com granada no momento da pressão máxima para o modelo com granada	66
FIG.5.9	Estado de tensões equivalentes de Von Mises para o modelo com granada no momento que a granada sai da arma para o modelo com granada	66
FIG.5.10	Comparação das soluções dos modelos para os deslocamentos radiais dos pontos assinalados na (FIG 2.3)	67
FIG.5.11	Comparação das soluções dos modelos para os deslocamentos axiais dos pontos assinalados na (FIG 2.3)	67

FIG.A.1	Lei de formação da malha, incidência do elemento $(2i,2j)$	75
FIG.B.1	Transformação de coordenadas globais para naturais	77
FIG.C.1	Mapeamento realizado para a interpolação transfinita	79
FIG.D.1	Modelo não implementado para carregamento imposto pelo anel de ob- turação à alma do tubo	82

LISTA DE TABELAS

TAB.1.1	Comparação entre alguns morteiros e obuseiros	23
TAB.4.1	Resultados para o exemplo 3.12 de SOBRINHO (2006)	47
TAB.4.2	Resultados para o exemplo 3.13 de SOBRINHO (2006)	52
TAB.5.1	Dados geométricos empregados na simulação de um disparo de Mrt Me A Cg 81 mm CTEEx	60
TAB.5.2	Dados do aço ABNT4340 empregados na simulação de um disparo de Mrt Me A Cg 81 mm CTEEx	60
TAB.5.3	Dados balísticos empregados na simulação de um disparo de Mrt Me A Cg 81 mm CTEEx	60

RESUMO

Como um estudo dos fatores preponderantes no comportamento dinâmico do tubo de um armamento pesado durante a realização de um tiro, o presente se propôs a modelar a dinâmica de seu tubo quando do movimento de uma granada que se desloca por ação dos gases da queima do propelente.

A artilharia de tubos é amplamente utilizada pelas forças armadas do mundo. E o estudo da evolução temporal dos estados de tensões, deformações, deslocamentos, bem como das vibrações geradas nos seus tubos durante seus disparos, proporciona meios para que seu comportamento estrutural seja melhor compreendido e permite projetos mais eficientes, ou mesmo otimizados.

A vantagem na utilização deste tipo de abordagem na elaboração de uma rotina de projeto, em relação à apresentada na AMCP706-252 (1964), é que torna possível a consideração das forças de inércia, dos carregamentos introduzidos pelo contato entre a granada e a alma do tubo, bem como dos efeitos de concentradores de tensão no caso de tubos com secção transversal variável em função da posição axial.

O trabalho se fundamentou numa modelagem por elementos finitos de um tubo de aço ABNT4340, considerado homogêneo e isotrópico, com secção transversal uniforme, sobre o qual se aplicou na superfície interna um carregamento de pressão uniforme com intensidade e extensão variáveis com o tempo de forma consistente com os estudos de balística interna. Foram utilizadas malhas de elementos quadriláteros planos axissimétricos de nove nós. E, no último modelo, foi adicionada uma aproximação para os carregamentos da cinta de forçamento (anel de obturação) sobre a alma do tubo. Para ajustar os parâmetros desta aproximação foi resolvido um problema inverso sobre a dinâmica axial da granada.

O sistema base para o estudo foi o Mrt Me A Cg 81 mm (Morteiro Médio Antecarga de 81mm em desenvolvimento pelo CTEEx), pois é o modelo de alma lisa para o qual houve maiores possibilidades de obtenção de dados, além disto é objeto de interesse no GAM, responsável por seu projeto. Porém as ferramentas construídas no presente trabalho se aplicam a diversas outras armas de tubos, tais como canhões e obuseiros, bem como para uma série de aplicações civis, principalmente no que se refere à tubulações industriais.

ABSTRACT

Like a study of the most important aspects ruling the ordnance tube dynamic behavior along a round cycle, this work intends to model the dynamics of a tube while a projectile travels its bore due the action of gases from the burning of propellant.

The tube artillery is widely employed by armies from all around the world. And studying the time evolution of stress, strain and displacement states and even the resulting vibrations in the tubes during the shots, supply support to understanding about the structural behavior of artillery tubes allowing better projects, or optimization processes.

The advantage of using this kind of approach, in relation to the presented by AMCP706-252 (1964), still used by Brazilian Army to design gun tubes, is allow taking into account inertia forces, loads due grenade and bore contact and the effects of stress concentrators for tubes with axial varying transversal section.

This work was based in a finite element modeling of a ABNT4340 steel tube, considered homogeneous and isotropic, with a uniform cross section, in which was applied a uniform pressure loading over the inner surface. The intensity of loading was consistent to internal ballistics studies. And were employed meshes of 9 node quadrilateral plane axisymmetric elements. In the least model, an approach was introduced for taking into account the loads applied by the ring over the tube bore. In order to adjust this approach parameters was solved a inverse problem in respect to axial dynamics of the grenade.

The base system for studying was the Mrt Me A Cg 81mm (81mm Medium Weight Mortar in development phase at CTEEx), because that is the smoothbore mortar which had more data available for work, in addition, it was a interest from GAM, which is in charge by the project. The tools built for this work apply to various other weapons, like howitzers and cannons, and for a wide range of civilian applications, mainly in industrial piping and pressure vessels.

LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS

ABREVIATURAS

FSAPDS	-	Sigla em Inglês para <i>Fin Stabilized Armour Piercing Discarding Sabot</i> , munição conhecida em português como munição flecha
BEM	-	Método dos Elementos de Contorno
CEM	-	Método dos Elementos Contínuos
EDO	-	Equação Diferencial Ordinária
FEA	-	Análise por Elementos Finitos
FEM	-	Método dos Elementos Finitos
PVC	-	Problema de Valor de Contorno
PVI	-	Problema de Valor Inicial
MDC	-	Método da Diferença Central
BFGS	-	Broyden, Fletcher, Goldfarb e Shanno
MGC	-	Método dos Gradientes Conjugados
PS	-	Enxame de Partículas
Mrt	-	Morteiro
Mrt L	-	Morteiro leve
Mrt Me	-	Morteiro médio antecarga
A Cg Mrt P	-	Morteiro pesado
Ob	-	Obuseiro
Can	-	Canhão
Can SR	-	Canhão sem recuo
AP	-	Auto-propulsado
AC	-	Anticarro

SÍMBOLOS

\vec{a}	-	Vetor \vec{a}
\tilde{A}	-	Um tensor \tilde{A} de 1ª ordem
$\tilde{\tilde{A}}$	-	Um tensor $\tilde{\tilde{A}}$ de 2ª ordem
a^a	-	Componente anti-simétrica da grandeza a
a_{al}	-	Valor da grandeza a referente a alma do tubo
a_b	-	Valor da grandeza a referente ao corpo

a_{cam}	-	Valor da grandeza a referente a câmara do tubo
a^e	-	Grandeza a relativa ao elemento
a_{Eqv}	-	Valor equivalente para a grandeza a
a_g	-	Valor da grandeza a referente a granada
a_i	-	i -ésimo elemento de \tilde{A} ou de \vec{a}
$a_{i j}$	-	Elemento na i -ésima linha e j -ésima coluna de \tilde{a}
$a_{,i}$	-	Derivada parcial da função a em relação a i -ésima direção
$\tilde{A}_{(n)}$	-	Tensor de 1ª ordem com n elementos
$\tilde{A}_{(n m)}$	-	Matriz a com n linhas e m colunas
a_p	-	Valor da grandeza a referente ao p -ésimo harmônico na análise harmônica
a_{prop}	-	Valor da grandeza a referente ao propelente
a^s	-	Componente simétrica da grandeza a
a_s	-	Valor da grandeza a referente à superfície
a_{se}	-	Valor da grandeza a referente à superfície externa
a_t	-	Valor da grandeza a referente ao tubo
δa	-	Varição arbitrária da grandeza a
${}^t a$	-	Valor da grandeza a referente ao tempo t
$a(r, \theta, z)$	-	Variável a , função das variáveis r , θ e z
α	-	Parâmetro do método de Newmark para solução de PVI
α_{Damp}	-	Coefficiente da massa no cálculo do amortecimento viscoso proporcional
β_{Damp}	-	Coefficiente da rigidez no cálculo do amortecimento viscoso proporcional
\tilde{B}	-	Matriz deslocamento-deformação
\tilde{C}	-	Matriz constitutiva, relação tensão-deformação
D	-	Amortecimento viscoso
D_{cr}	-	Amortecimento viscoso crítico
δ	-	Um dos parâmetros do método de Newmark para solução de PVI
Δ	-	Varição
E	-	Coefficiente de elasticidade, ou módulo do Young
ϵ	-	Deformação
F	-	Força
F_c	-	Força de corpo
F_{at}	-	Força de atrito
\vec{g}	-	Campo gravitacional
H	-	Função de forma, nos elementos isoparamétricos igual a função de ponderação
\tilde{J}	-	Matriz jacobiana

K	-	Rigidez
M	-	Massa
μ	-	Coefficiente de atrito
N	-	Força normal à superfície
ν	-	Coefficiente de Poisson
nh	-	Número de harmônicos considerados na análise não axissimétrica
ω_i	-	Frequência angular referente ao i -ésimo harmônico de oscilação
p	-	Pressão
Π	-	Energia potencial do sistema
r	-	Coordenada radial do sistema de coordenadas cilíndricas
r'	-	Abcissa do sistema de coordenadas naturais
\vec{r}	-	Vetor posição
s'	-	Ordenada do sistema de coordenadas naturais
S	-	Superfície
σ	-	Tensão
θ	-	Coordenada tangencial do sistema de coordenadas cilíndricas
t	-	Tempo
u	-	Deslocamento
v_{cr}	-	Velocidade crítica de deslocamento do carregamento
ξ	-	Fração de amortecimento, ou amortecimento relativo
z	-	Coordenada axial do sistema de coordenadas cilíndricas

LISTA DE SIGLAS

AGR	Arsenal de Guerra do Rio
CTEx	Centro Tecnológico do Exército
EB	Exército Brasileiro
EME	Estado Maior do Exército
DCT	Departamento de Ciência e Tecnologia
FRF	Fundação Ricardo Franco
GAM	Grupo de Armamentos e Munições
IME	Instituto Militar de Engenharia
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira

1. INTRODUÇÃO

1.1 HISTÓRIA DO ARMAMENTO DE ARTILHARIA E O MORTEIRO EM SEU EMPREGO TÁTICO ATUAL

O objetivo da artilharia é prover apoio de fogo às tropas de infantaria e cavalaria, preparando o terreno e eliminando ameaças maiores, tais como artilharia inimiga, viaturas blindadas, fortificações, trincheiras, tropas em marcha, embarcações ou aeronaves.

A artilharia tem se desenvolvido continuamente desde antes do nascimento de Cristo, sendo que no início ela consistia em equipamentos capazes de lançar pedras pesadas e materiais em chamas, seu princípio motor era a energia armazenada em componentes elásticos. Havia balistas (FIG 1.1), equivalentes aos canhões de hoje em dia, e catapultas, equivalentes aos morteiros e obuseiros. O grande salto tecnológico da artilharia foi a descoberta da pólvora, pouco antes do Sec. XIII, que possibilitou a construção do primeiro canhão de madeira, o árabe *madfaa*, e seus sucessores que aumentaram seu alcance e a intensidade de seu poder de fogo.

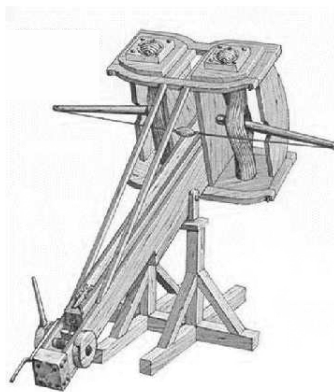


FIG. 1.1: Balista romana

Desde o princípio até entorno de 1500 DC, as armas de fogo foram de alma lisa, e executavam o tiro tenso¹ e eram formados por um tubo de peça única de ferro ou bronze fundido entorno de um núcleo. Como essas armas tinham de ser carregadas pela boca, havia a necessidade de se manter uma folga entre o projétil, uma esfera de madeira, ferro ou de pedra, e a alma, resultando em pouca eficiência e pouco controle sobre a trajetória

¹Também conhecido como tiro direto, modalidade em que se tem visada direta ao alvo, e em que a trajetória do projétil tende a ser linear.

do projétil.

Os canhões estiveram presentes nos combates mais importantes da história tais como o ataque a Sevilha na Espanha, Guerra dos Cem anos e na tomada de Constantinopla pelos turcos, que tinham um canhão² que pesava 19 ton e disparava pedras de até 270 kg sete vezes ao dia, sendo responsável pela derrubada dos muros da cidade, que haviam resistido ao ataque de diversas outras armas por mais de 1000 anos, TM9-3305-1 (1956).

Hoje, tubos de aço forjado, com alma raiada³ e mecanismo de culatra, aumentaram a precisão, o alcance e o poder de fogo das armas de artilharia. As munições assistidas, *base-bleed*⁴ e inteligentes são um caso a parte, pois apresentam melhoria até quando aplicados a armamentos mais antigos.

O conhecimento da balística externa possibilitou a utilização do tiro indireto⁵. Enquanto o desenvolvimento científico na área de explosivos, Metalurgia, Engenharia Mecânica e Química possibilitaram a fabricação de granadas e espoletas para diferentes finalidades: anti-carro; anti-pessoal; anti-material; iluminativa; ou fumígena. A eletrônica e os sistemas de controle, ainda possibilitaram a produção de munições inteligentes do tipo *fire and forget*, tal como o Tir 155 mm DM-702 SMart (FIG 1.2), que é guiado por *GPS*⁶.

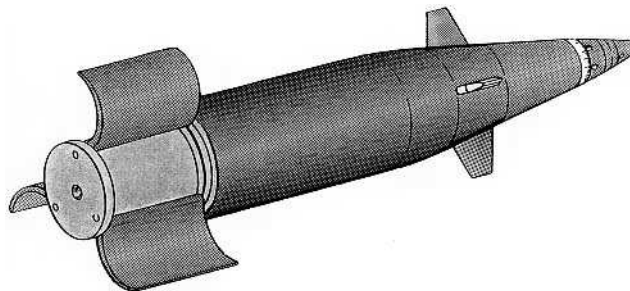


FIG. 1.2: Granada de 155 mm guiada por GPS modelo DM-702 SMart da Rheinmetall

Os morteiros (FIG 1.3), embora amplamente utilizados por todos os exércitos, ainda não se distanciaram muito dos primeiros canhões de artilharia, pois são compostos basicamente de um tubo, uma placa-base e um bipé, sendo que o bipé não é elemento presente

²Os canhões desta época eram chamados de bombardas, eram muito pesados, sua pólvora era muito fraca e seus tubos frequentemente explodiam.

³O perfil interno do tubo é ranhurado de forma a prover rotação ao projétil com extremidade anterior ogival, corpo cilíndrico e culote chanfrado *boattail*.

⁴Munição que mantém um material combustível queimando na base do projétil durante seu vôo, os gases da queima diminuem a força de arrasto pois diminuem a diferença entre as pressões das partes anterior e posterior do projétil. Tal efeito aumenta o alcance e melhora a precisão do disparo.

⁵Tiro onde o artilheiro não vê o alvo, é baseado em cartas geográficas e informações passadas pelos observadores avançados sobre a localização e tipo dos alvos.

⁶Sigla em inglês para Sistema de Posicionamento Global

em todos os modelos com calibres iguais ou menores de 60 mm destinados a forças de Comandos. Como eles atiram a grandes ângulos de elevação, praticamente todo o esforço é transmitido ao solo, eliminando a necessidade de mecanismos de recuo. Os modelos ditos leves, são usualmente empregados por tropas de infantaria e cavalaria, sendo utilizados para um apoio de fogo imediato e de curto alcance⁷.



FIG. 1.3: Morteiro de 81 mm da *Royal Ordnance*

Como o morteiro que acompanha a infantaria deve ser carregado à pé juntamente com os demais equipamentos do combatente, que pode necessitar caminhar distâncias superiores à 24 km em um dia, deve ser o mais leve possível, tanto que alguns modelos dispensam o bipé em detrimento do alcance. Conforme CCOMSEX (2007) o Mrt 60 M949 AGR, com bipé, pesa 19 kg e tem alcance de 1850 m, enquanto o Mrt 60 Comando V (FIG 1.4), que não tem bipé, pesa 8,9 kg e tem alcance de 1050 m. KUPPANNAGARI (2003) realizou um estudo visando a diminuição do peso do tubo de um morteiro de 60 mm de alma lisa pela seleção de materiais compósitos, seu estudo resultou num tubo de 5,3 kg que foi fabricado pela Lockheed Martin.

Segundo (TRACY, 2004, p. 11), o projeto de aquisição do obuseiro 155 mm autopropulsado *Crusader*⁸ foi, entre outros motivos, inviabilizado por ser demasiadamente pesado e ser de uso praticamente restrito a áreas amplas e não para fogo de precisão. Ou seja, seus Ob 155 M109 AP A6 Paladin permanecerão em operação por tempo superior ao previsto, pelo menos até 2028.

⁷O alcance máximo de um morteiro de 60 mm com bipé é de aproximadamente 2000 m; os modelos Comandos, que não tem bipé alcançam até 1000 m; enquanto os morteiros de 81 mm tem alcance máximo na faixa dos 5500 m.

⁸Em alguns trechos o autor se refere ao armamento como obuseiro porém em outros se refere como canhão.



FIG. 1.4: Mrt 60 mm Comando V

Ainda segundo (TRACY, 2004, p. 12) a artilharia tem causado mais baixas que qualquer outro sistema de armas pós século XIX, respaldando tal afirmação em dados levantados nas diversas campanhas que seu exército se engajou, e exemplificando que 65% de todas as forças estadunidenses feridas resultaram de fragmentações de artilharia ou de morteiros.

As munições de artilharia convencional são muito mais baratas que as munições inteligentes ou que os foguetes⁹. Na Operação *Iraqi Freedom*, tempestades de areia impossibilitaram o apoio aéreo enquanto a artilharia providenciava o apoio de fogo aos fuzileiros navais durante o combate ao redor de Nasiriya. E na área curda, ao norte do Iraque, a trilha de vapor das aeronaves preveniam os iraquianos, que buscavam proteção antes do início dos bombardeios aéreos.

CALHAÇO (2006) afirmou que os morteiros 120 mm dos EUA, pesando 144 kg¹⁰, devido a sua portabilidade, participaram de operações aerotransportadas, sendo utilizados em apoio de fogo em operações de montanha e regiões de difícil acesso a guarnições motorizadas e mecanizadas. Porém por seu médio alcance (7200 m), tiveram de ser apoiados por fogos de profundidade de peças 155 mm para que não se tornassem alvos de sistemas de foguetes individuais. A grande vantagem da combinação dos dois tipos de artilharia foi uma flexibilidade de 2 min no apoio de fogo próximo, enquanto uma solicitação de apoio aéreo demorou de 26 min a várias horas para ser atendida no teatro de operações do Afeganistão, (TRACY, 2004, p. 17).

Como o morteiro somente dispara em grandes ângulos de elevação, a posição de suas baterias é facilmente localizada por sistemas de contrabateria equipados com radares

⁹Segundo (TRACY, 2004, p. 13) custavam, em 2004, de \$400,00 a \$1200,00 contra, no mínimo, \$7000,00 por foguete de sistema de lançamento múltiplo.

¹⁰O autor escreveu que o morteiro teria massa de 91 kg, provavelmente errou ao converter sua massa de libras para quilogramas.

como o Giraffe da Ericsson, por exemplo. Este problema é parcialmente compensado pela leveza do armamento possibilitando um rápido deslocamento, e pela combinação de apoio de fogo de profundidade, que pode ser provido por meio aéreo ou de artilharia de grandes alcances. Outra vantagem da utilização dos morteiros em relação aos obuseiros é que suas guarnições são menores, conforme observável na (TAB 1.1).

TAB. 1.1: Comparação entre alguns morteiros e obuseiros

Calibre(mm)	Designação	Tipo	Origem	Peso (kg)	Alcance(m)	Cadência máx./normal	Guarnição
105	M101A1	Obuseiro	EUA	2.263	11.000	10/3	7
105	M102	Obuseiro	EUA	1.441	11.500	10/3	6
105	L118A1	Obuseiro	Reino Unido	1.858	17.200+	8/3	8
120	M12	Morteiro	Áustria	670	9.800	18/10	4
120	M73	Morteiro	Finlândia	340	9.000	15/10	4
120	LT	Morteiro	França	250	9.000+	20/8	4

+ Munição assistida por foguete

Atualmente há diversos morteiros auto propulsados, porém sua concepção não envolve necessariamente o projeto de uma viatura nova, como o soviético M1975 (FIG 1.5). Há diversas viaturas M113, originalmente concebidas para transporte de infantaria blindada, equipadas com morteiros de 81mm. O exército chileno já conta com viaturas EE-11 Urutu APC modernizadas com morteiros 120 mm Cardon. Algumas forças não vêem vantagem na aquisição de morteiros autopropulsados, pois são inferiores aos obuseiros e canhões autopropulsados, enquanto outras forças, de menor orçamento, se aproveitam da simplicidade e baixo custo deste tipo de opção.



FIG. 1.5: Morteiro soviético de 240mm autopropulsado, Mrt 240mm M1975 AP

De acordo com CCOMSEX (2007) os obuseiros de 105 mm em uso pela força tem massas variando de 1290 kg (M56 AR Oto Melara) a 2030 kg (M101 AR), e alcances máximos entre 10,1 km (M101 AR) e 17,2 km (L118 AR Light Gun, porém seu alcance útil é de 11,5 km). Enquanto o Mrt P 120 mm M2 Raiado (FIG 1.6) pesa 730 kg e tem

alcance de 13 km com munição assistida. Ou seja, ele é capaz de fazer trabalho semelhante ao dos obuseiros, sendo muito mais leve.



FIG. 1.6: Morteiro Pesado de 120mm Raiado, Mrt P 120 M2 Raiado

CALHAÇO (2006), em concordância com a essência do texto de TRACY (2004), ainda conclui seu trabalho afirmando que os ensinamentos colhidos pelas recentes campanhas estadunidenses são: que a Artilharia de Campanha atual deve ser mais flexível, contando inclusive com munições mais precisas; preferencialmente, deve-se empregar o morteiro no apoio de fogo a áreas edificadas, evitando o fratricídio e os efeitos colaterais de um sistema de saturação; as missões da Artilharia de Campanha devem ser descentralizadas aos mais baixos escalões; e deve-se trabalhar no aumento da sustentabilidade da artilharia.

1.1.1 MORTEIROS COM TUBOS DE ALMA LISA E COM TUBOS DE ALMA RAIADA

O morteiro de alma lisa tradicional, é carregado pela boca de seu tubo, de forma que a granada desce por ação da gravidade, no final do percurso sua carga zero¹¹ se choca contra um percutor estático, acionando o disparo. Se o ajuste entre a cinta de turgência e a alma do tubo for apertada, a granada descera muito lentamente causando baixa cadência de tiro ou nega¹², pois o ar entre a granada e a câmara não terá por onde fluir. Por outro lado, caso a folga seja grande, a maior parte dos gases propelentes escaparão sem acelerar a granada, causando baixo alcance e pouca precisão, pois as funções do tubo são acelerar, direcionar e suportar o projétil que terá caminho incerto durante a balística interna. Fatores como temperatura do ambiente, chuva e depósito de pólvora no tubo

¹¹Estopilha, artefato com baixo explosivo, sensível e pouco energético, responsável pela iniciação da carga de projeção, que efetivamente impele a granada para fora do tubo. Há munições para morteiros de pequeno calibre em que a carga zero é associada a uma pequena carga de projeção.

¹²Quando um tiro falha, diz-se que ocorreu a nega.

devem ser levados em conta no projeto deste tipo de armamento, pois além de afetarem o desempenho do propelente afetam as questões de ajuste entre o tubo e a granada.

Os morteiros de alma raiada clássicos, sendo carregados pela culatra, podem ter seu ajuste mais apertado, de forma a proporcionar maior estanqueidade para os gases propelentes, causando melhor aproveitamento do poder propulsor da pólvora. A rotação imposta pelas raias (FIG 1.7) ao projétil garantem um vôo mais estável, de forma que sua balística externa é melhorada, proporcionando menor variabilidade em sua trajetória. Desta forma o tubo de alma raiada apresenta duas grandes vantagens em relação aos seus antecessores: maior alcance; e melhor precisão. Sua desvantagem é uma redução na cadência de tiro causada pela necessidade de se manipular a culatra entre cada disparo.



FIG. 1.7: Alma raiada

Atualmente, a instalação de válvulas nas câmaras dos morteiros está proporcionando a confecção de tubos de morteiros de alma lisa com ajuste mais apertado, melhorando seu desempenho balístico. E proporcionando a possibilidade de carregamento por antecarga¹³ nos morteiros de alma raiada, assim como acontece no Mrt P 120 m M2 Raiado (FIG 1.6).

1.2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Os procedimentos clássicos, em uso corrente pelo Exército Brasileiro, para o dimensionamento dos tubos de armamento pesado estão descritos na AMCP706-252 (1964), e são baseados nas curvas da pressão e da velocidade pela posição da granada, fatores geométricos e em equações analíticas de tensões para carregamentos estáticos. Desta forma cada seção transversal do tubo é dimensionada para, segundo um coeficiente de segurança, resistir à pressão interna máxima à qual é submetida durante o tiro.

¹³Antecarga é o tipo de carregamento realizado pela boca do tubo, ou seja, por sua parte anterior

Desde a redação de tais procedimentos, muitos trabalhos tem sido realizados no sentido de melhorar o entendimento sobre o fenômeno tiro de armamento pesado, bem como de melhorar o dimensionamento de seus componentes. Dos quais destacam-se FINLAYSON (1988) que, por meio de uma formulação analítica, procurou resolver os esforços entre um projétil e a alma de um tubo. O'BRIEN et al. (1993) que, por meio de uma abordagem numérica de elementos finitos, reproduziu os resultados que mediu de uma análise experimental, por extensômetros "*Strain Gages*", realizando ainda estimativas e comparações a respeito da vida útil dos tubos. Porém no corpo do trabalho, não foram fornecidos dados suficientes para a reprodução de seus resultados. Que foram baseados, ainda, na metodologia prevista na AMCP706-252 (1964), ou seja, sua abordagem numérica não leva em conta aspectos dinâmicos.

Preocupados com os aspectos da estabilidade dinâmica¹⁴ dos tubos foram elaborados os trabalhos de TZENG e HOPKINS (1995) e RUZZENE e BAZ (2006), ambos tratam de carregamentos de intensidade constante que se desloca a velocidade constante, sendo que no primeiro o carregamento é distribuído e no segundo é concentrado e unitário. Foram utilizados nos dois trabalhos elementos de casca fina axissimétrica, sendo que no segundo trabalho, verificou-se a influência de reforços no valor da velocidade crítica¹⁵ em tubos de comprimento infinito em regime permanente e no primeiro o tubo é composto¹⁶, uniforme e tem comprimento finito.

KUPPANNAGARI (2003) trabalhou na redução da massa de um morteiro de 60mm de alma lisa. Seu trabalho se concentrou na seleção de materiais para a construção de um tubo composto, bem como na escolha da quantidade de camadas e da orientação de suas fibras. Utilizou elementos sólidos tridimensionais e modelo de 1/4 do domínio. Seu trabalho resultou na produção de um protótipo com metade da massa do tubo metálico usado como referência.

MIRZAEI et al. (2006) estudou o comportamento transiente dinâmico de um tubo sujeito a um carregamento interno devido à uma detonação gasosa. Este estudo é muito completo ao comparar os resultados de sua abordagem analítica com os obtidos numericamente de um modelo de elementos finitos sólidos axissimétricos e com as medições extensométricas executadas num ensaio experimental. Seu trabalho se destaca dos demais

¹⁴Entendida pelos autores como um comportamento amplificado de oscilação devido a efeitos dinâmicos causados por interferências construtivas entre as ondas mecânicas que percorrem o sólido.

¹⁵Velocidade de deslocamento do carregamento em que se observa a ocorrência da instabilidade estrutural.

¹⁶Tubo composto por uma alma metálica "*Linner*" envolta por material composto de camadas de fibras com diferentes orientações e resina.

por considerar uma intensidade de carregamento que varia com o tempo, mas permanece considerando que a velocidade de deslocamento do carregamento é constante.

Já BASSI et al. (2008) realizou uma primeira aproximação para o comportamento do tubo durante um tiro, utilizou um modelo de elementos finitos e uma abordagem dinâmica. Porém não considerou os carregamentos impostos pela granada ao tubo ou o comprimento da câmara da arma. O modelo executado foi semelhante ao apresentado como validação dinâmica inicial para a metodologia apresentada neste trabalho (SEC 4.2.2.1).

A presente dissertação se diferencia dos trabalhos acima por considerar carregamentos condizentes com a balística interna do armamento, numa abordagem numérica de elementos finitos sólidos axissimétricos e por, de alguma forma, estimar a importância do carregamento devido à interação da cinta de forçamento da granada com a alma do tubo.

1.3 TEMA DA DISSERTAÇÃO

Atualmente o material de referência disponível para o projeto de armamentos pesados no Exército Brasileiro, bem como para a docência das cadeiras de Tecnologia do Armamento no curso de graduação do IME estão desatualizados, pois tratam-se de manuais, livros e normas estadunidenses e francesas com redações anteriores a 1970, tais como AMCP706-252 (1964) e TM9-3305-1 (1956).

Na época em que tais materiais foram elaborados os recursos computacionais disponíveis não permitiam a utilização de métodos numéricos que demandassem muito processamento ou a alocação de muita memória, desta forma são realizadas considerações muito restritivas na modelagem e aproximações muito grosseiras nos cálculos. Para reduzir os reveses de conduta tão aproximada são freqüentemente empregados fatores de correção oriundos de estudos experimentais. Desta forma coeficientes de segurança muito elevados, para os padrões de engenharia atuais, ainda são empregados no dimensionamento de tubos de armamentos de forma a cobrir as incertezas existentes nos métodos clássicos de projeto.

O presente trabalho teve por objetivo a modelagem e a simulação de um tiro de armamento pesado, considerando as características estruturais de seu tubo e, dentro do possível no período destinado à sua realização, a influência da granada nos estados de tensões e deformações da parede do tubo. E, desta forma, servir de base para a revisão dos procedimentos para o dimensionamento de tubos de armamentos pesados, e até para a otimização estrutural para fins específicos.

Optou-se pelo trabalho com morteiros de alma lisa por questões de simplicidade no modelo, visto que esta é uma primeira abordagem, e que este tipo de armamento pode ser

entendido como um tubo axissimétrico carregado axissimetricamente. Em trabalhos futuros sugere-se que sejam levados em conta os carregamentos não axissimétricos na modelagem de tubos de armas de alma lisa, de forma a serem modeladas armas que atirem com pequenos ângulos de elevação¹⁷ e tiros com munição desbalanceada. E, em seguida, que os efeitos devidos ao raiamento sejam levados em consideração.

Como as teorias, empregadas na modelagem aplicadas ao trabalho, são muito genéricas, é de se esperar que as ferramentas desenvolvidas sejam aplicáveis a diversos problemas industriais, especialmente no que se refere a tubulações industriais e vasos de pressão.

1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Por motivos de clareza e facilidade de entendimento, este trabalho está organizado em seis partes. A primeira se dedica a introduzir o leitor no universo do armamento de artilharia, definir o tema da dissertação, bem como situá-lo dentro da bibliografia estudada. A segunda, se encarrega de apresentar o problema físico, apresentar as considerações e delimitar os modelos que foram executados. A terceira, leitura dispensável para aqueles que conhecem os métodos citados na seção anterior, faz uma sucinta explanação a respeito da formulação dos métodos utilizados. Na quarta parte apresentam-se as validações realizadas sobre o método, implementação e sobre o modelo. Em seguida, apresentam-se e se discutem os resultados. E, por fim, são apresentadas as conclusões obtidas a partir da análise dos resultados, juntamente as sugestões para a continuidade do trabalho.

Questões computacionais e desenvolvimentos matemáticos secundários à discussão do trabalho estão apresentados nos apêndices, de forma a não prejudicar o fluxo de leitura da dissertação.

¹⁷Ângulo formado entre a direção axial do tubo e a direção horizontal.

2. POSICIONAMENTO

2.1 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA FÍSICO

O problema, na forma apresentada nesta seção, reflete a situação mais realista a ser modelada em trabalhos posteriores, iniciando neste trabalho com os modelos mais simples.

A granada é acelerada ao longo da alma do tubo pelos gases propelentes, que exercem pressão uniforme e transiente na porção da superfície da alma posterior à posição da granada, além de aquecê-las (alma e granada). A granada tem uma cinta de forçamento elástica ajustada por interferência ao tubo e uma cinta de turgência rígida ajustada com folga ao tubo em posição anterior relativamente à cinta de forçamento (FIG 2.1).

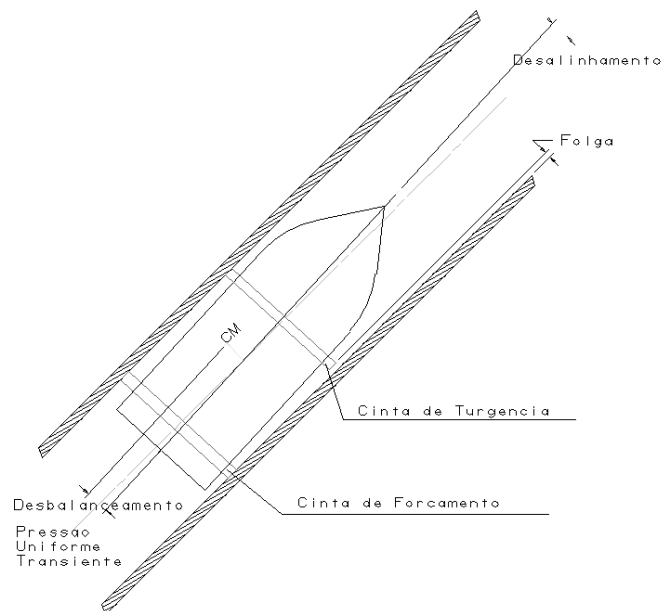


FIG. 2.1: Sistema granada-tubo

O campo gravitacional age obliquamente em relação ao eixo do tubo levemente curvo¹⁸ e que apresenta uma braçadeira que o pressiona e apóia pela sua superfície externa (FIG 2.2). O material do tubo é elástico linear, obedecendo a lei de Hooke, apresentando comportamento ortotrópico¹⁹ e não-homogeneidade²⁰ devido aos processos de fabricação.

¹⁸Curvatura do tubo, considerado como uma viga, devida à ação gravitacional. Os efeitos de tal consideração estão apresentados por FINLAYSON (1988) com foco nos efeitos sobre o projétil.

¹⁹Material em que as propriedades variam em função da direção, porém apresentando planos de simetria ortogonais.

²⁰Diz-se que um material é não homogêneo quando suas propriedades variam pontualmente em função da

Desta forma sua alma apresenta maior rigidez que sua superfície externa, e sua rigidez na direção axial é maior que na direção tangencial.

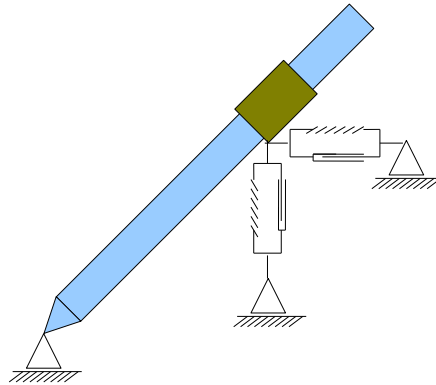


FIG. 2.2: O tubo do morteiro e seus apoios

Nos armamentos de alma raiada, o raiamento do tubo imprime rotação à granada gerando também carregamentos de torção axial. Nas munições convencionais, ocorre deformação plástica da cinta de forçamento quando de seu engrazamento nas raias, enquanto a utilização de munição pré-raiada evita a deformação plástica da cinta de forçamento e permite o carregamento por antecarga.

A reação química entre a pólvora ou os produtos de combustão e os materiais constituintes do tubo são potencializadores a erosão do tubo (AMCP706-252, 1964, p. 12), mas não há registro, na bibliografia encontrada, de seus efeitos no comportamento dinâmico de um tiro. Também não há registros da influência da mudança de fase ou do retículo cristalino no metal, devido aos ciclos térmicos, no comportamento dinâmico do tiro.

2.2 ABORDAGEM DO PROBLEMA

Optou-se por trabalhar com modelos simples de forma a possibilitar a comparação dos resultados do trabalho com resultados registrados na literatura como MIRZAEI et al. (2006), RUZZENE e BAZ (2006) e TZENG e HOPKINS (1995). Em todos o tubo é representado por uma geometria cilíndrica de seção constante, exceto em RUZZENE e BAZ (2006), que também avalia os efeitos da colocação de reforços estruturais de forma uniforme ao longo da direção axial do tubo.

Neste trabalho, os fenômenos térmicos foram desconsiderados e os dados da balística interna foram obtidos de resultados experimentais disponíveis aliados a um método

posição.

aproximado²¹ aplicado ao Mrt Me A Cg 81 mm CTE_x. Isto não significa que as deformações térmicas devidas ao aquecimento não uniforme do tubo sejam fenômeno de pouca relevância, pois, segundo a (AMCP706-252, 1964, c. 4), a atividade térmica é responsável por diversos efeitos importantes no comportamento dos tubos. Ou que a balística interna não interaja com a dinâmica transversal da estrutura, ou seja, que estes fenômenos sejam desacoplados. No entanto, tais aspectos puderam ser desconsiderados num estudo inicial, assim como fizeram MIRZAEI et al. (2006), TZENG e HOPKINS (1995), KUPPANNAGARI (2003) e FINLAYSON (1988), entre outros.

Embora a possibilidade de ocorrência de reações químicas entre a pólvora e ou os produtos da sua combustão com os materiais constituintes da granada ou do tubo, e de mudança de fase ou do retículo cristalino no metal devido aos ciclos térmicos estejam citados na (AMCP706-252, 1964, p. 10). Não se consideraram tais efeitos, nem foi encontrado na literatura pesquisada, trabalhos que os levassem em consideração para o comportamento dinâmico estrutural do tubo ou para a dinâmica de corpo rígido da granada.

Nenhum dos trabalhos citados, excetuando-se O'BRIEN et al. (1993), que realizou experimentação em tiros reais com o armamento, levam em consideração os efeitos da interação da granada com a alma do tubo. De forma que não houve comparação com qualquer trabalho teórico ou experimental no que se refere à interação da granada com a alma do tubo.

Embora RUZZENE e BAZ (2006), pelo estudo a estabilidade mecânica de cascas axisimétricas sujeitas à carregamentos concentrados móveis, tenham objetivado analisar o efeito do movimento de massas no interior de tubos de canhões. Empregaram carregamentos em nada condizentes com quaisquer modelos balísticos.

A validação dos códigos computacionais realizada, baseou-se, primeiramente, na execução de testes que asseguraram a correção do método na criação das matrizes da equação do movimento, na aplicação das condições de contorno essenciais²² e naturais²³, e na verificação da correção do método para solução de PVI. Enquanto a validação do modelo foi procedida pela comparação dos resultados obtidos por modelo de elementos planos (código gerado em ForTran), com os obtidos da aplicação de elementos de casca axissimétrica²⁴

²¹Método semi-empírico de *Heydeinreich-Valier*, muito utilizado por Engenheiros Militares e atiradores para obtenção de curvas aproximadas que relacionem pressão na câmara, posição e velocidade da granada com o tempo durante um tiro.

²²Restrições relativas à variável de estado, no caso, os deslocamentos nodais.

²³Relativas a derivadas das variáveis de estado, no caso, forçamentos.

²⁴Foram usados elementos *SHELL51* e *SHELL108*, obtendo-se resultados semelhantes.

no pacote *Ansys*®.

2.2.1 MODELOS PROPOSTOS

Ao longo do trabalho foram realizados dois modelos distintos para a situação do Mrt Me A Cg 81 mm CTE_x: o primeiro, similarmente aos demais trabalhos encontrados, somente leva em consideração os efeitos da pressão gasosa sobre a alma; o segundo, mais elaborado, faz uma primeira aproximação para os efeitos da cinta de forçamento sobre a alma do tubo.

O primeiro modelo realizado (FIG 2.3) considera que:

- a) Como o morteiro atira em direção quase vertical, os efeitos do campo gravitacional não são muito relevantes em comparação com os referentes aos dos gases propelentes sobre a dinâmica de corpo rígido da granada;
- b) Como o diâmetro externo do perfil da granada, juntamente com sua cinta²⁵, é ajustado com folga à alma do tubo, não lhe imprime carregamentos comparáveis aos devidos à pressão dos gases; e
- c) A granada é perfeitamente balanceada, de forma que sua aceleração não lhe imprime tendência de rotação.

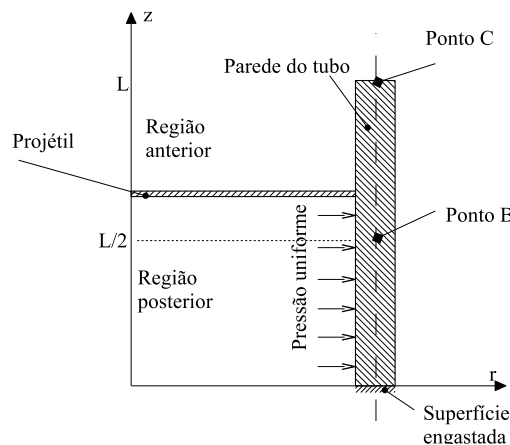


FIG. 2.3: Primeiro modelo executado para o Mrt Me A Cg 81 mm CTE_x (sem granada)

O segundo modelo executado (FIG 2.4) inclui no primeiro, por meio de uma abordagem aproximada, os efeitos devidos ao contato da cinta de forçamento (anel de vedação) ao comportamento dinâmico do tubo. Para tanto foi necessário resolver um problema inverso

²⁵No caso do Mrt L 81mm Antecarga CTE_x há apenas uma cinta, e se chama de Anel de Vedação. É feita de material polímero macio.

a fim de se estimar um coeficiente de atrito coulombiano²⁶ para o contato entre a cinta de forçamento e a alma do tubo. Desta forma reproduzindo, pela solução da dinâmica direta, a cinemática axial, conhecida, da granada.

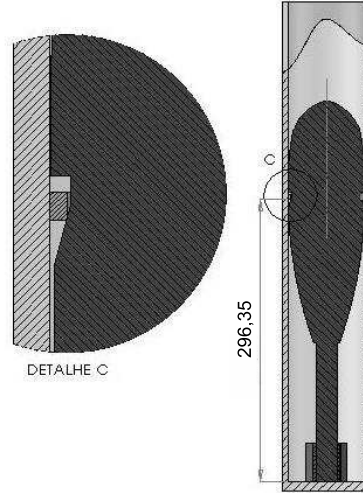


FIG. 2.4: Segundo modelo executado para o Mrt Me A Cg 81 mm CTEEx (com granada)

A consideração de um carregamento de pressão uniforme na parte posterior ao projétil, realizada em todos os modelos executados, acrescenta um pequeno fator de segurança ao modelo e facilita os cálculos, pois é sabido que há uma crescente perda de carga com a distância em relação à câmara, segundo a AMCP706-252 (1964) esta relação é dada pela (EQ 2.1).

$$p(z) = p_{cam} \left[1 - \frac{M_{prop}}{2M_g - M_{prop}} \left(\frac{z_{cam} Eqv}{z} \right)^2 \right] \quad (2.1)$$

Destaca-se na equação acima o termo $z_{cam} Eqv$, que é o comprimento de uma câmara hipotética com o mesmo diâmetro do tubo mas com o volume da câmara real. Ela é obtida pelo deslocamento do tubo ao longo da direção axial, estabelecendo uma nova posição para a câmara. No caso específico do morteiro, em que a câmara tem o mesmo diâmetro que o tubo, $z_{cam} Eqv = z_{cam}$.

2.2.1.1 MODELO SEM GRANADA

Resulta da consideração, no estudo do tiro de um tubo de alma lisa, de que o carregamento de pressão na alma do tubo, é muito superior aos devidos ao deslocamento

²⁶Modelo em que a força de atrito, contrária ao sentido do movimento, tem intensidade proporcional à tensão de contato entre as superfícies.

da granada, seu peso, ao ajuste da cinta de forçamento à alma ou demais fatores. Seu esquema é o representado pela (FIG 2.3).

Para a aplicação do modelo axissimétrico é necessário que tanto a geometria quanto os carregamentos sejam axissimétricos. Esta simplificação permite que se trabalhe apenas com as coordenadas radial e axial na representação da geometria do elemento e resulta num problema com menos graus de liberdade.

Todos os trabalhos encontrados na revisão bibliográfica, excetuando-se a parte experimental de O'BRIEN et al. (1993), que realizou tiros com munição real em armamento instrumentado, trabalham desta forma. Eles se diferenciam principalmente na forma de aplicação do carregamento, na composição dos materiais de seus tubos e na forma de abordar o problema: analiticamente, com elementos finitos de casca, com elementos finitos planos, elementos finitos sólidos, ou experimentalmente.

O procedimento clássico para projeto de tubos de armamento pesado AMCP706-252 (1964) trabalha somente com a curva da pressão atuante na região anterior ao projétil pela sua posição. A espessura da parede em cada secção é calculada de forma a suportar a máxima pressão prevista para sua posição. Fatores térmicos são levados em consideração somente para efeitos de propriedades mecânicas do material, a menos que se trate de arma que trabalhe a grandes cadências de tiro, geralmente armas automáticas²⁷, quando se estima uma temperatura para a parede interna outra para a parede externa e se aplicam fórmulas analíticas na estimação das tensões térmicas a serem adicionadas às tensões mecânicas.

2.2.1.2 MODELO COM GRANADA

É muito semelhante ao modelo anterior, porém através da aplicação de carregamentos uniformes e constantes, móveis com a posição da granada, introduz o forçamento que a granada transmite à alma. Inicialmente se intencionava a elaboração de um modelo em que a intensidade do carregamento fosse função da aceleração da granada e da pressão atuante em sua parte posterior, situação compatível com a geometria dos componentes da granada. Porém como o modelo utilizado na elaboração das curvas da balística foi baseado em uma resistência constante, não foi possível estimar os parâmetros necessários (coeficientes de atrito e rigidez da cinta).

Desta forma foi elaborado um modelo em que tanto os esforços normais quanto os

²⁷Armas que efetuam automaticamente as operações de extração, carregamento e percussão. São armas capazes de efetuar tiros em rajadas.

axiais entre a granada e a alma foram constantes ao longo do percurso da granada. O coeficiente de atrito estático para o contato de materiais semelhantes ao do tubo e do anel de obturação foi obtido em LIDE (1999). Na falta de melhor estimativa para o coeficiente de atrito dinâmico para o caso, resolveu-se utilizar o coeficiente estático retirado da literatura.

A estimação da força de atrito foi obtida pela solução de um problema inverso da dinâmica axial de uma granada acelerada pela pressão dos gases e retardada por uma força de atrito constante (FIG 2.5). Foi utilizado o método do enxame de partículas²⁸ para problemas inversos, tal qual COLAÇO et al. (2006) realizou via diferentes métodos para um problema de transferência de calor. Compararam-se as estimações realizadas com duas funções objetivo distintas, uma baseada no valor absoluto da velocidade de boca, e outra no erro médio da velocidade ao longo do percurso. A solução do problema direto foi obtida pelo método de Runge-Kutta de 4ª ordem (RUGGIERO e LOPES, 1996, p. 331).

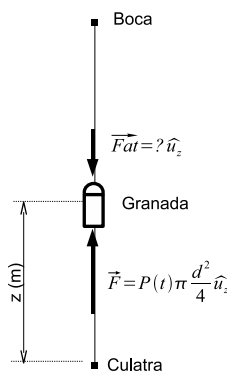


FIG. 2.5: Problema unidimensional para estimativa da força de atrito

Por meio da relação $F_{at} = \mu N$ e da relação $\sigma = dF/dS$ aplicadas à área lateral do anel de obturação, obtiveram-se os carregamentos distribuídos normal e de cisalhamento a serem aplicados à alma do tubo. Foi considerado, por simplicidade, que o perfil de tensões na região de contato é uniforme (FIG 2.6).

A aplicação desta metodologia pode ser útil para que se obtenha dados mais fidedignos na solução de modelos balísticos como o proposto por OLIVIERI (2006), em que a balística interna é resolvida pela combinação de uma lei de queima para os propelentes, uma equação de estado para os gases, a primeira lei da termodinâmica e a segunda lei de Newton aplicada à dinâmica axial da granada. OLIVIERI (2006) considerou ainda uma

²⁸Também conhecido como *Particle Swarm* ou PS. É um método heurístico baseado na observação do comportamento dos pombos. Pode ser usado tanto em funções objetivo multidimensionais e multimodais, como em unidimensionais e unimodais.

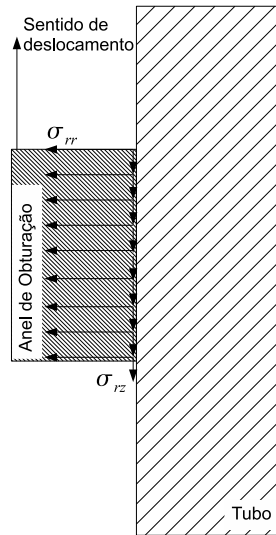


FIG. 2.6: Perfil do carregamento que o anel de obturação impõe à alma do tubo

aproximação para o escape de gases entre o anel de obturação e a alma do tubo.

3. DESENVOLVIMENTO TEÓRICO MATEMÁTICO

Por se tratar de equacionamentos conhecidos e difundidos pela literatura clássica sobre FEM e sobre PVI, a maior parte dos passos dos desenvolvimentos algébricos foi resumida, de forma que somente foram apresentadas as etapas mais importantes para o entendimento da metodologia empregada juntamente com suas conseqüências e limitações.

Os aspectos mais relevantes para a implementação computacional da teoria apresentada neste capítulo, encontram-se no (APÊNDICE A).

3.1 ELEMENTO FINITO AXISSIMÉTRICO

Partindo-se do volume infinitesimal (FIG 3.1), obtém-se a (Eq 3.1), que representa o equilíbrio dinâmico dos esforços atuantes. As componentes de tensão cisalhante na direção tangencial puderam ser desconsideradas, pois como o tubo em estudo tem alma lisa, nenhuma rotação significativa é imposta ao movimento da granada. Neste trabalho, utilizando o referencial d'alambertiano, as forças de inércia são consideradas juntamente com as forças de corpo.

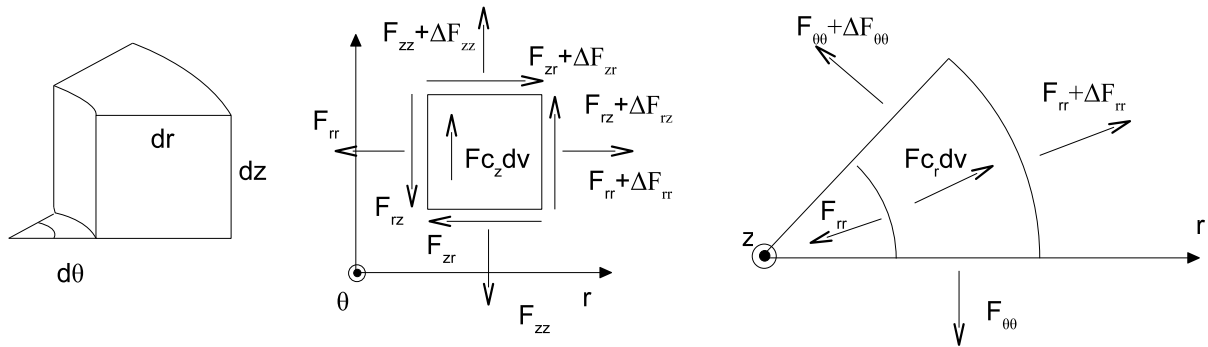


FIG. 3.1: Equilíbrio de forças para o volume infinitesimal

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{zz}}{r} + F_{C_r} &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rz}}{r} + F_{C_z} &= 0 \end{aligned} \quad (3.1)$$

Aplicando-se na (EQ 3.1) a combinação da Lei de Hooke (EQ 3.2) com a relação deformações-deslocamentos (EQ 3.3) em coordenadas cilíndricas para $\epsilon_{r\theta} = \epsilon_{\theta z} = 0$ e derivadas em função da posição angular nulas, obtém-se a (EQ 3.4).

$$\tilde{C} = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

$$\tilde{\epsilon} = \begin{bmatrix} \epsilon_{rr} \\ \epsilon_{\theta\theta} \\ \epsilon_{zz} \\ \epsilon_{rz} \end{bmatrix} = \widetilde{\left[\frac{\partial}{\partial r} \right]} \vec{u} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial r} & 0 \\ \frac{1}{r} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_r \\ u_z \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r} & 0 & -\frac{1}{r} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r} \end{bmatrix} \widetilde{\left[\frac{\partial}{\partial r} \right]} \begin{bmatrix} u_r \\ u_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Fc_r \\ Fc_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Resolvendo por resíduos ponderados a (EQ 3.4), e utilizando as funções H_i , expressas em coordenadas naturais (APÊNDICE B) na (EQ 3.6), tanto para realizar a aproximação dos deslocamentos (EQ 3.5), quanto como peso de ponderação²⁹ no domínio do elemento (FIG 3.2), obtém-se a (EQ 3.7).

$$\vec{u}^e(r', s') = \begin{bmatrix} u_r^e(r', s') \\ u_z^e(r', s') \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^9 \left\{ \begin{bmatrix} H_i(r', s') & 0 \\ 0 & H_i(r', s') \end{bmatrix} \vec{u}_i^e \right\} = \tilde{H}(r', s') \tilde{U}^e \quad (3.5)$$

$$\begin{aligned} H_1(r', s') &= r' s' (1 + r') (1 + s') / 4 \\ H_2(r', s') &= r' s' (-1 + r') (1 + s') / 4 \\ H_3(r', s') &= r' s' (-1 + r') (-1 + s') / 4 \\ H_4(r', s') &= r' s' (1 + r') (-1 + s') / 4 \\ H_5(r', s') &= -s' (-1 + r') (1 + r') (1 + s') / 2 \\ H_6(r', s') &= -r' (-1 + s') (1 + s') (-1 + r') / 2 \\ H_7(r', s') &= -s' (-1 + r') (1 + r') (-1 + s') / 2 \\ H_8(r', s') &= -r' (-1 + s') (1 + s') (1 + r') / 2 \\ H_9(r', s') &= (1 - r'^2) (1 - s'^2) \end{aligned} \quad (3.6)$$

²⁹A utilização da mesma função para aproximar a solução e como peso de ponderação configura o método de Galerkin, (SEGERLIND, 1984, p. 9).

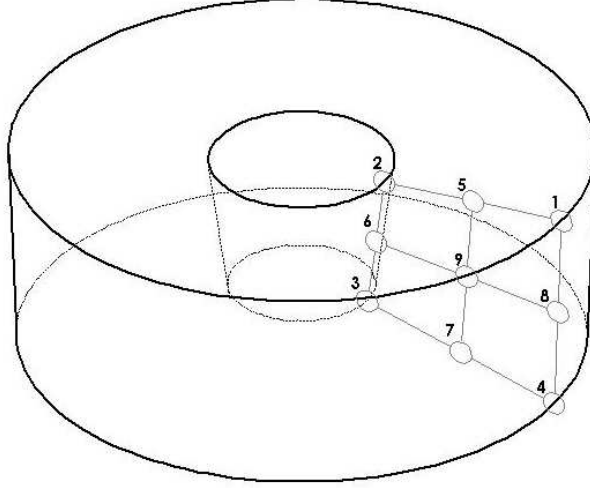


FIG. 3.2: Elemento finito quadrilátero de nove nós

$$2\pi \iint_{s^e} \widetilde{B}^t \widetilde{C} \widetilde{B} r dr dz \widetilde{U}^e = 2\pi \iint_{s^e} \rho \widetilde{H}^t (\vec{g} - \widetilde{H} \ddot{\widetilde{U}}^e) r dr dz + 2\pi \oint_{\underline{s^e}} \widetilde{H}^t \vec{f}_s r ds \quad (3.7)$$

Esta equação pode então ser arranjada de forma que os termos dependentes dos deslocamentos e de suas derivadas fiquem do lado esquerdo da igualdade, resultando na (EQ 3.8).

$$2\pi \iint_{s^e} \rho \widetilde{H}^t \widetilde{H} r dr dz \ddot{\widetilde{U}}^e + 2\pi \iint_{s^e} \widetilde{B}^t \widetilde{C} \widetilde{B} r dr dz \widetilde{U}^e = 2\pi \iint_{s^e} \rho \widetilde{H}^t \vec{g} r dr dz + 2\pi \oint_{\underline{s^e}} \widetilde{H}^t \vec{f}_s r ds \quad (3.8)$$

Montando-se, a partir da (EQ 3.8), um sistema global, com todos os elementos da estrutura, e adicionando ao lado esquerdo da igualdade um termo proporcional à velocidade, o amortecimento viscoso, pode-se escrever a (EQ 3.9), que será utilizada para a solução da dinâmica.

$$\widetilde{M} \ddot{\widetilde{U}} + \widetilde{D} \dot{\widetilde{U}} + \widetilde{K} \widetilde{U} = \widetilde{F}_b + \widetilde{F}_s = \widetilde{F} \quad (3.9)$$

A discretização da estrutura em nós e elementos foi realizada por Interpolação Transfinita com suavização de Laplace (APÊNDICE C).

3.2 AMORTECIMENTO VISCOSO

A matriz amortecimento foi obtida da forma proporcional enunciada por Rayleigh, (EQ 3.10), por ajuste de mínimos quadrados de forma que o amortecimento relativo, para

o 1º harmônico da estrutura fosse de 2% e para o 8º fosse de 3%, tudo seguindo orientação contida no trabalho de KANDGE (2007) no que se refere a sistemas de tubos de grandes diâmetros e estruturas metálicas.

$$\tilde{D} = \alpha_{Damp} \tilde{M} + \beta_{Damp} \tilde{K} \quad (3.10)$$

Para um sistema constituído de uma massa, uma mola e um amortecedor ideais (FIG 3.3), o amortecimento relativo pode ser expresso pela (EQ 3.11). Substituindo o D da (EQ 3.11) na (EQ 3.10) se obtém a (EQ 3.12), de forma que os coeficientes α e β podem ser calculados em função dos amortecimentos relativos e das frequências naturais ω_i somente.

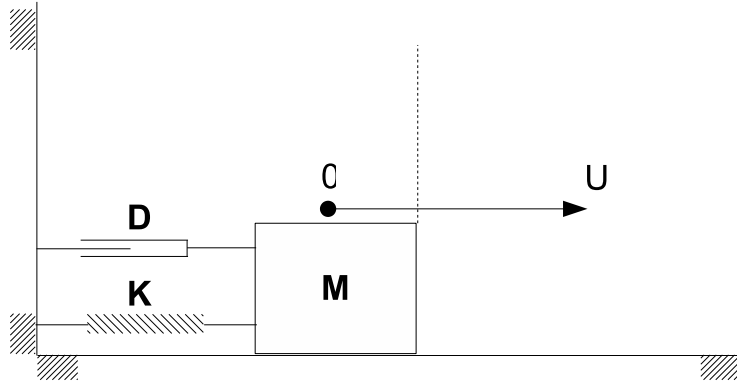


FIG. 3.3: Equilíbrio de forças para o volume infinitesimal

$$\xi = \frac{D}{D_{cr}} \quad , \text{ onde:} \quad (3.11)$$

$$D_{cr} = 2\sqrt{KM}$$

$$\xi = \frac{\alpha_{Damp}}{2\omega_i} + \frac{\beta_{Damp}\omega_i}{2} \quad (3.12)$$

As frequências naturais são obtidas da solução do problema de autovalores expresso na (EQ 3.13), que deriva da equação de oscilação livre não amortecida depois de aplicadas as condições de contorno.

$$\tilde{K}\tilde{U}_i - \omega_i^2 \tilde{M}\tilde{U}_i = \tilde{0} \quad , \text{ onde:} \quad (3.13)$$

$$\tilde{U}_i / u_{in} = A_n \text{ sen}(\omega_i t + \phi_n)$$

3.3 IMPOSIÇÃO DE RESTRIÇÕES

As restrições, condições de contorno essenciais, foram impostas por eliminação de graus de liberdade quando homogêneas e pelo método dos multiplicadores de Lagrange quando não homogêneas. De fato, para todos os casos executados, as restrições foram homogêneas, mas o código, na forma que foi preparado, pode trabalhar com os dois tipos de restrição no mesmo modelo.

3.3.1 ELIMINAÇÃO DE GRAUS DE LIBERDADE

Um problema estático com “n” graus de liberdade seria expresso por um sistema de equações como (EQ 3.14). Supondo que o m-ésimo grau de liberdade tenha uma restrição homogênea, isto é, $u_m = 0$, após a substituição de seu valor nas equações dos outros graus de liberdade, teria-se a (EQ 3.15), que é equivalente à supressão das m-ésimas linha e coluna da matriz rigidez, e dos m-ésimos elementos dos tensores de carregamentos e de deslocamentos.

$$\begin{bmatrix}
 k_{1\ 1} & k_{1\ 2} & \cdots & k_{1\ m-1} & k_{1\ m} & k_{1\ m+1} & \cdots & k_{1\ n} \\
 k_{2\ 1} & k_{2\ 2} & \cdots & k_{2\ m-1} & k_{2\ m} & k_{2\ m+1} & \cdots & k_{2\ n} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 k_{m-1\ 1} & k_{m-1\ 2} & \cdots & k_{m-1\ m-1} & k_{m-1\ m} & k_{m-1\ m+1} & \cdots & k_{m-1\ n} \\
 k_{m\ 1} & k_{m\ 2} & \cdots & k_{m\ m-1} & k_{m\ m} & k_{m\ m+1} & \cdots & k_{m\ n} \\
 k_{m+1\ 1} & k_{m+1\ 2} & \cdots & k_{m+1\ m-1} & k_{m+1\ m} & k_{m+1\ m+1} & \cdots & k_{m+1\ n} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 k_{n\ 1} & k_{n\ 2} & \cdots & k_{n\ m-1} & k_{n\ m} & k_{n\ m+1} & \cdots & k_{n\ n}
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 u_1 \\
 u_2 \\
 \vdots \\
 u_{m-1} \\
 u_m \\
 u_{m+1} \\
 \vdots \\
 u_n
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 f_1 \\
 f_2 \\
 \vdots \\
 f_{m-1} \\
 f_m \\
 f_{m+1} \\
 \vdots \\
 f_n
 \end{bmatrix}
 \quad (3.14)$$

$$\begin{bmatrix} k_{1\ 1} & k_{1\ 2} & \cdots & k_{1\ m-1} & k_{1\ m+1} & \cdots & k_{1\ n} \\ k_{2\ 1} & k_{2\ 2} & \cdots & k_{2\ m-1} & k_{2\ m+1} & \cdots & k_{2\ n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ k_{m-1\ 1} & k_{m-1\ 2} & \cdots & k_{m-1\ m-1} & k_{m-1\ m+1} & \cdots & k_{m-1\ n} \\ k_{m+1\ 1} & k_{m+1\ 2} & \cdots & k_{m+1\ m-1} & k_{m+1\ m+1} & \cdots & k_{m+1\ n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ k_{n\ 1} & k_{n\ 2} & \cdots & k_{n\ m-1} & k_{n\ m+1} & \cdots & k_{n\ n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_{m-1} \\ u_{m+1} \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 - 0\ k_{1\ m} \\ f_2 - 0\ k_{2\ m} \\ \vdots \\ f_{m-1} - 0\ k_{m-1\ m} \\ f_{m+1} - 0\ k_{m+1\ m} \\ \vdots \\ f_n - 0\ k_{n\ m} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

Tanto a supressão dos elementos referentes ao m-ésimo grau de liberdade na matriz rigidez e no tensor de carregamentos para a solução do sistema linear, como a restauração do tensor de deslocamentos resultante, podem ser executadas através da multiplicação dos mesmos por uma matriz (EQ 3.16), ou por sua transposta, conforme o caso (EQ 3.17).

$$\tilde{\tilde{C}}_{(n-1\ n)} / c_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se } i = j < m \\ 1 & \text{se } i = j - 1 \text{ e } j > m \\ 0 & \text{para os demais elemetos} \end{cases} \quad (3.16)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\tilde{K}}_{(n-1\ n-1)} &= \tilde{\tilde{C}}_{(n-1\ n)} \tilde{\tilde{K}}_{(n\ n)} \tilde{\tilde{C}}_{(n\ n-1)}^t \\ \tilde{\tilde{R}}_{(n-1)} &= \tilde{\tilde{C}}_{(n-1\ n)} \tilde{\tilde{R}}_{(n)} \\ \tilde{\tilde{U}}_{(n)} &= \tilde{\tilde{C}}_{(n\ n-1)}^t \tilde{\tilde{U}}_{(n-1)} \end{aligned} \quad (3.17)$$

Matriz semelhante à (EQ 3.16) pode ser construída para que todos os graus de liberdade com restrição homogêneas sejam suprimidos ou restaurados em uma única operação matricial.

3.3.2 MULTIPLICADORES DE LAGRANGE

O método por multiplicadores de Lagrange, embora aumente o tamanho do sistema linear a ser resolvido, permite a solução de problemas com restrições não homogêneas.

Para sua dedução, seja a formulação variacional expressa na equação abaixo. Ela foi extraída e adaptada de (BATHE, 1982, p. 143), e trata-se de um dos passos para se obter a forma fraca (EQ 3.7) a partir da forma forte (EQ 3.1) pelo método de Rayleigh-Ritz (TAUCHERT, 1974, p. 88).

$$\begin{aligned}\Pi &= \frac{1}{2}\tilde{U}^t\tilde{K}\tilde{U} - \tilde{U}^t\tilde{R} \\ \frac{\partial\Pi}{\partial u_i} &= 0 \quad \forall i \in [1; n]\end{aligned}\tag{3.18}$$

Se $u_m = U_m$ então pode-se reescrever as (EQ 3.18) na seguinte forma:

$$\begin{aligned}\Pi' &= \frac{1}{2}\tilde{U}^t\tilde{K}\tilde{U} - \tilde{U}^t\tilde{R} + \lambda_m(u_m - U_m) \\ \delta\tilde{U}^t\tilde{K}\tilde{U} - \delta\tilde{U}^t\tilde{R} + \lambda_m\delta u_m + \delta\lambda_m(u_m - U_m) &= 0\end{aligned}\tag{3.19}$$

Como $\delta\tilde{U}$ e $\delta\lambda_m$ são arbitrários, a segunda das (EQ 3.19) pode ser separada em duas equações:

$$\begin{aligned}\delta\tilde{U}^t(\tilde{K}\tilde{U} - \tilde{R}) + \lambda_m\delta u_m &= 0 \\ \delta\lambda_m(u_m - U_m) &= 0\end{aligned}\tag{3.20}$$

As (EQ 3.20) podem ser algebricamente manipuladas, de forma a resultar na seguinte equação matricial:

$$\begin{bmatrix} \tilde{K} & \tilde{E}_m \\ \tilde{E}_m^t & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{U} \\ \lambda_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{R} \\ U_m \end{bmatrix}\tag{3.21}$$

Onde aparecem tantas variáveis λ_m quantas forem as restrições, cada uma tendo sentido físico relacionado ao esforço necessário no apoio para que uma restrição seja obedecida. E os tensores \tilde{E}_m , correspondentes à cada λ_m , tendo todos os elementos nulos, à exceção do m-ésimo elemento, que tem valor unitário.

3.4 SOLUÇÃO DO PVI

A utilização do método de Newmark foi preferida, em relação aos métodos de Runge-Kutta e de Adams, pois não necessita a redução da ordem do PVI, procedimento que dobraria o número de graus de liberdade a serem resolvidos, causando a necessidade de maior demanda por memória e processamento.

O método de Newmark permite a aplicação das restrições por multiplicadores de Lagrange. Como as restrições são em função do deslocamento, apareceriam termos nulos nas diagonais das matrizes de massa e de amortecimento na (EQ 3.9), impossibilitando o emprego direto dos métodos de Runge-Kutta e de Adams. Ele ainda possibilita a utilização da condensação estática na solução do problema dinâmico, pois ele se baseia na criação de uma matriz rigidez equivalente³⁰ e de um carregamento efetivo, composto de uma combinação do carregamento aplicado com termos calculados em função de operações das matrizes massa e amortecimento com os tensores de posição, velocidade e aceleração.

Partindo das suposições expressas na (EQ 3.22) para ${}^{t+\Delta t}\tilde{U}$ e na (EQ 3.23) para ${}^{t+\Delta t}\dot{\tilde{U}}$. Observa-se que a escolha de $\delta = 1/2$ e de $\alpha = 1/4$ implica num método de aceleração média constante, também conhecido como regra trapezoidal, é um método incondicionalmente estável (BATHE, 1982, p. 780).

$${}^{t+\Delta t}\tilde{U} = {}^t\tilde{U} + {}^t\dot{\tilde{U}}\Delta t + \left[\left(\frac{1}{2} - \alpha \right) {}^t\ddot{\tilde{U}} + \alpha {}^{t+\Delta t}\ddot{\tilde{U}} \right] \Delta t^2 \quad (3.22)$$

$${}^{t+\Delta t}\dot{\tilde{U}} = {}^t\dot{\tilde{U}} + [(1 - \delta) {}^t\ddot{\tilde{U}} + \delta {}^{t+\Delta t}\ddot{\tilde{U}}] \Delta t \quad (3.23)$$

Isolando-se ${}^{t+\Delta t}\ddot{\tilde{U}}$ na (EQ 3.22) se obtém a (EQ 3.24), e substituindo na (EQ 3.23), resolve-se ${}^{t+\Delta t}\dot{\tilde{U}}$ e ${}^{t+\Delta t}\ddot{\tilde{U}}$ em função de ${}^t\tilde{U}$, apenas. Utilizando-se estas relações para a solução da (EQ 3.9) no tempo $t + \Delta t$ obtém-se o problema expresso na (EQ 3.25).

$${}^{t+\Delta t}\ddot{\tilde{U}} = \frac{1}{\alpha\Delta t^2}({}^{t+\Delta t}\tilde{U} - {}^t\tilde{U}) - \frac{1}{\alpha\Delta t}{}^t\dot{\tilde{U}} - \left(\frac{1}{2\alpha} - 1 \right) {}^t\ddot{\tilde{U}} \quad (3.24)$$

$$\begin{aligned} \widetilde{\widetilde{K}}_{eq} {}^{t+\Delta t}\tilde{U} &= {}^{t+\Delta t}\widetilde{\widetilde{F}}_{eq} \quad , \text{ onde:} \\ \widetilde{\widetilde{K}}_{eq} &= \widetilde{\widetilde{K}} + \frac{1}{\alpha\Delta t^2}\widetilde{\widetilde{M}} + \frac{\delta}{\alpha\Delta t}\widetilde{\widetilde{D}} \quad , \text{ e} \\ {}^{t+\Delta t}\widetilde{\widetilde{F}}_{eq} &= {}^{t+\Delta t}\widetilde{\widetilde{F}} + \widetilde{\widetilde{M}} \left[\frac{1}{\alpha\Delta t^2} {}^t\tilde{U} + \frac{1}{\alpha\Delta t} {}^t\dot{\tilde{U}} + \left(\frac{1}{2\alpha} - 1 \right) {}^t\ddot{\tilde{U}} \right] \\ &\quad + \widetilde{\widetilde{D}} \left[\frac{\delta}{\alpha\Delta t} {}^t\tilde{U} + \left(\frac{\delta}{\alpha} - 1 \right) {}^t\dot{\tilde{U}} + \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{\delta}{\alpha} - 2 \right) {}^t\ddot{\tilde{U}} \right] \end{aligned} \quad (3.25)$$

A sucessão de estados temporais é obtida, a partir de uma configuração que respeite as condições de contorno, por um algoritmo que através da (EQ 3.25) encontra o tensor de

³⁰Freqüentemente é chamada por rigidez dinâmica.

deslocamentos nodais para o próximo passo de tempo, utiliza o resultado para calcular, através das equações (3.24) e (3.23) os tensores de acelerações e posições nodais relativos à aquele instante. Desta forma pode-se passar para os próximos instantes de tempo recursivamente.

4. VALIDAÇÃO

Antes de executar os modelos referentes ao tiro do armamento, fez-se mister a verificação tanto da correção na implementação computacional quanto da qualidade da modelagem adotada. Foram realizados dois problemas, de forma que se pudesse verificar a ocorrência de problemas que se manifestassem em uma determinada direção, axial ou radial, mas que não se manifestassem na outra. Em cada um dos casos além de resolver o problema apresentado pelo autor, ainda se resolveu um problema em que não havia carregamentos de superfície, mas apenas forças de corpo.

4.1 ESTÁTICA

Os testes estáticos serviram para verificar a correção da implementação das integrações dos elementos, bem como na montagem das matrizes e das rotinas de pós-processamento. Tal tarefa se baseou na reprodução de exemplos de (SOBRINHO, 2006, c. 3.5). Para a comparação dos valores de tensão, que não foram calculados por SOBRINHO (2006), utilizou-se a comparação com as soluções obtidas pelo programa Ansys[®], por não estar disponível elemento quadrilátero de 9 nós no referido programa, utilizaram-se elementos quadriláteros de 8 nós.

4.1.1 CILINDRO DE PAREDES ESPESSAS SOB PRESSÃO UNIFORME NA PAREDE INTERNA

Trata-se da reprodução do exemplo 3.12 do SOBRINHO (2006), consiste no problema de um cilindro de paredes espessas, feito de alumínio, sujeito a um carregamento uniforme de $5,0 \cdot 10^{-6} \text{kgf/mm}^2$ em sua parede interna (FIG 4.1). O módulo de elasticidade empregado para o material é de 7000kgf/mm^2 e o coeficiente de Poisson de 0,25.

Para fins de comparação, o mesmo procedimento apresentado na bibliografia foi executado. Ou seja, criou-se uma estrutura com raio interno de 15mm , externo de 25mm e comprimento de 40mm (FIG 4.2), restringindo-se apenas o grau de liberdade axial do nó localizado na face interna com a menor coordenada axial. Os resultados foram listados e comparados (TAB 4.1) com as soluções do autor para diferentes refinamentos de malha e com a solução analítica³¹ (EQ 4.1). Para evitar os efeitos das extremidades, tomou-se

³¹Obtida a partir da teoria das funções de tensão de Airy na solução da equação bi-harmônica em coordenadas

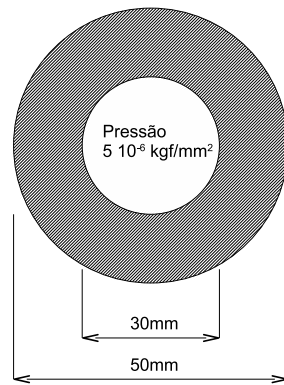


FIG. 4.1: Exemplo 3.12 de SOBRINHO (2006)

como referência para os resultados, o nó localizado no ponto médio da geratriz da face interna.

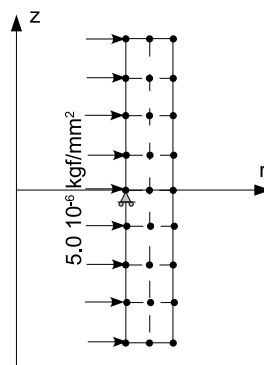


FIG. 4.2: Modelagem para o exemplo 3.12 de SOBRINHO (2006)

TAB. 4.1: Resultados para o exemplo 3.12 de SOBRINHO (2006)

Malha (elem x elem)	Num. nós Q4	Num. nós Q9	Desloc. Rad. livro (mm)	Desloc. Rad. obtido (mm)	Erro Abs. livro (%)	Erro Abs. obtido (%)
4 x 1	10	27	2,4919E-08	2,5407E-08	2,073	0,153
8 x 2	27	85	2,5265E-08	2,5443E-08	0,713	0,013
16 x 4	85	297	2,5396E-08	2,5446E-08	0,198	0,001

polares, tudo baseado em TIMOSHENKO (1969).

$$\begin{aligned}
\sigma_{rr} &= \frac{a_0}{r^2} + b_0 \quad , \\
\sigma_{\theta\theta} &= -\frac{a_0}{r^2} + b_0 \quad , \text{ e} \\
u_{rr} &= -\frac{(1+\nu)a_0}{Er} + \frac{(1-\nu)b_0 r}{E} \quad , \text{ onde} \\
a_0 &= -\frac{(r_{al}r_{se})^2}{(r_{se}^2 - r_{al}^2)} \frac{p}{r_{se}} \quad , \text{ e} \\
b_0 &= \frac{pr_{al}^2}{(r_{se}^2 - r_{al}^2)}
\end{aligned}
\tag{4.1}$$

Verifica-se, pelo estudo da (TAB 4.1), que os resultados obtidos foram mais precisos que os do autor, que utilizou elementos quadriláteros de 4 nós. Uma malha de 27 nós obteve-se resultado mais preciso que o obtido pelo autor com uma de 85 nós. Observou-se, ainda, que o refinamento da malha proporcionou melhora na qualidade dos resultados, indicando a ocorrência da convergência. Realizou-se, complementarmente, uma verificação a respeito da capacidade de se reproduzir o campo de deslocamentos (FIG 4.3), pela comparação da solução obtida com a analítica (EQ 4.1) em função da coordenada radial.

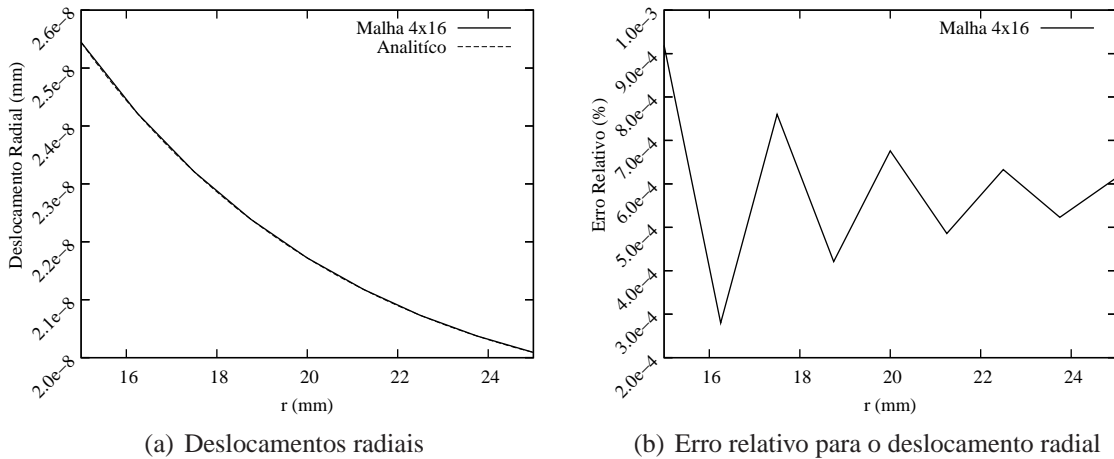


FIG. 4.3: Campo de deslocamentos para o exemplo 3.12 de SOBRINHO (2006)

As (FIG 4.4) mostram que as rotinas de pós-processamento foram eficazes na reprodução dos campos de tensões radiais e tangenciais. Isto mostra que as rotinas para pós-processamento dos campos de deformações também foram eficazes, pois as tensões são obtidas pela aplicação da (EQ 3.2) ao tensor das deformações.

Para a verificação da qualidade da construção da matriz de massa, criou-se um problema em que o cilindro foi rotacionado à uma velocidade angular constante de 10 rad/s em torno da direção axial sem que houvesse aplicação de carregamentos em suas superfícies. O resultado para este problema está registrado na (FIG 4.5), juntamente com a

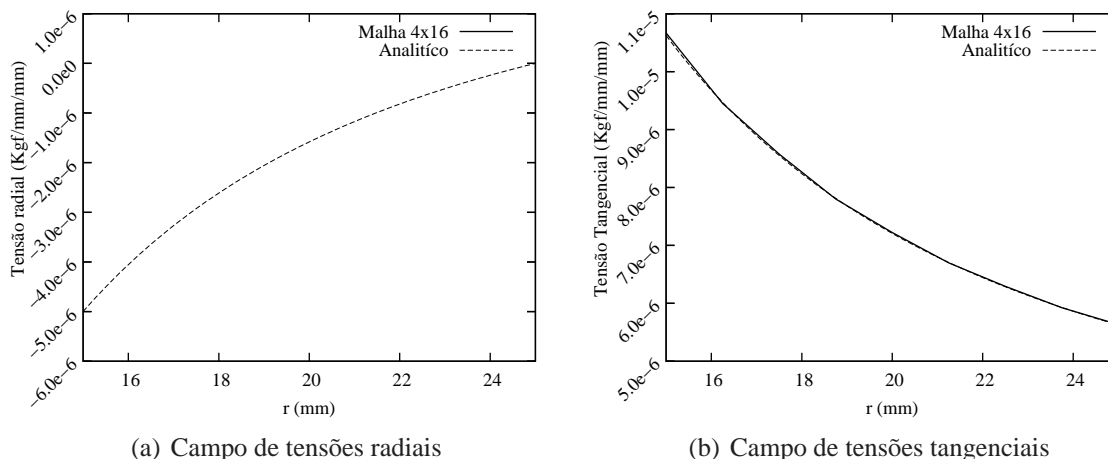


FIG. 4.4: Campos de tensões para o exemplo 3.12 de SOBRINHO (2006)

resposta do pacote Ansys® utilizando uma malha 80x20 de elementos *PLANE82*, que são quadriláteros de 8 nós.

4.1.2 DISCO COM PRESSÃO UNIFORME EM UMA DAS FACES

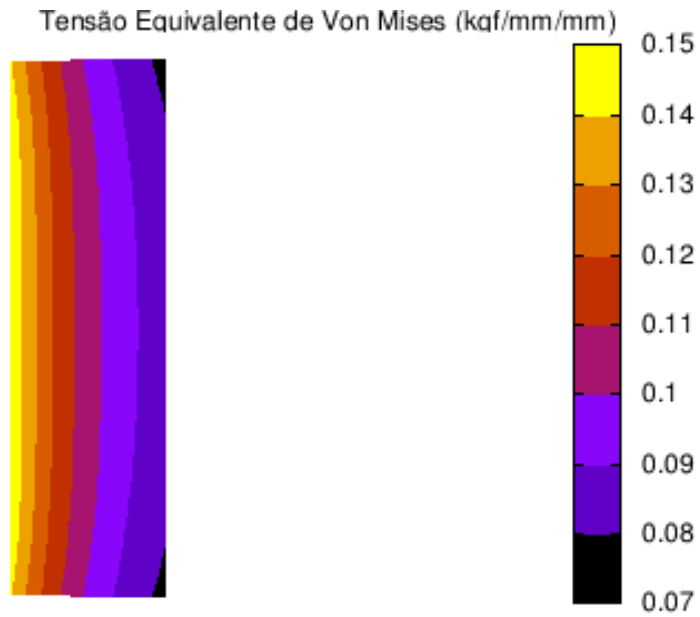
Trata-se da reprodução do exemplo 3.13 de SOBRINHO (2006). O problema consiste em um flange, formado por uma placa circular em alumínio que retém fluido pressurizado (FIG 4.6). As propriedades do material são idênticas às do problema anterior (Seção 4.1.1), isto é, módulo de elasticidade de $7000\text{kgf}/\text{mm}^2$ e coeficiente de Poisson de 0,25.

Especial atenção foi necessária à programação do cálculo dos campos de tensões e deformações, pois como o raio nulo faz parte do domínio, ocorre que um dos elementos da matriz deslocamento-deformação se torna infinito. Como neste lugar geométrico o deslocamento radial é nulo, pôde-se considerar nulo o elemento problemático da referida matriz, evitando-se assim o *overflow*³².

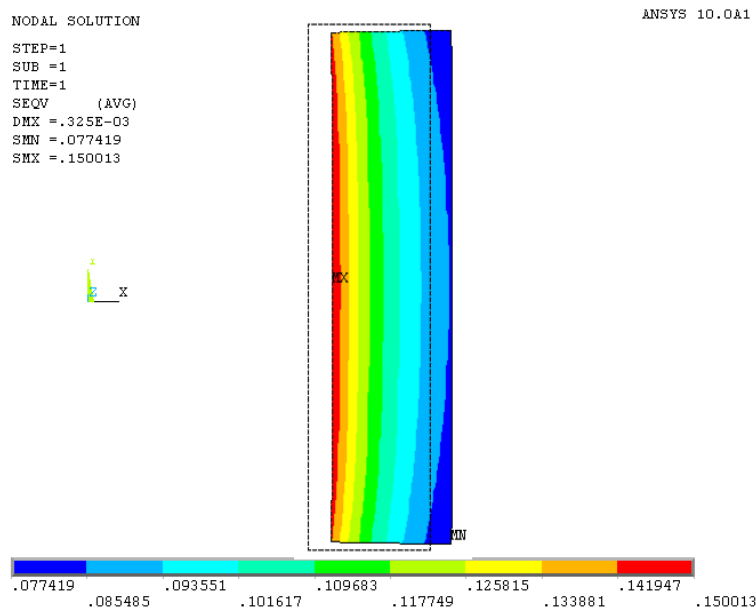
O problema foi modelado, em elementos finitos como mostrado na (FIG 4.7), por motivos de comparação, o modelo é idêntico ao aplicado pelo livro. Ou seja, aplicou-se restrição homogênea ao grau de liberdade radial dos nós pertencentes ao eixo e consideraram-se engastados os nós da periferia. Os resultados foram listados e comparados com a solução analítica, baseada na teoria de placas finas, e com a solução numérica do autor na (TAB 4.2).

Novamente percebe-se que para um mesmo número de nós, a solução obtida pelo emprego dos elementos quadriláteros de 9 nós é mais exata que a obtida pelos elementos

³²Situação em que uma determinada variável recebe valor numérico maior que a capacidade de armazenamento alocada em memória.



(a) Obtido pelo programa em Fortran com malha 16x4 elementos Q9



(b) Obtido pelo pacote Ansys® com malha 80x20 elementos Q8

FIG. 4.5: Tensões de Von Mises para a versão alterada do exemplo 3.12 de SOBRINHO (2006)

quadriláteros de 4 nós. Foi ainda possível observar que houve convergência monotônica com o refinamento da malha. O próprio autor utiliza este exemplo para mostrar que grande parte da diferença entre a solução analítica e a numérica está ligada à consideração de placa fina assumida na elaboração da solução analítica. Para comprovar, montou um problema semelhante com raio de 300mm , para o qual obteve erro de 1,5%.

Os testes realizados promoveram a validação dos cálculos referentes à rigidez estrutural,

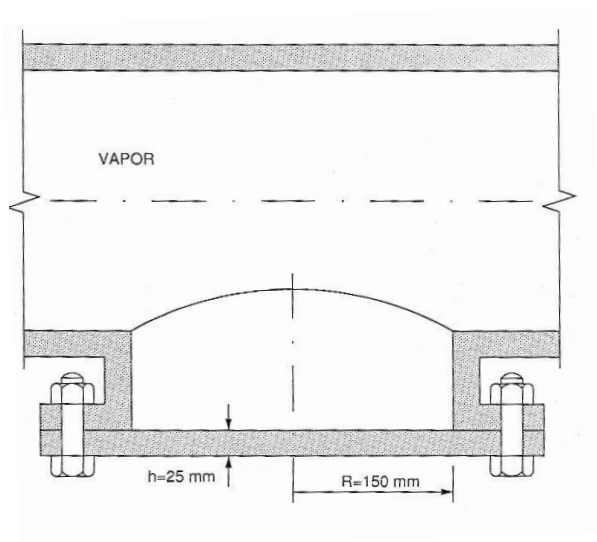


FIG. 4.6: Exemplo 3.13 de SOBRINHO (2006)

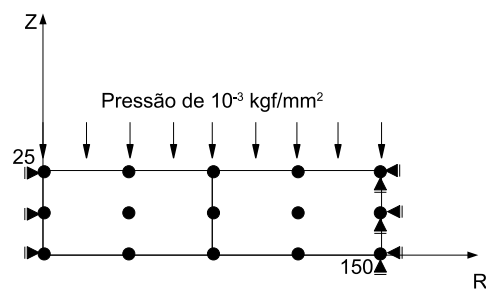


FIG. 4.7: Modelo para o exemplo 3.13 de SOBRINHO (2006)

porém não verificaram a correção da integração da matriz de massa consistente³³. Para tanto optou-se por aplicar um campo gravitacional ao problema do flange, sem que fossem aplicados carregamentos de superfície, cujos resultados foram comparados com os obtidos pelo programa Ansys[®] que utiliza elementos planos de 8 nós (*PLANE82*). As (FIG 4.8) mostram os campos de tensões de Von Mises, obtidos pelo programa próprio e pelo pacote.

A comparação quantitativa dos valores extremos das (FIG 4.8) e qualitativa das formas dos seus campos mostram confluência entre as soluções do pacote comercial e a produzida para o presente trabalho. Desta forma foi julgado que as matrizes de rigidez e de massa estão sendo corretamente montadas e trabalhadas, que os carregamentos, juntamente com as restrições, estão sendo adequadamente aplicados, bem como as rotinas de pós-processamento estão adequadas à manipulação dos resultados.

³³A matriz de massa consistente é aquela que considera os efeitos da massa específica do material, alguns modelos empregam matrizes de massa com parâmetros concentrados no nós ou diagonalizadas.

TAB. 4.2: Resultados para o exemplo 3.13 de SOBRINHO (2006)

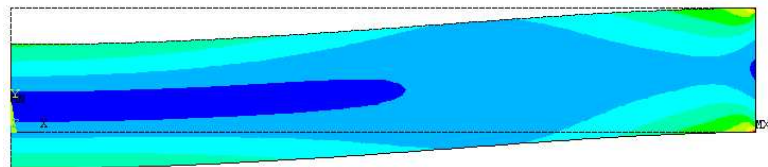
Malha (elem x elem)	Num. nós Q4	Num. nós Q9	Desloc. Axial livro (mm)	Desloc. Axial obtido (mm)	Erro Abs. livro (%)	Erro Abs. obtido (%)
2 x 12	39	125	-8,2955E-04	-9,0257E-04	11,198	3,381
4 x 24	125	441	-8,8317E-04	-9,0495E-04	5,458	3,126
8 x 48	441	1649	-8,9948E-04	-9,0558E-04	3,712	3,058



(a) Obtido pelo programa em Fortran com malha 4x24 elementos Q9

```

NODAL SOLUTION                                ANSYS 10.0A1
STEP=1
SUB =1
TIME=1
SEQV      (AVG)
DMX = .614E-03
SMN = .330E-11
SMX = .025257
    
```



(b) Obtido pelo pacote Ansys® com malha de 20x120 elementos Q8

FIG. 4.8: Tensões de Von Mises para o exemplo 3.13 de SOBRINHO (2006) alterado

4.2 DINÂMICA

Como a correção das matrizes de massa e rigidez, bem como do tensor de carregamento já estavam garantidos, juntamente com a implementação das rotinas de pós-

processamento, faltava somente verificar a correção da implementação do Método de Newmark e do cálculo da matriz de amortecimento, além de verificar a aplicabilidade do modelo ao problema.

Procurou-se na literatura especializada por material que tratasse sobre problemas de carga móvel em tubos axissimétricos, e que fossem o mais fidedignos quanto possível a situação de um disparo de armamento pesado. Porém os trabalhos encontrados ou não forneciam todos os dados necessários à reprodução de seus resultados, este foi o caso de O'BRIEN et al. (1993), por exemplo. Ou tratavam de situações em que havia grande importância em fenômenos não muito pronunciados no caso de tiro de morteiros, como aconteceu com RUZZENE e BAZ (2006), TZENG e HOPKINS (1995) e MIRZAEI et al. (2006). Que por tratarem da instabilidade mecânica, trabalharam com grandes velocidades constantes de deslocamento do carregamento.

Desta forma, optou-se por comparar os resultados da abordagem por elementos sólidos axissimétricos³⁴ implementada com os resultados obtidos pela utilização de elementos de casca axissimétrica em um pacote comercial. Utilizou-se o programa Ansys® com os elementos *SHELL51* e *SHELL208*, obtendo-se resultados muito semelhantes.

4.2.1 CONVERGÊNCIA

A convergência foi verificada pela execução do modelo para diversos refinamentos de malha e incrementos de tempo. Porém foi necessário realizar um certo artifício para que o Ansys® pudesse resolver o mesmo problema que o programa criado em Fortran.

No Ansys® há uma entidade chamada passo de carregamento³⁵ que em nada está relacionado com o passo temporal³⁶. Um passo de carregamento geralmente contém vários passos temporais.

Os passos de carregamento são a forma disponível para que o usuário descreva ao programa o histórico de carregamentos ao qual a estrutura foi submetida. Enquanto os passos temporais são os incrementos de tempo usados na solução do PVI. Há duas configurações possíveis para a transição entre os passos de carregamento, na primeira o carregamento simplesmente passa instantaneamente de uma situação para a outra, seria equivalente a uma função degrau. Na outra forma de transição, a utilizada, o carregamento vai sendo incrementado ou decrementado linearmente ao longo dos passos temporais do passo de carregamento de forma que no último passo temporal do passo de carregamento,

³⁴A representação dos elementos utilizados é plana, porém sua integração é realizada no volume.

³⁵Nome traduzido do original: *Load Step*.

³⁶Nome traduzido do original: *Time Step*.

ele atinge a configuração determinada, este modo se assemelha a uma função rampa.

Esta configuração foi escolhida por poder melhor representar o deslocamento da fronteira de aplicação da pressão. Porém, é importante salientar, que se mais de um elemento é carregado em um único passo de carregamento, todos recebem os incrementos de carga simultaneamente, representando um salto no movimento da fronteira. O problema é agravado pelo fato de a fronteira estar em regime acelerado, de forma que a utilização de passos de carregamento com duração temporal constante acarreta em introdução de vibrações não condizentes com o problema que está sendo modelado.

Desta forma foi necessário providenciar para que os passos de carregamento iniciassem e terminassem nos limites dos elementos. Mas nada disto adiantaria se o elemento escolhido tivesse mais que 2 nós, pois todos os nós do elemento são carregados simultaneamente durante os passos temporais de um passo de carregamento.

Outro cuidado que foi necessário para que o programa Ansys[®] retornasse resultados semelhantes ao obtido pelo programa desenvolvido em Fortran foi selecionar os parâmetros $\alpha = \frac{1}{2}$ e $\delta = \frac{1}{4}$ para o método de Newmark, pois os parâmetros adotados por padrão pelo pacote geram uma atenuação numérica³⁷.

Para o caso com amortecimento não nulo, o mesmo poderia ter sido incluso no pacote comercial pela utilização do comando *DMPRAT*, usado para impor um determinado amortecimento relativo constante. Mas como as constantes α_{Damp} e β_{Damp} da (EQ 3.10) para o cálculo da matriz amortecimento são funções apenas dos amortecimentos relativos e das frequências naturais (EQ 3.12), que não se alteram com a mudança na modelagem (casca ou sólido), utilizaram-se os comandos *ALPHAD* e *BETAD*, que servem para especificar diretamente os coeficientes do amortecimento proporcional de Rayleigh, impondo exatamente o mesmo regime de amortecimento viscoso utilizado no código próprio.

4.2.2 PROBLEMAS PARA VALIDAÇÃO

Como não se encontraram na literatura problemas a serem reproduzidos, a validação foi realizada pela comparação dos resultados de dois modelos para o mesmo problema. Nenhum problema poderia melhor servir para a validação que a realização do próprio caso que se deseja modelar.

Porém, desejou-se, realizar procedimento que possibilitasse verificar possíveis semelhanças com os resultados apresentados nos trabalhos de RUZZENE e BAZ (2006) e

³⁷Resultado semelhante à introdução de uma matriz de amortecimento, mas ocorre mesmo quando a matriz de amortecimento é nula.

TZENG e HOPKINS (1995). De forma que foram executados dois problemas para a validação da dinâmica. O primeiro é uma adaptação do caso apresentado na (SEC 5.1) e o outro é o próprio modelo daquela seção.

4.2.2.1 VALIDAÇÃO INICIAL

Esta abordagem foi adotada por guardar certa semelhança com os que foram empregados por RUZZENE e BAZ (2006) e TZENG e HOPKINS (1995). Desta forma, observadas as diferenças no que se refere ao tipo de carregamento, composição do tubo, regimes³⁸ e condições de contorno, algumas características comuns poderiam ou não ser observadas nos resultados.

A única diferença entre este modelo, utilizado apenas para validação, e o apresentado na (SEC 5.1) é que neste caso as curvas da balística são as apresentadas na (FIG 4.9). É como se a granada tivesse comprimento axial nulo e percorresse todo o comprimento do tubo.

Pela execução dos modelos para o problema de validação proposto, obtiveram-se os resultados apresentados nas figuras de 4.10 a 4.12. Cabe a lembrança de que os pontos que estão sendo estudados nos gráficos se encontram no raio médio do cilindro.

A (FIG 4.10) mostra que, embora o modelo de casca axissimétrica, na forma que foi implementado, apresente maior sensibilidade a fontes geradoras de oscilações espúrias, há uma boa concordância entre os modelos no que se refere aos deslocamentos radiais nos pontos B e C. Enquanto que a (FIG 4.11) demonstra que na direção axial não há uma aproximação tão boa entre as soluções quanto no caso da direção radial. Uma das possíveis causas seria a ordem da solução axial ser diferente entre os modelos, pois o elemento de casca utilizado fornece aproximações lineares para os campos na direção axial, enquanto o modelo por elementos quadriláteros utilizado, apresenta aproximações quadráticas. De qualquer maneira, a ordem de grandeza das soluções é a mesma e as curvas apresentam a mesma forma, inclusive em termos de atitude.

Na comparação da (FIG 4.12(a)) com a (FIG 4.12(b)), verifica-se que, a menos da esperada concentração de tensões que ocorreu na região de aplicação das restrições cinemáticas, os campos de tensões tiveram os mesmos valores máximos. Verificou-se ainda que a geometria da estrutura deformada para ambos modelos foi coincidente.

³⁸Os autores trabalham com os regimes crítico e supercrítico, enquanto o morteiro sempre trabalha no regime subcrítico. Um regime é dito crítico quando a velocidade de deslocamento do carregamento é igual à velocidade de propagação das ondas mecânicas na estrutura.

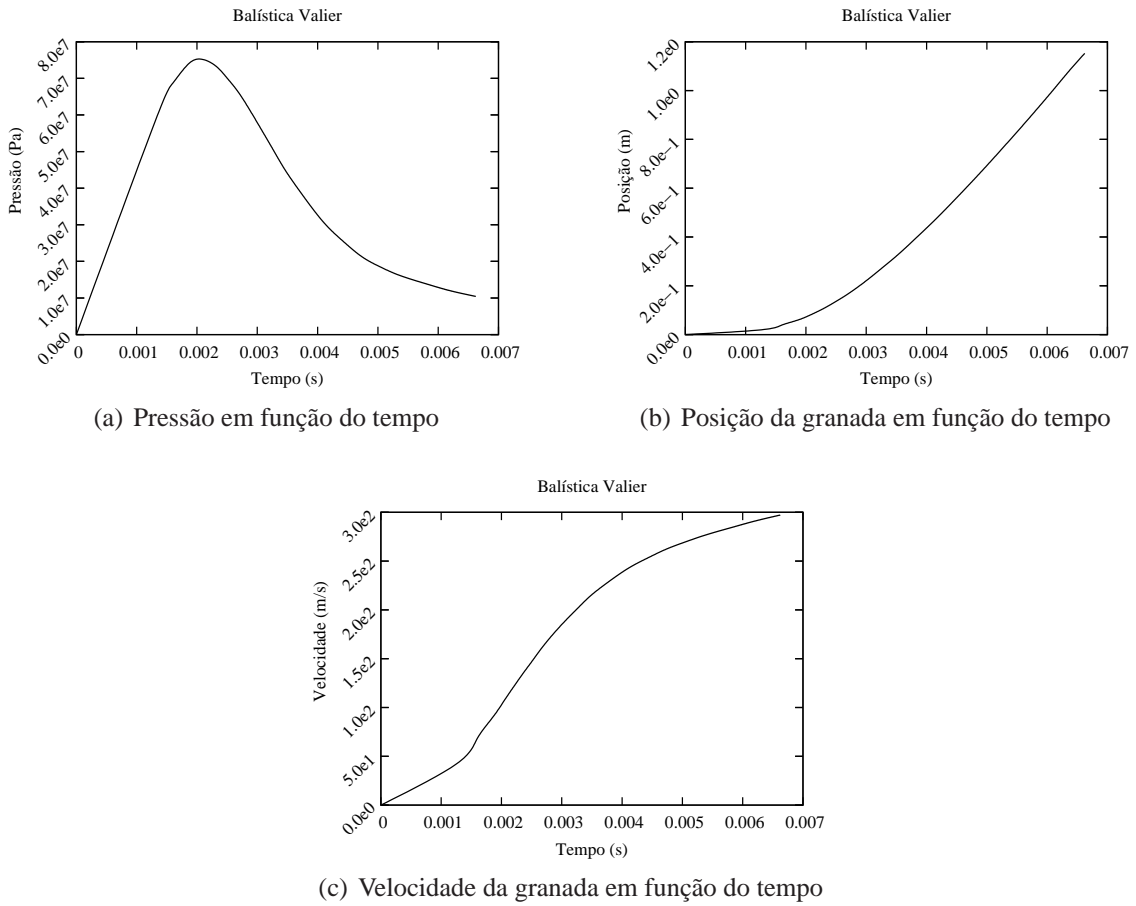


FIG. 4.9: Balística interna alterada para o Mrt Me A Cg 81 mm CTE_x

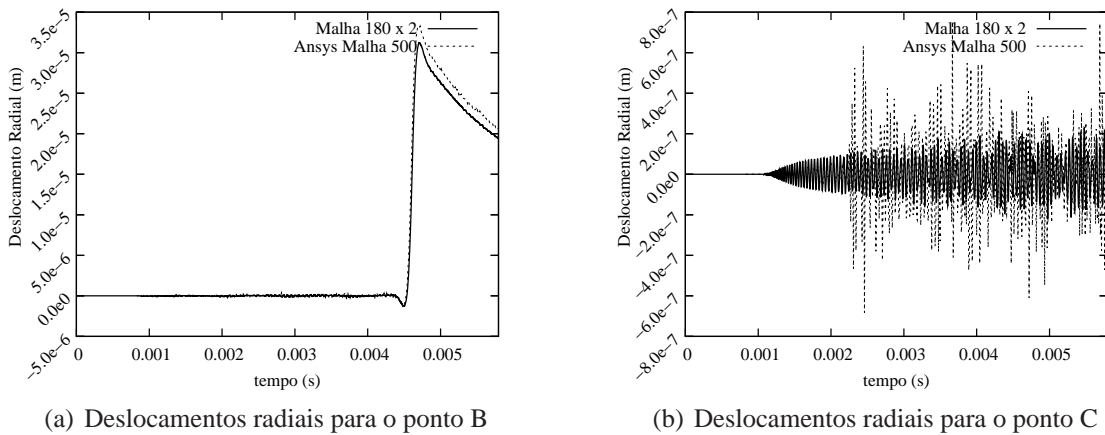


FIG. 4.10: Comparação das soluções obtidas para os deslocamentos radiais dos pontos assinalados na (FIG 2.3)

4.2.2.2 VALIDAÇÃO COMPLEMENTAR

É o próprio modelo da (SEC 5.1), que foi resolvido no Ansys[®], porém mais um cuidado foi necessário para que se obtivessem resultados semelhantes aos apresentados pelo modelo

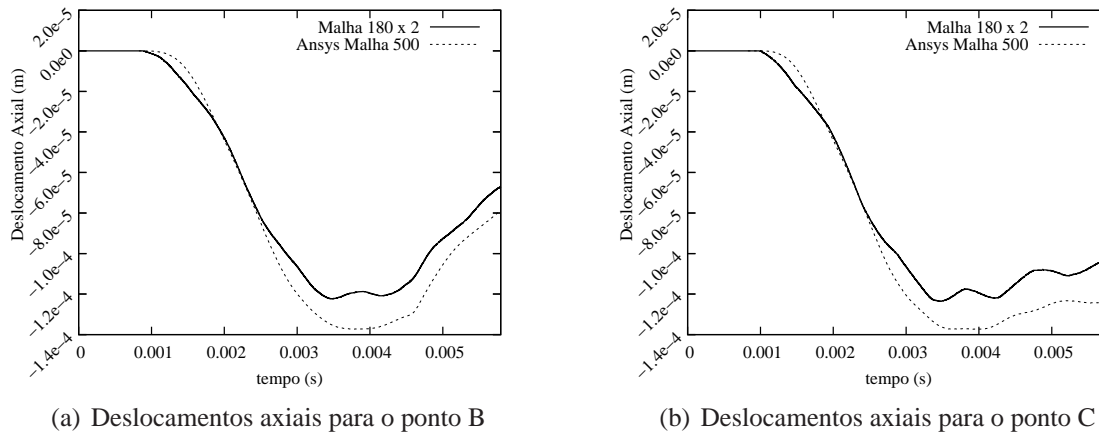


FIG. 4.11: Comparação das soluções obtidas para os deslocamentos axiais dos pontos assinalados na (FIG 2.3) para o problema da validação inicial

de elementos sólidos axissimétricos.

A parede do tubo, que no caso anterior pôde ser representada por um único segmento de reta, teve de ser representada por três segmentos: a primeira inicia na culatra e termina no ponto apresentado em detalhe na (FIG 2.4); a segunda sai deste ponto até o ponto médio do tubo, o ponto *B* da (FIG 2.3); e a última vai do ponto médio do tubo até sua boca, o ponto *C* da (FIG 2.3). Isto foi necessário para garantir que passos de carregamento iniciassem e terminassem nos limites dos elementos e para se garantir que haveria um nó nas posições em que se desejava saber o valor do deslocamento.

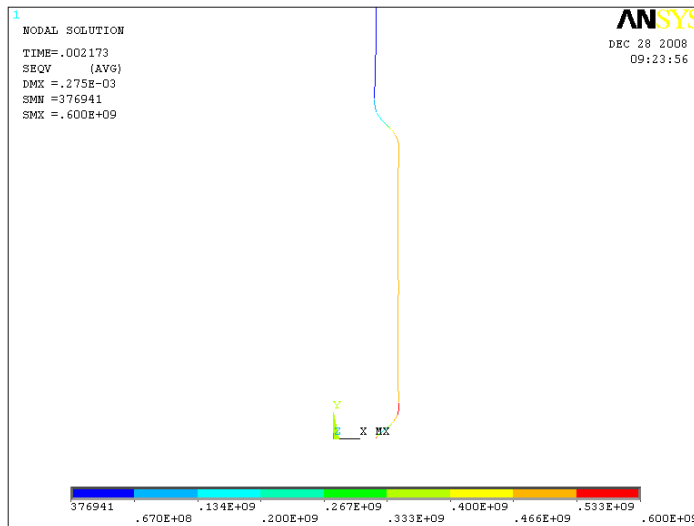
Mas este procedimento requereu um certo cuidado no que se referiu ao tamanho dos elementos em cada uma das malhas, pois para evitar problemas numéricos com a variação abrupta do tamanho dos elementos nas interfaces, criaram-se malhas de forma que seus elementos tivessem comprimentos muito próximos.

Pela execução do modelo sem granada (SEC 2.3), com os dados apresentados na (SEC 5) obtiveram-se os resultados apresentados nas figuras de 4.13 a 4.14.

A observação das (FIG 4.13) e (FIG 4.14) levam as mesmas conclusões que a análise das curvas contidas nas (FIG 4.10) e (FIG 4.11). Porém, neste caso, os deslocamentos são maiores, em valores absolutos, que o caso anterior. Isto se deveu principalmente a maior superfície de ação sobre a qual o carregamento atuou nos regimes de mais alta pressão.

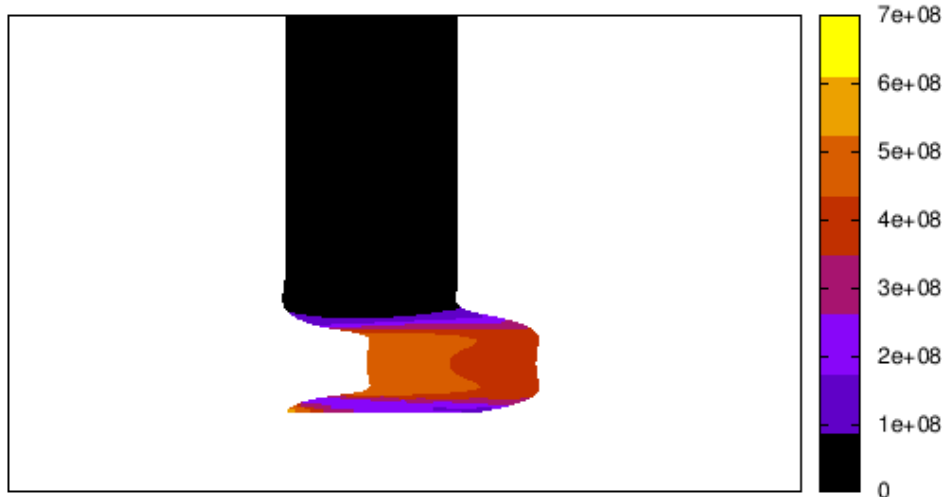
4.2.3 CONSIDERAÇÕES A RESPEITO DA VALIDAÇÃO

Foi possível observar que os resultados obtidos pelos dois modelos não apresentam grandes discrepâncias, que os levassem a conclusões distintas sobre o comportamento dinâmico estrutural do tubo. Foi possível observar que para os pontos estudados, o modelo



(a) Solução obtida com o pacote *Ansys* para uma malha de 500 elementos de casca axissimétrica *SHELL 208*

Tensão Equivalente de Von Mises (Pa)

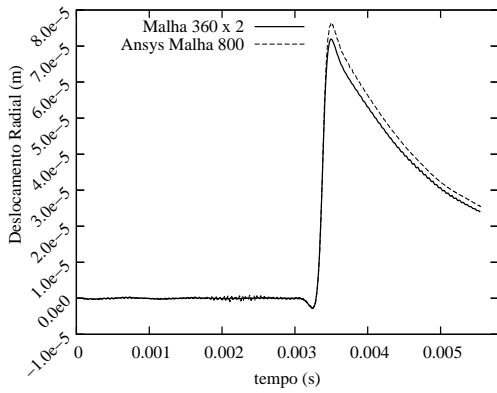


(b) Solução obtida com programa próprio em Fortran com uma malha 360x2 elementos quadriláteros de nove nós

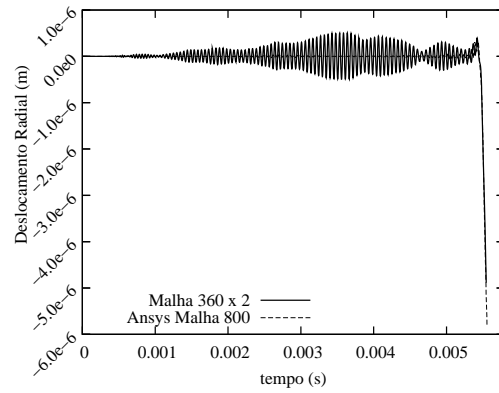
FIG. 4.12: Campos de tensões equivalentes de Von Mises nas proximidades da câmara durante o instante de pressão máxima para o problema da validação inicial

de casca foi mais conservativo, exceto no que se referiu à concentração de tensões no contorno da face posterior do domínio.

Após os testes referentes a aspectos de correção da implementação e da aplicabilidade do modelo, não foram encontrados motivos para reprovar a metodologia adotada e os ferramentais numérico e computacional empregados.

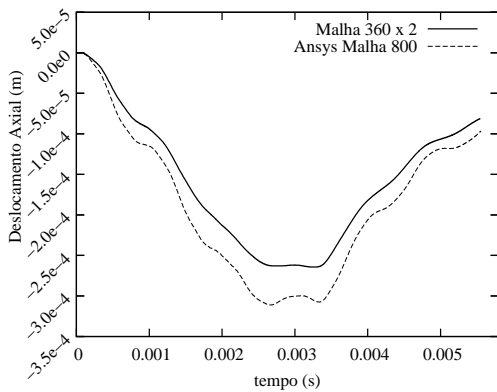


(a) Deslocamentos radiais para o ponto B

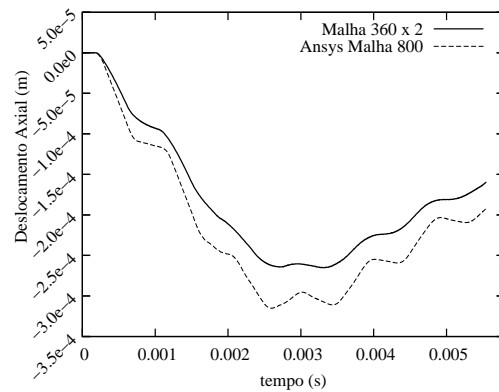


(b) Deslocamentos radiais para o ponto C

FIG. 4.13: Comparação das soluções obtidas para os deslocamentos radiais dos pontos assinalados na (FIG 2.3) para o problema da validação complementar



(a) Deslocamentos axiais para o ponto B



(b) Deslocamentos axiais para o ponto C

FIG. 4.14: Comparação das soluções obtidas para os deslocamentos axiais dos pontos assinalados na (FIG 2.3) para o problema da validação complementar

5. RESULTADOS

Com os dados da geometria (TAB 5.1) e material de fabricação (TAB 5.2) do Mrt Me A Cg 81 mm CTE_x, bem como de sua balística interna (TAB 5.3), realizaram-se as simulações dos modelos descritos nas seções 2.2.1.1 e 2.2.1.2.

TAB. 5.1: Dados geométricos empregados na simulação de um disparo de Mrt Me A Cg 81 mm CTE_x

Cota	Valor	Unidade
Comprimento ¹	1175	<i>mm</i>
Diâmetro Interno ¹	81	<i>mm</i>
Diâmetro Externo ²	94	<i>mm</i>

¹ Valor obtido do desenho de fabricação.

² Diâmetro externo da câmara, obtido do desenho de, sem que se levem em conta as aletas.

TAB. 5.2: Dados do aço ABNT4340 empregados na simulação de um disparo de Mrt Me A Cg 81 mm CTE_x

Propriedade	Valor	Unidade
Módulo de Elasticidade ¹	200	<i>GPa</i>
Coefficiente de Poisson ²	0,29	–
Massa Específica ³	7,86	<i>Mg/m³</i>

¹ página 1210, Tabela E-23, de SHIGLEY e MISCHKE (2001).

² página 16, Tabela 3.1, KUPPANNAGARI (2003).

³ HIBBELER (1997).

Com os dados da (TAB 5.3), por meio do método de Vallier-Heydeneich³⁹ obtiveram-se as curvas da (FIG 5.1).

TAB. 5.3: Dados balísticos empregados na simulação de um disparo de Mrt Me A Cg 81 mm CTE_x

Grandeza	Valor	Unidade
Massa da Granada	4,2396	<i>kg</i>
Massa da carga propelente	130,60	<i>g</i>
Velocidade de boca	298,2	<i>m/s</i>
Pressão máxima	75,28	<i>MPa</i>

* Valores fornecidos pelo CTE_x, obtidos por ensaios experimentais em campo e utilizados para estudos internos àquela instituição.

³⁹Um método semi-empírico para a obtenção das curvas da balística interna, muito usado por Engenheiros Militares e atiradores esportivos para cálculos aproximados.

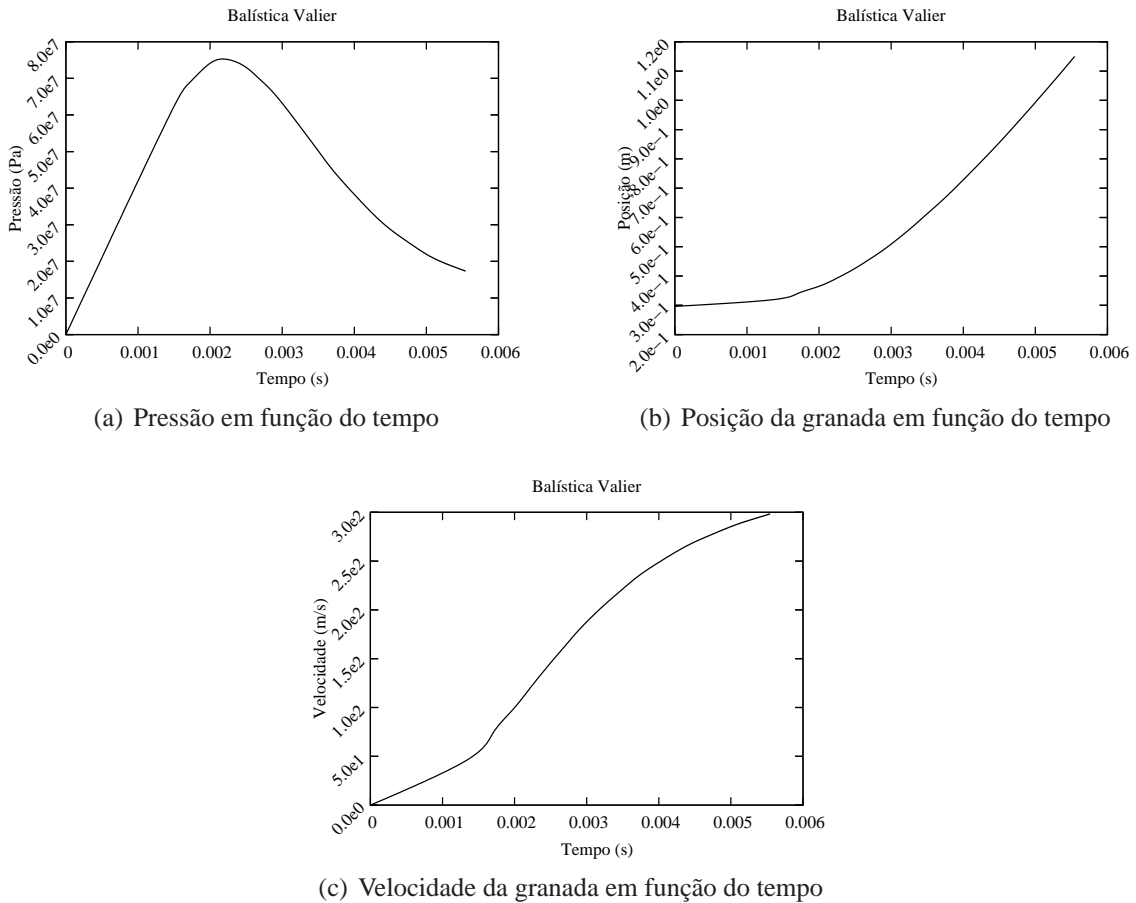


FIG. 5.1: Balística interna do Mrt Me A Cg 81 mm CTE_x

5.1 MODELO SEM GRANADA

Da execução do modelo, obtiveram-se os resultados expressos da (FIG 4.13) até a (FIG 4.14) e as figuras 5.2 e 5.3. Os gráficos de deslocamento radial dos pontos em função do tempo apresentaram comportamentos qualitativamente parecidos com os obtidos por TZENG e HOPKINS (1995), mas este modelo não apresentou comportamento crítico, pois além de a velocidade de boca do morteiro ser pequena, não houve, em termos de carregamento, possibilidade de ocorrência de algo que se assemelhasse a um regime permanente, visto que a fronteira de aplicação da pressão, suposta posição da granada, esteve sempre em regime não-uniformemente acelerado, conforme visualizável na (FIG 5.1(c)). Mesmo para a situação de velocidade máxima de deslocamento do carregamento, quando a granada passa pela boca do tubo, foi observado qualquer sinal de instabilidade dinâmica.

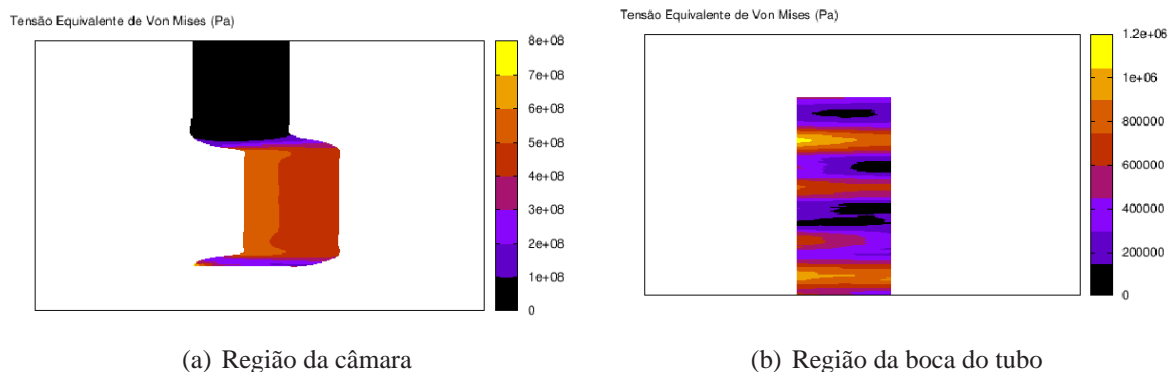


FIG. 5.2: Estado de tensões equivalentes de Von Mises para o modelo sem granada no momento da pressão máxima para o modelo sem granada

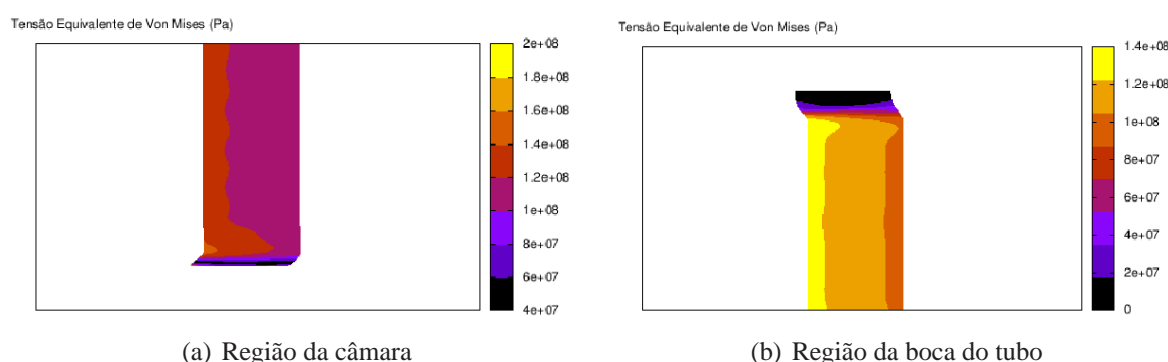


FIG. 5.3: Estado de tensões equivalentes de Von Mises para o modelo sem granada no momento que a granada sai da arma para o modelo sem granada

5.2 MODELO COM GRANADA

5.2.1 ESTIMAÇÃO DO CARREGAMENTO IMPOSTO PELA GRANADA

Foram utilizadas duas funções objetivo diferentes para a estimação da força de atrito entre a granada e a alma do tubo, (EQ 5.1) e (EQ 5.1). Utilizando o método de Runge-Kutta de 4ª ordem para a solução da dinâmica direta do problema representado na (FIG 2.5), obtiveram-se, após os processos ilustrados nas (FIG 5.4), pelo método do enxame de partículas para problemas inversos, os valores de $949,723N$ para a força de atrito usando a 1ª função objetivo e $1,751kN$ para a segunda função objetivo.

Preferiu-se inicialmente a utilização de um método heurístico⁴⁰ para a estimativa do coeficiente de atrito, pois não se sabia a priori quais as formas das funções objetivo. Os métodos determinísticos⁴¹ são rápidos e precisos para funções unimodais diferenciáveis,

⁴⁰Alguns métodos heurísticos também podem ser chamados de estocásticos por trabalharem com parâmetros aleatórios, dentre eles o enxame de partículas, a evolução diferenciada e os algoritmos genéticos.

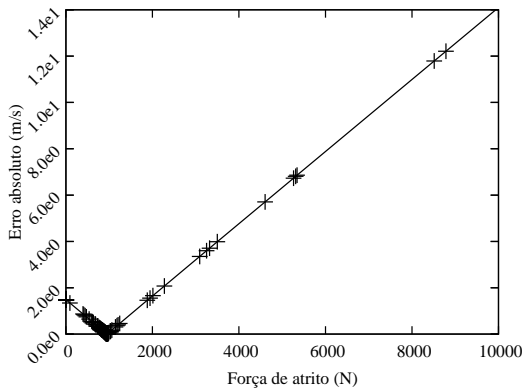
⁴¹Segundo a terminologia empregada por COLAÇO et al. (2006), são métodos com embasamento matemático

pois eles podem convergir para mínimos locais. Outra vantagem dos métodos heurísticos é não necessitarem que a função objetivo seja diferenciável, enquanto os métodos de Newton ou quasi-Newton exigem a existência de pelo menos a derivada 2ª.

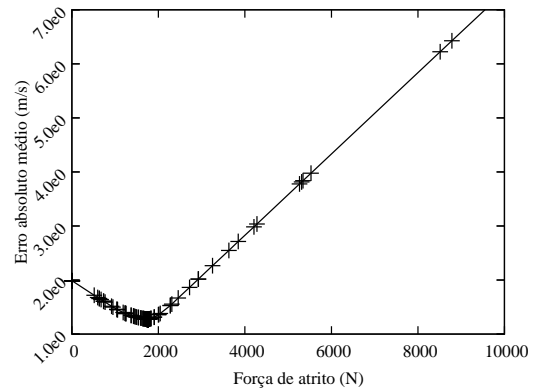
Da forma como o problema foi tratado, um modelo em que houvesse a necessidade de se estimar dois ou mais parâmetros, tal qual o apresentado no (APÊNDICE D.1), poderia ser tratado sem maiores alterações, pois o método de minimização escolhido pode ser usado em problemas multidimensionais.

$$F_{obj} = |V_{boca}^{dinâmica} - V_{boca}^{balística}| \quad (5.1)$$

$$F_{obj} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |V_i^{balística} - V_i^{balística}| \quad (5.2)$$



(a) Iterações para a função objetivo da (EQ 5.1)



(b) Iterações para a função objetivo da (EQ 5.2)

FIG. 5.4: Soluções do problema inverso de determinação da força de atrito

Optou-se por trabalhar com o valor de $1,751kN$, pois além de ser o pior caso, como a função objetivo utilizada leva em conta todo o percurso da granada, sua solução melhor representa o comportamento ao longo do trajeto, embora não seja a opção que melhor reproduza a velocidade da granada ao passar pela boca do tubo. Na implementação esta escolha não afetou de fato a balística interna, pois, mesmo após a aplicação dos esforços dissipativos, utilizaram-se as mesmas curvas de posição em função do tempo obtidas pelo método de Valier-Heidenreich.

O esforço normal foi obtido da equação $Fat = \nu N$, e as tensões cisalhante e normal impostas à alma foram obtidas da equação das tensões de Cauchy: $F_i = \sigma_{ij}S_j$. Por questões

tal como MGC, Newton e BFGS.

de simplicidade optou-se por um perfil uniforme, porém para o comportamento global do tubo, tendo em vista a pequena dimensão do anel de obturação em comparação com a dimensão axial do tubo e o princípio de Saint Venant, TIMOSHENKO (1969), poderia-se até considerar um carregamento concentrado, que somente causaria perturbações no estado de tensões numa região da mesma ordem de grandeza da espessura do tubo, que também é muito diminuta em comparação com suas outras dimensões.

5.2.2 INFLUÊNCIA DAS CONDIÇÕES INICIAIS

Na primeira execução deste modelo, verificou-se o aparecimento de um comportamento oscilatório não presente no modelo anterior. O mesmo foi praticamente eliminado pela imposição de que o sistema partia de uma situação de equilíbrio estático (FIG 5.5).

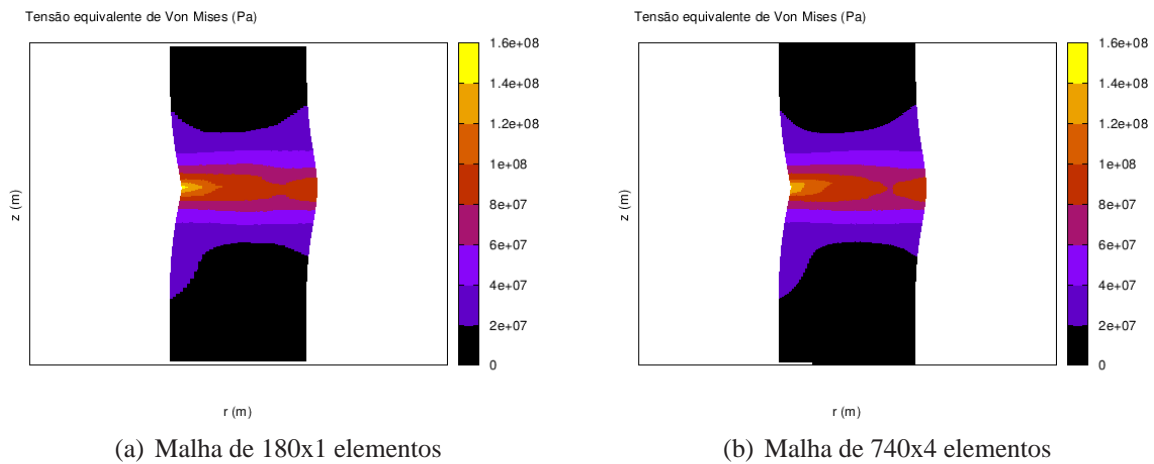


FIG. 5.5: Condição inicial adotada para o modelo com granada

De fato, para este armamento a situação inicial do tiro é um problema muito complexo, pois a granada é abandonada na boca da arma, e percorre sua alma até que sua estopilha se choca com o percutor. De forma que, dependendo do projeto da arma, a carga zero⁴² pode ser acionada enquanto a granada ainda está em regime de queda pela alma. Ou ainda o armamento pode ter dispositivo de percussão que permita que uma munição possa aguardar na câmara até o momento de ser percutida.

Ou seja, há diversos fatores que podem afetar as condições iniciais para a solução do PVI, alguns dos fatores podem inclusive estar relacionados com a cadência de tiro da peça, situação em que o tubo pode ainda estar reverberando quando do início de outro ciclo de funcionamento. Desta forma, decidiu-se por adotar uma condição inicial que facilitasse

⁴²Carga de propelente que além de contribuir com a geração de gases propelentes, ainda é responsável por iniciá-lo.

futuras comparações com outros trabalhos e que não fosse por demais particularizada.

5.2.3 ESTUDO DO CASO

A (FIG 5.6) e a (FIG 5.7) mostram que, embora uma malha com poucos elementos seja suficiente para obter boas soluções na direção radial, para este caso, as soluções na direção axial demandam malhas mais refinadas.

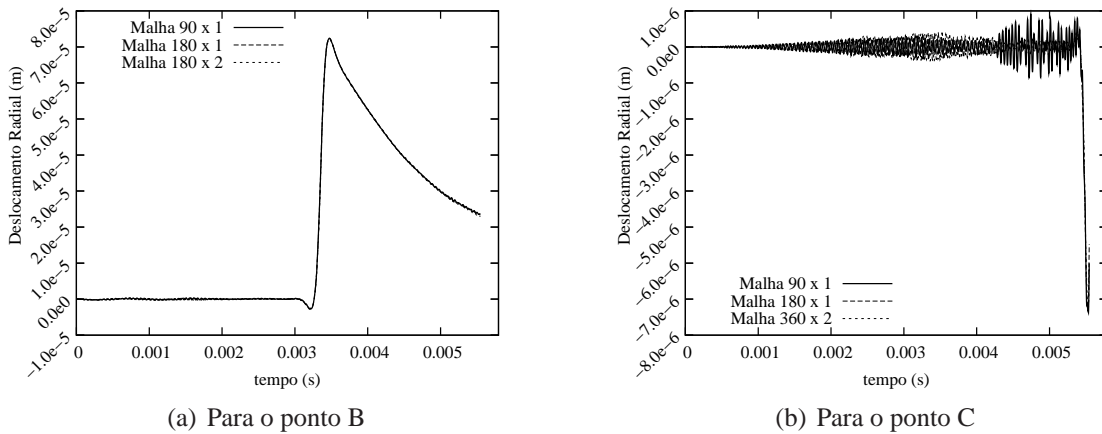


FIG. 5.6: Comparação das soluções do modelo com granada obtidas para os deslocamentos radiais dos pontos assinalados na (FIG 2.3) para diferentes malhas para o modelo com granada

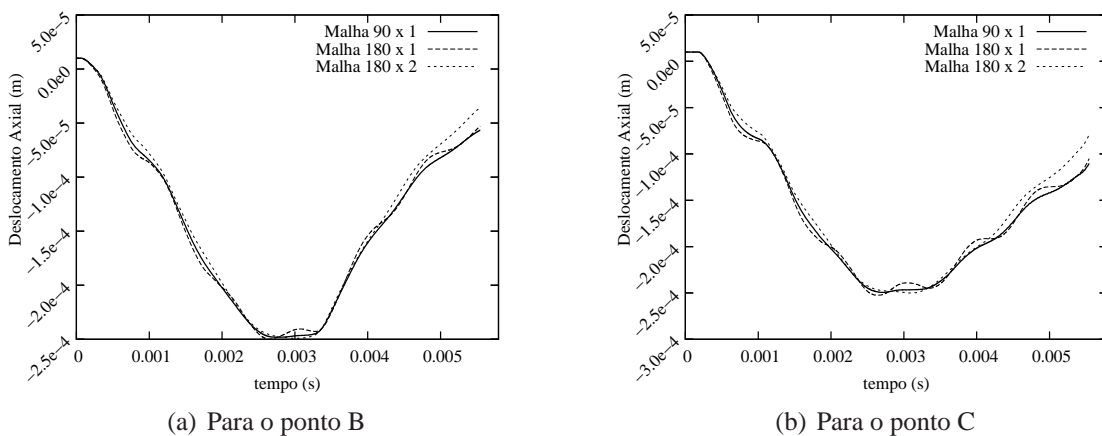


FIG. 5.7: Comparação das soluções do modelo com granada obtidas para os deslocamentos axiais dos pontos assinalados na (FIG 2.3) para diferentes malhas para o modelo com granada

A (FIG 5.8) apresenta os estados de tensões para o instante de pressão máxima, enquanto a (FIG 5.9) apresenta para o instante em que a granada abandona a alma do tubo.

Para auxiliar na avaliação do grau de importância do carregamento imposto pelo anel de vedação à alma, construíram-se os gráficos das (FIG 5.10) e (FIG 5.11).

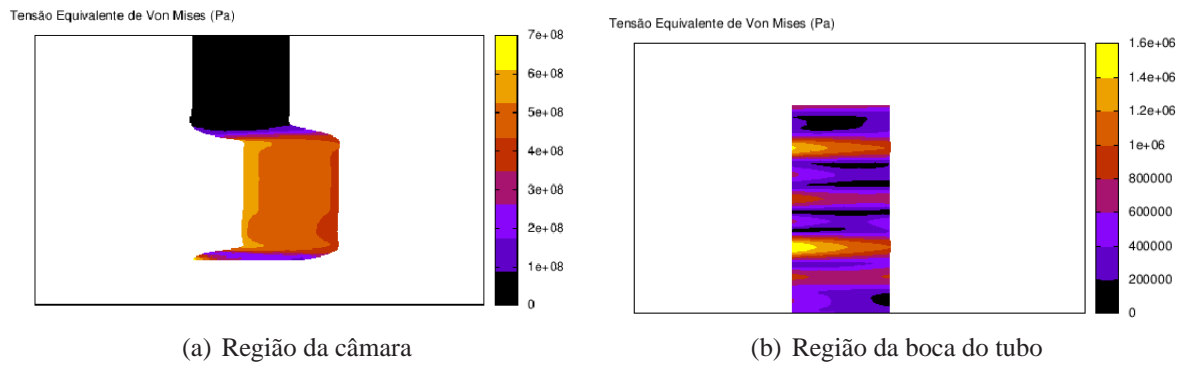


FIG. 5.8: Estado de tensões equivalentes de Von Mises para o modelo com granada no momento da pressão máxima para o modelo com granada

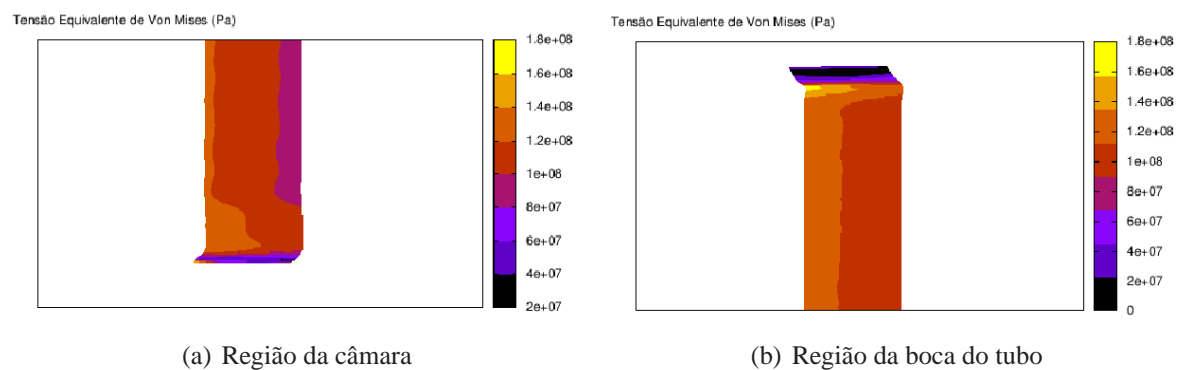


FIG. 5.9: Estado de tensões equivalentes de Von Mises para o modelo com granada no momento que a granada sai da arma para o modelo com granada

5.3 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Para a modelagem adotada, não se observaram grandes alterações em se considerar ou não a interação da granada a alma do tubo. Isto é evidenciado pela comparação da (FIG 5.8) com a (FIG 5.2), pois não houve alteração significativa dos estados de tensões (FIG 5.2) e (FIG 5.8) ou de deslocamentos (FIG 5.10) e (FIG 5.11).

A análise da (FIG 5.8) juntamente com a (FIG 5.9), nos leva a conclusão de que o limite de escoamento do material, $1200MPa$ ⁴³, não é alcançado em qualquer das regiões do tubo, ou seja, a limitação de que o coeficiente de segurança tem de ser maior que a unidade foi preservada. Os gráficos apresentados ainda indicaram que, para este armamento, excluindo-se os efeitos devidos à interação da granada com o tubo, que devem ser melhor estudados, os efeitos dinâmicos não são de grande relevância ao comportamento estrutural da arma.

Pela observação da (FIG 4.12) verificou-se que não houve, para o caso do tubo cilíndrico

⁴³Dado extraído de CALLISTER JR. (2000) para um aço SAE 4340 temperado e revenido.

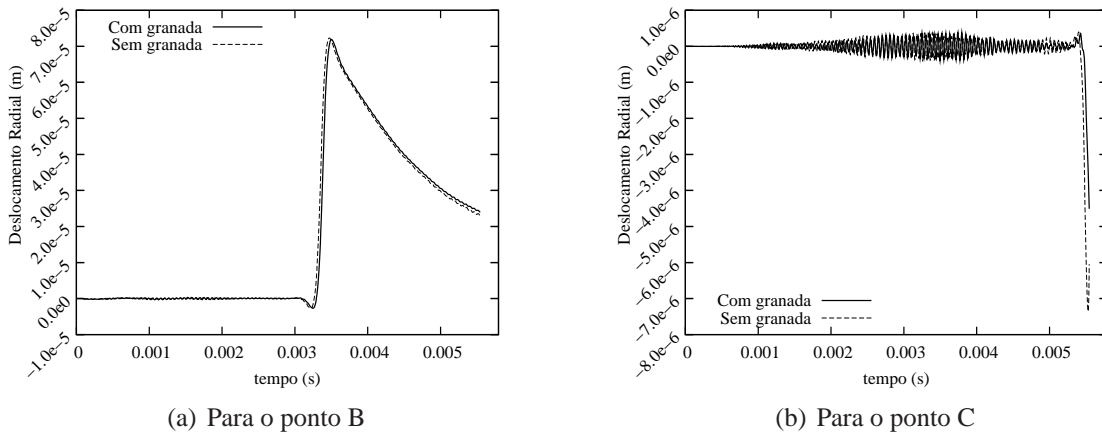


FIG. 5.10: Comparação das soluções dos modelos para os deslocamentos radiais dos pontos assinalados na (FIG 2.3)

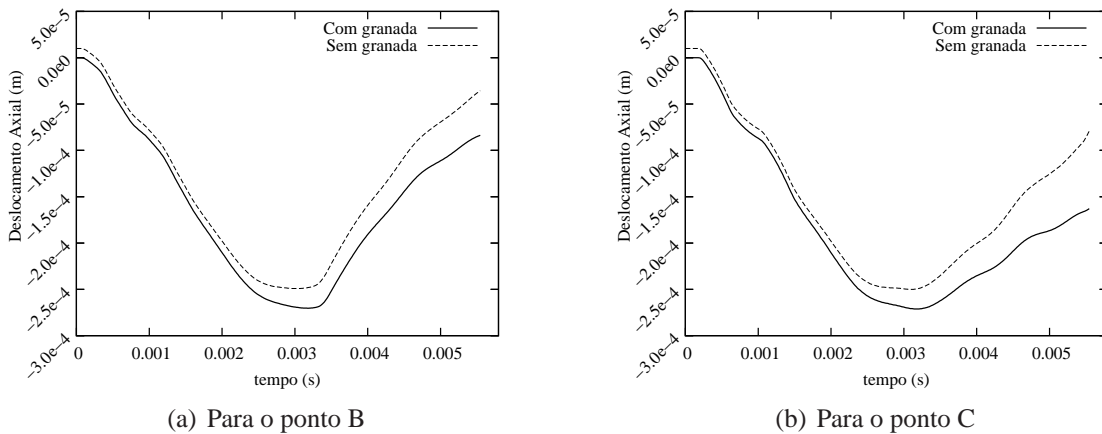


FIG. 5.11: Comparação das soluções dos modelos para os deslocamentos axiais dos pontos assinalados na (FIG 2.3)

de seção uniforme, e sem levar em consideração os efeitos da granada, vantagem expressiva no uso de elementos sólidos axissimétricos em relação à utilização do elemento estrutural de casca axissimétrica. Porém a comparação da (FIG 5.2) com a (FIG 5.8) verificou o fato de que a tensão axial reduz a tensão efetiva sobre o tubo (AMCP706-252, 1964, p. 40).

As velocidades de movimento da carga móvel apresentados por RUZZENE e BAZ (2006) e por TZENG e HOPKINS (1995), suficientes para o maior pronunciamento dos efeitos dinâmicos e da instabilidade dinâmica, por eles tratada como um estado oscilatório amplificado, são encontradas em armamentos anti-aéreos, como o Can Gem 35 Au AAe Oerlikon, e em munições anti-carro FSAPDS, conhecidas como munição flecha. Uma outra forma de instabilidade estrutural dinâmica está relacionada com a cadência de tiro, mas somente se manifesta em armas automáticas, como as metralhadoras e canhões anti-aéreos.

6. CONCLUSÕES E SUGESTÕES

Os resultados numéricos confirmaram algumas das expectativas teóricas, tal como a redução do carregamento efetivo máximo na abordagem que levou em consideração os esforços axiais. Verificou-se que, para o caso do cilindro de secção uniforme, isotrópico e homogêneo, as tensões e os deslocamentos máximos no tubo aumentam com o aumento do tamanho da câmara para tiros com uma mesma velocidade de boca. E que o problema do tiro do Mrt Me A Cg 81 mm pode ser tratado tanto por uma abordagem com elementos estruturais⁴⁴, como pelo emprego de elemento sólido.

Com o modelo balístico empregado, que não relacionou a dinâmica axial da granada com sua interação com a alma do tubo, e com o modelo de contato utilizado, que foi baseado num esforço médio ao longo de todo o percurso da granada, não se perceberam diferenças significativas em se considerar ou não o movimento da granada ao longo do tubo. Porém tal fato não é conclusivo para descartar a importância de tal evento, que ainda pode vir a ser evidenciada em trabalho futuro que leve em consideração aspectos desconsiderados neste trabalho, tal como a dinâmica transversal da granada.

Neste trabalho, até pelas características da arma em questão, não se observaram comportamentos como instabilidade dinâmica⁴⁵, ou oscilações demasiadas. Contudo, exatamente pela simplicidade do problema abordado, puderam ser consolidadas as ferramentas para que seja realizado um estudo mais aprofundado sobre o tiro do armamento pesado. Ou para que se execute um caso com a geometria real do Mrt Me A Cg 81 mm CTEx.

6.1 SUGESTÕES PARA A CONTINUIDADE DO TRABALHO

Sugerem-se para a continuação do trabalho as seguintes linhas de ação:

- a) Implementar um modelo balístico baseado na equação de estado, uma lei de queima para os propelentes, a 1ª lei da Termodinâmica e a 2ª lei de Newton, tal qual OLIVIERI (2006), resolver de forma acoplada à balística interna os carregamentos que a granada transmite à alma do tubo através da formulação encontrada no

⁴⁴BATHE (1982) trata por elementos estruturais os elementos baseados planos médios, linhas neutras, seções transversais e demais elementos tais como vigas, placas, cascas e tubos.

⁴⁵TZENG e HOPKINS (1995) e RUZZENE e BAZ (2006) tratam a amplificação das oscilações provocada por cargas que se deslocam à velocidades superiores à da velocidade de propagação das ondas mecânicas no meio sólido como sendo instabilidade dinâmica.

- (APÊNDICE D.1) e aplicar os resultados como carregamentos no modelo como realizado na (SEC 2.2.1.2);
- b) Por meio da análise harmônica⁴⁶ (APÊNDICE D.2), incluir na modelagem os efeitos não axissimétricos devidos a dinâmica transversal da granada bem como seu desbalanceamento, resolvendo o problema de contato entre o anel de vedação e a alma pela forma apresentada no (APÊNDICE D.3);
 - c) Por meio de uma abordagem como a de CHEN e LIU (2008), estimar a distribuição de temperaturas ao longo do tubo, e utilizá-las para adicionar ao modelo os carregamentos térmicos, assim como realizado para o regime permanente por (BUCHANAN, 1995, p. 160);
 - d) Instrumentar um ou mais tubos de moinho de alma lisa com extensômetros⁴⁷, executar uma série de disparos, e reproduzir numericamente o experimento; e
 - e) Com um modelo comprovado, ou seja, que reproduza satisfatoriamente os comportamentos observáveis experimentalmente. Criar uma função objetivo, dependente das coordenadas nodais, alguns comprimentos característicos, ou até de propriedades dos materiais, a ser otimizada por algum método de minimização⁴⁸ de campos escalares⁴⁹, transformando, assim, o procedimento aqui trabalhado em parte de uma ferramenta para projetos que visem melhoria de alcance, agrupamento de impactos ou a simples redução de peso do armamento, tal qual foi o caso de KUPPANNAGARI (2003).

⁴⁶Não confundir com análise modal, que se refere aos modos de vibrar da estrutura.

⁴⁷Também conhecidos como *Strain Gages*.

⁴⁸Dar preferência à implementação de métodos heurísticos como o enxame de partículas, pois, além de facilitar o processamento paralelo, segundo OMKAR et al. (2008), tal escolha possibilitará a abordagem de problemas envolvendo materiais compostos, que resultam em funções objetivo multimodais. Métodos híbridos, como o introduzido por COLAÇO e DULIKRAVICH (2006) também são incentivados, pois combinam as vantagens de cada um dos tipos de métodos.

⁴⁹Funções que tem domínio em um espaço multidimensional, mas que tem contradomínio em um espaço escalar ou unidimensional.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AMCP706-252. *Gun Tubes*. United States Army Materiel Command, Fevereiro 1964.
- BASSI, A. B., ANDRADE, B. L. B. e SILVA, F. R. **Análise inicial da dinâmica do tiro de um morteiro de alma lisa**. V Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, agosto 2008.
- BATHE, K. J. *Finite Element Procedures*. Prentice Hall, Massachusetts Institute of Technology, 1982. ISBN 0-13-301458-4.
- BUCHANAN, G. R. *Finite element analysis*. McGrall-Hill, Tenesse Technological University, 1995. ISBN 0-07-008714-8.
- CALHAÇO, N. **Uma visão sobre o papel da artilharia nos novos ambientes operacionais**, howpublished = Revista de Artilharia on-line, Abr a Jun 2006. URL www.revista-artilharia.pt/96802.htm. Capturado dia 21/11/2007.
- CALLISTER JR., W. D. *Materiais Science and Engineering: an Introduction*. John Willey & Sons, University of Utah, 5 edition, 2000. ISBN 0-471-32013-7.
- CASIMIR, J. B., NGUYEN, M. C. e TAWFIQ, I. **Thick shells of revolution: Derivation of the dynamic stiffness matrix of continuous elements and application to a tested cylinder**. Computers & Structures, 85, Issues 23-24:1845–1857, April 2007. ISSN 0045-7949. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/B6V28-4NKB1PV-3/2/374fd82c4a4adf5814cc04f7a799481c>.
- CCOMSEX. **Morteiros do Exército Brasileiro**, 2007. URL <http://www.exercito.gov.br/01inst/armtmuni/morteiro.htm>. Capturado dia 10/12/2007.
- CHEN, T.-C. e LIU, C.-C. **Inverse estimation of time-varied heat flux and temperature on 2-D gun barrel using input estimation method with finite-element scheme**. Defense Science Journal, 58, Número 1:57–76, Janeiro 2008. ISSN 0011-478x.
- COLAÇO, M. J. e DULIKRAVICH, G. S. **A multilevel hybrid optimization of magnetohydrodynamic problems in double-diffusive fluid flow**. Journal of Physics and Chemistry of Solids, 67:1965–1972, 2006. ISSN 0022-3697.
- COLAÇO, M. J., ORLANDE, H. R. B. e DULIKRAVICH, G. S. **Inverse and Optimization Problems in Heat Transfer**. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, 28, n. 1:1–24, 2006. ISSN 1678-5878. URL http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1678-58782006000100001&lng=en&nrm=iso.
- FINLAYSON, D. F. **The forces of constraint on a projectile in a rifled gun bore (part 1)**. Technical Report ARCCB-TR-88004, US Army Armament Research Development and engineering Center - ARDEC, January 1988.

- HIBBELER, R. C. ***Resistência dos Materiais***. LTC, 3 edition, 1997. ISBN 85-216-1228-1. Traduzido para o português por Silva, F. R.
- KANDGE, G. M. **Influence of Mode Dependent Rayleigh Damping on Transient Stress Response**. dissertação de mestrado, Blekinge Institute of Technology, Karlskrona, Suécia, 2007. URL <http://www.bth.se/fou/cuppsats.nsf/04c233cb0d90bad0c1256cec00325988/7d993b350313e293c125727600509532!OpenDocument>.
- KUPPANNAGARI, S. N. **Structural analysis and design of lightweight composite mortar barrel**. dissertação de mestrado, FAMU-FSU College of Engineering, Florida State University, Summer semester 2003. URL http://etd.lib.fsu.edu/theses/submitted/etd-09172003-225551/unrestricted/sasi_thesis.pdf.
- LIDE, D. R. ***CRC handbook of chemistry and physics : A ready-reference book of chemical and physical data***. CRC Press, 80 edition, 1999. ISBN 0-8493-0480-6.
- MIRZAEI, M., BIGLARI, H. e SALAVATIAN, M. **Analytical and numerical modeling of the transient elasto-dynamic response of a cylindrical tube to internal gaseous detonation**. Pressure Vessels and Piping, 83:531–539, 2006. ISSN 0308-0161.
- O'BRIEN, T. E., NEESE, J. A., RINALDI, C. S. e CORRIGAN, D. J. **Structural analysis and fatigue test of the Ranger Anti-armor/ Anti-personnel Weapon System (RAAWS)**. Technical Report ARCCB-TR-93043, US Army Armament Research Development and engineering Center - ARDEC, December 1993.
- OLIVIERI, R. H. **Abordagem de problemas inversos para a estimativa de parâmetros da balística interna de morteiros**. Dissertação de mestrado, Instituto Militar de Engenharia, 2006.
- OMKAR, S. N., MODIGERE, D., NAIK, N. e GOPALAKRISHNAN, S. **Vector evaluated particle swarm optimization (VEPSO) for multi-objective design optimization of composite structures**. Computers & structures, 86:1–14, 2008. ISSN 0045-7949.
- RUGGIERO, M. A. G. e LOPES, V. L. R. ***Cálculo Numérico: aspectos teóricos e computacionais***. Makron Books, Unicamp- Universidade de Campinas, 2 edition, 1996. ISBN 85-346-0204-2.
- RUZZENE, M. e BAZ, A. **Dynamic stability of periodic shells with moving loads**. Journal of Sound and Vibration, Volume 296, Issues 4-5:830–844, Outubro 2006. ISSN 0022-460X. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/B6WM3-4JXPS8T-1/2/4e9f3325ca12dd906af8b3553234da73>.
- SEGERLIND, L. J. ***Applied Finite Element Analysis***. John Willey & Sons, 2 edition, 1984. ISBN 0-4771-80662-5.
- SHIGLEY, J. E. e MISCHKE, C. R. ***Mechanical Engineering Design***. Mc Graw Hill, University of Michigan and Iowa State University, 6 edition, 2001. ISBN 0-07-365939-8.
- SOBRINHO, A. S. C. ***Introdução ao Método dos Elementos Finitos***. Ciência Moderna, 2006. ISBN 85-7393-512-X.

TAUCHERT, T. R. *Energy Principles in Structural Mechanics*. McGraw Hill Kogakusha, University of Kentucky, international students edition, 1974. ISBN 978-0070629257. ISBN of a similar version.

TIMOSHENKO, S. *Teoria da elasticidade*. Guanabara Dois, 3 edition, 1969.

TM9-3305-1. *Principles of Artillery Weapons*. Department of the Army Technical Manual, Novembro 1956.

TRACY, T. J. **Artilharia de Campanha na Encruzilhada da Transformação**. Military Review, 4^o trimestre:11, 2004. URL <http://usacac.army.mil/CAC/milreview/portuguese/4thQtr04/tracy.pdf>. Capturado dia 21.11.2007.

TZENG, J. T. e HOPKINS, D. A. **Dynamic response of composite gun tubes subjected to a moving internal pressure**. Technical Report ARL-TR-889, Army Research Laboratory - US Army, October 1995.

Apêndices

A. ASPECTOS COMPUTACIONAIS

Foi realizada a opção pela geração do próprio código à utilização de um pacote comercial, pois esta conduta possibilitou um maior controle sobre como o modelo é numericamente tratado e a liberdade na escolha das ferramentas teóricas empregadas. A escolha do uso da linguagem Fortran, deveu-se ao fato de a manipulação de matrizes ser muito facilitada pelos padrões Fortran 95 e Fortran 2003, além de, já terem sido desenvolvidas nesta linguagem algumas das ferramentas que foram utilizadas durante o trabalho.

Utilizou-se o compilador Ifort[®] juntamente com a biblioteca MKL[®] (BLAS95 e LAPACK95), tudo da Intel[®] e gratuitos para fins não comerciais, em uma plataforma Linux/Ubuntu 8.04. O computador foi um Pentium IV HT[®] com 1 GB de memória RAM e 60GB de disco rígido, sendo 2GB utilizados pela memória *swap*.

A implementação do esquema de elementos finitos se baseou bastante na forma apresentada por SOBRINHO (2006), principalmente no que se refere ao uso da programação orientada a objetos. Porém como o código foi desenvolvido em Fortran 95, e o mesmo não suporta totalmente o conceito de objeto, foram necessárias adaptações, que foram compensadas pela facilidade na manipulação de matrizes e vetores desta linguagem.

Escolheu-se trabalhar com elementos quadriláteros pois este tipo de elemento gera uma lei de formação bem simples em malhas formadas por Interpolação Transfinita, método de geração de malhas implementado no código. Que, por questões de simplicidade e velocidade de processamento, foi suavizada pelo método de Laplace, tendo como critério de convergência a máxima distorção encontrada nos elementos (APÊNDICE C).

A escolha pelos quadriláteros de 9 nós partiu do fato de representarem interpolações quadráticas para os campos (EQ 3.6), que são melhores aproximações que as interpolações lineares para os campos de tensões e deformações de problemas axissimétricos. Para o caso estático de um cilindro de comprimento infinito sujeito à uma pressão uniforme em sua superfície interna (SEC 4.1.1), a solução analítica para o campo de deslocamentos é a combinação de um termo linear com um termo recíproco⁵⁰, enquanto as soluções analíticas para os campos de tensões e de deformações são combinações de um termo na forma $\frac{A}{r^2}$ com um termo constante (EQ 4.1). Desta forma a escolha tomada foi melhor que os elementos quadriláteros de 4 nós, que representam interpolações lineares dos campos.

⁵⁰A função $f(x) = \frac{1}{x}$ é conhecida como função recíproca.

Especial atenção teve de ser dada à ordem de integração, que foi procedida por quadratura de Gauss-Legendre. Pois como o raio está presente nas integrais da (EQ 3.7), a utilização de funções de interpolação do segundo grau, resultou em integrandos do quarto grau, obrigando a utilização de 3 x 3 pontos de Gauss.

Embora causando desempenho um pouco mais lento: elementos, nós e materiais estão armazenados em variáveis dinâmicas, alocadas na memória *heap*⁵¹, pois tal prática permite uma melhor gestão da utilização de memória, e evita problemas com a limitação do tamanho da pilha⁵². Isto também permitiu que os nós fossem lidos ou alterados por rotinas no módulo dos elementos e os elementos em rotinas no módulo das malhas sem que fosse preciso criar cópias dos mesmos.

Esta estrutura de objetos proporcionou a criação de matrizes de nós e de elementos, de forma que a lei de formação da malha se tornou extremamente simples (FIG A.1). Isto simplificou sobremaneira os algoritmos de construção e suavização da mesma, bem como os algoritmos automáticos de aplicação de condições de contorno.

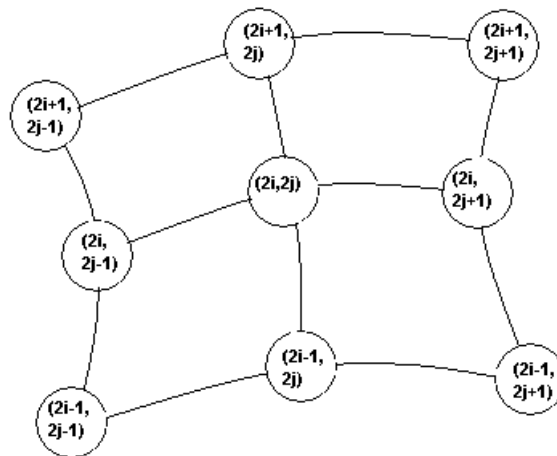


FIG. A.1: Lei de formação da malha, incidência do elemento $(2i, 2j)$

As condições de contorno naturais⁵³ concentradas foram aplicadas através de cargas equivalentes concentradas nos nós do elemento (SOBRINHO, 2006, p. 97). Já as cargas distribuídas foram aplicadas pelo cálculo numérico por quadratura gaussiana do último termo da (EQ 3.8).

Para a solução da dinâmica, as matrizes simétricas foram armazenadas de forma compacta. Isto é, guardaram-se os vetores que continham os elementos do triângulo superior

⁵¹Região da memória destinada a alocação dinâmica, listas encadeadas e árvores.

⁵²Região da memória destinada ao estado atual da CPU, variáveis locais e endereço de retorno das chamadas de função.

⁵³Condições de contorno relativas às derivadas dos graus de liberdade.

coluna a coluna. E os sistemas lineares foram resolvidos com a fatoração de Cholesky (RUGGIERO e LOPES, 1996, p. 147). Como utilizou-se um passo de tempo constante, uma mesma matriz rigidez efetiva fatorada pôde ser utilizada ao longo de toda a simulação. De forma que a solução dos sistemas lineares, em cada passo de tempo, consistiu apenas em um processo de substituição direta e um de retro-substituição.

B. O SISTEMA DE COORDENADAS NATURAIS

Para que as integrais da (EQ 3.8) possam ser facilmente computadas por algum processo de quadratura, é necessário que os limites de integração estejam limitados no intervalo $[-1; 1]$. Para tanto é necessário realizar uma transformação de coordenadas (FIG B.1), de forma que a geometria seja interpolada por funções de forma⁵⁴. No caso dos elementos finitos isoparamétricos, estas funções são as próprias funções de aproximação utilizadas para os campos (EQ 3.6).

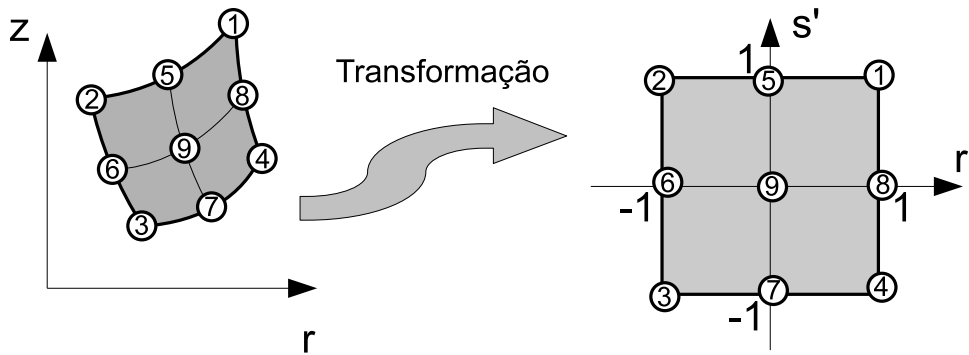


FIG. B.1: Transformação de coordenadas globais para naturais

$$\begin{bmatrix} r^e(r', s') \\ z^e(r', s') \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^9 \left\{ \begin{bmatrix} H_i(r', s') & 0 \\ 0 & H_i(r', s') \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_i^e \\ z_i^e \end{bmatrix} \right\} \quad (\text{B.1})$$

As funções de forma são os polinômios de Lagrange numa interpolação bi-dimensional, sendo facilmente observável que $H_i = 1$ sobre i -ésimo nó, e nulo sobre as linhas que contém os demais nós. E que $\sum_{i=1}^9 H_i(r', s') = 1 \quad \forall r', s' \in [-1 : 1]$.

Mesmo depois de obter r e z em função de r' e s' (EQ B.2), ainda é necessário escrever dr e dz em termos de dr' e dz' , pois \tilde{B} e $dV = r dr d\theta dz$ estão escritos em termos de dr e dz na (EQ 3.8). Por meio da regra da cadeia obtemos as (EQ B.3).

$$\begin{aligned} r^e &= f_1(r', s') \\ z^e &= f_2(r', s') \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

⁵⁴Também conhecidas como funções de interpolação.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial r'} &= \frac{\partial}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial r'} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial r'} \\
\frac{\partial}{\partial s'} &= \frac{\partial}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial s'} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial s'}
\end{aligned}
\tag{B.3}$$

As (EQ B.3) podem ser arranjadas na (EQ B.4), que resulta na (EQ B.5).

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial r'} \\ \frac{\partial}{\partial s'} \end{bmatrix} = \widetilde{\left[\frac{\partial}{\partial r' s'} \right]} \begin{bmatrix} \frac{\partial r}{\partial r'} & \frac{\partial z}{\partial r'} \\ \frac{\partial r}{\partial s'} & \frac{\partial z}{\partial s'} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial r} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{bmatrix} = \widetilde{\mathcal{J}} \widetilde{\left[\frac{\partial}{\partial r z} \right]}
\tag{B.4}$$

$$\widetilde{\left[\frac{\partial}{\partial r z} \right]} = \widetilde{\mathcal{J}}^{-1} \widetilde{\left[\frac{\partial}{\partial r' s'} \right]}
\tag{B.5}$$

De forma análoga, obtém-se que $dV = \det(\widetilde{\mathcal{J}}) r \, dr' \, d\theta \, ds'$.

C. GERAÇÃO DA MALHA

C.1 INTERPOLAÇÃO TRANSFINITA

É um método utilizado na construção de malhas estruturadas, e se baseia num mapeamento (FIG C.1) semelhante ao realizado para a integração dos elementos em coordenadas naturais (APÊNDICE B). Para o caso de malhas planas, o processo se inicia pela determinação de quatro curvas que definam o contorno do domínio a ser discretizado (EQ C.1), em que $0 \leq t = s \leq 1$ se i é ímpar, e $0 \leq t = r \leq 1$ se i é par. Depois é realizada uma interpolação por polinômios de Lagrange do 1º grau para as funções paramétricas no domínio $r's'$, tendo o cuidado de subtrair os pontos \vec{r}_{ij} , pois os mesmos pertencem às funções $\vec{f}_i(r')$ e $\vec{f}_j(s')$ simultaneamente (EQ C.2).

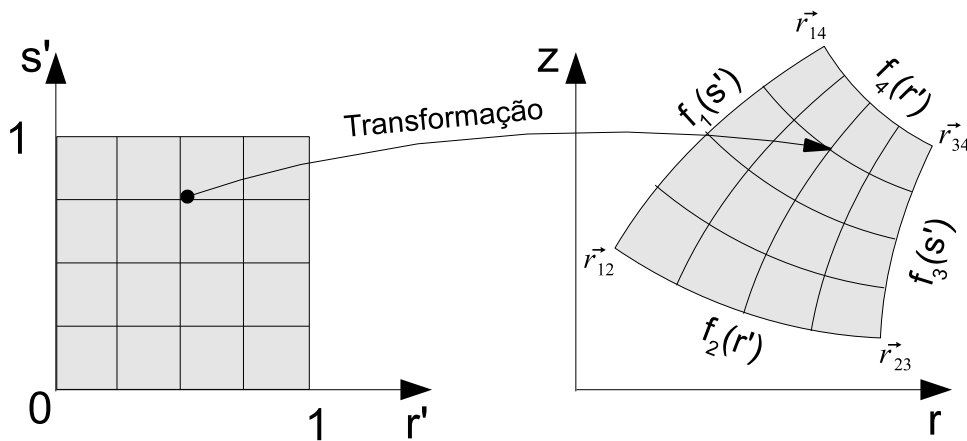


FIG. C.1: Mapeamento realizado para a interpolação transfinita

$$\vec{f}_i(t) = \begin{bmatrix} r(t) \\ z(t) \end{bmatrix} \quad (\text{C.1})$$

$$\begin{aligned} \vec{r}(r', s') = \begin{bmatrix} r(r', s') \\ z(r', s') \end{bmatrix} &= (1 - r')\vec{f}_1(s') + (1 - s')\vec{f}_2(r') + r'\vec{f}_3(s') + s'\vec{f}_4(r') \\ &\quad - (1 - r')(1 - s')\vec{r}_{12} - r'(1 - s')\vec{r}_{23} - r's'\vec{r}_{34} - s'(1 - r')\vec{r}_{14} \end{aligned} \quad (\text{C.2})$$

Para o caso de elementos quadriláteros de nove nós, o processo consiste em se adotar incrementos $\Delta r' = 1/(2ne_r + 1)$ e $\Delta s' = 1/(2ne_z + 1)$, onde ne_r e ne_z são as quantidades

desejadas de elementos nas direções radial e axial, respectivamente. E, partindo de $r' = s' = 0$, utilizando a (EQ C.2), calcular as coordenadas de cada um dos nós.

C.2 DISTORÇÃO DO ELEMENTO

A qualidade dos elementos, principalmente do localizados ao longo dos contornos, é um fator de grande importância para o desempenho de uma malha, pois é onde se aplicam restrições cinemáticas e carregamentos.

São características desejáveis nas malhas: ortogonalidade das linhas da malha; suavidade na transição entre diferentes densidades de malha, onde a mesma pode ser entendida como a relação local da quantidade de elementos por unidade de área; e elementos pouco distorcidos, o conceito de distorção está ligado, para o caso de elementos quadriláteros, ao quanto o elemento se afasta, em termos geométricos, de um quadrado. Desta forma um elemento pode se distorcer por uma combinação de alongamento, situação em que os lados em uma direção são maiores que os na outra segundo uma razão de aspecto, e cisalhamento, situação em que os ângulos deixam de ser retos.

Para se quantificar a distorção, seguindo os passos de (SOBRINHO, 2006, p. 291), define-se uma matriz jacobiana normalizada (EQ C.3), utilizada para eliminar o efeito do tamanho do elemento.

$$\tilde{J}' = \frac{\tilde{J}}{\sqrt[2]{\det(\tilde{J})}} \quad (\text{C.3})$$

A deformação é representada por um valor escalar definido pela (EQ C.4), de forma a quantificar em uma única grandeza a distorção total da combinação do alongamento e do cisalhamento do elemento.

$$Dis = \sum_{i=1}^2 \left[\sum_{j=1}^2 (g_{ij})^2 \right] - \frac{1}{2} \left[\sum_{i=1}^2 (g_{ii}) \right]^2 \quad , \text{ onde:} \quad (\text{C.4})$$

$$\tilde{G} = \tilde{J}'^t \tilde{J}'$$

C.3 SUAVIZAÇÃO DE LAPLACE

A suavização das malhas é um processo que, por meio da translação dos nós, procura reduzir a distorção (EQ C.4) de seus elementos. Este método de suavização de malhas é muito empregado porque, além de simples de implementar, ainda permite suavizar malhas

formadas por diferentes tipos de elementos, pois não há limitação em relação à quantidade de nós à qual um dado nó possa estar ligado.

Para uma malha com uma lei de formação dada pela (FIG A.1) se obtém a suavização por meio da aplicação recursiva da translação expressa na (EQ C.5) a todos os nós da malha, exceto aos localizados nos contornos.

$${}^{k+1}\vec{r}_{ij} = \begin{bmatrix} {}^{k+1}r_{ij} \\ {}^{k+1}z_{ij} \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \left[{}^k\vec{r}_{i-1j} + {}^k\vec{r}_{i+1j} + {}^k\vec{r}_{ij-1} + {}^k\vec{r}_{ij+1} \right] \quad (\text{C.5})$$

D. TEORIAS TRABALHADAS MAS NÃO IMPLEMENTADAS

D.1 MODELO PARA CARREGAMENTOS IMPOSTOS PELO ANEL DE OBTURAÇÃO À ALMA

Supondo nulo o tempo para que o anel de obturação se acomode após o início do movimento da granada, e que o contato entre as peças se dê como apresentado na (FIG D.1), a despeito do fato de o anel de obturação ser partido, podem-se escrever as equações D.1 e D.2 em relação ao equilíbrio de forças nas direções axial para o corpo da granada e radial para o anel de obturação, respectivamente.

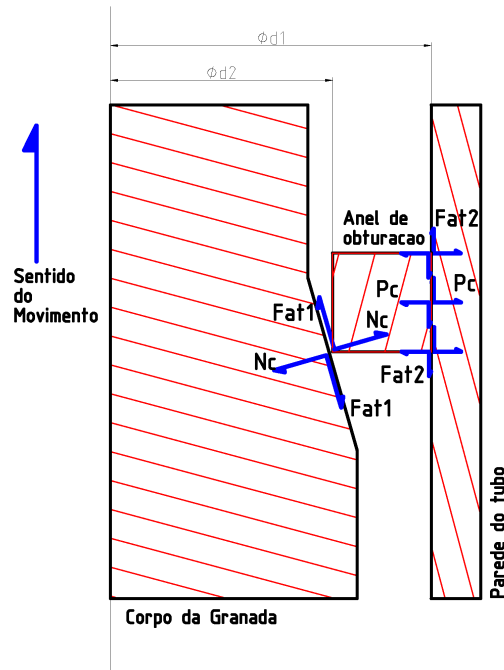


FIG. D.1: Modelo não implementado para carregamento imposto pelo anel de obturação à alma do tubo

$$\begin{aligned} \sum F_z - Ma &= 0 \\ \frac{P\pi d_2^2}{4} - N_c(\mu_1 \cos(\alpha) + \text{sen}(\alpha))\pi d_2 - M \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} &= 0 \end{aligned} \quad (D.1)$$

$$\begin{aligned} \sum F_r &= 0 \\ N_c \pi d_2 (\cos(\alpha) - \mu_1 \text{sen}(\alpha)) - P_c \pi d_1 L &= 0 \end{aligned} \quad (D.2)$$

Isolando-se Nc na (EQ D.1), substituindo na D.2 e resolvendo para P_c , e substituindo na equação de movimento para o sistema corpo da granada mais anel de obturação (EQ D.3), pode-se obter a aceleração, expressa na (EQ D.4). Que, por meio de um método de Runge-Kutta ou de Adams, pode ser usada para se obter a cinemática axial da granda.

$$\sum F_z = Ma \frac{P\pi d_1^2}{4} - \mu_2 P_c \pi d_1 L - M \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{D.3})$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = \frac{P\pi}{4M} \left[\frac{d_1^2 - \mu_2 d_2^2 \left(\frac{\cos(\alpha) - \mu_1 \text{sen}(\alpha)}{\mu_1 \cos(\alpha) + \text{sen}(\alpha)} \right)}{1 - \mu_2 \left(\frac{\cos(\alpha) - \mu_1 \text{sen}(\alpha)}{\mu_1 \cos(\alpha) + \text{sen}(\alpha)} \right)} \right] \quad (\text{D.4})$$

Procedimentos de estimação de parâmetros podem ser utilizados para, em função de dados experimentais como velocidade de boca e pressão máxima, se obter os parâmetros μ_i que melhor ajustem o modelo à reprodução da realidade. De forma que os carregamentos normal e cisalhante que o anel impõe sobre a alma do tubo podem ser calculados para qualquer instante de tempo.

D.2 ANÁLISE HARMÔNICA

É uma maneira de se utilizar uma malha plana para, aproveitando a axissimetria geométrica do domínio, resolver problemas tridimensionais não simétricos. É baseada em harmônicos, onde o de número zero representa a solução axissimétrica e os demais são os desvios, ou correções, em relação à solução axissimétrica.

Nesta formulação é necessário entender que as malhas planas representam sólidos no espaço tridimensional sujeitas a carregamento geral, portanto a relação constitutiva, expressa pela Lei de Hooke, deve ser escrita em sua forma completa, ou seja, no caso isotrópico é representada por um tensor de 2ª ordem 6x6. Neste tipo de formulação o campo de deslocamentos é descrito por uma Série de Fourier⁵⁵ (EQ D.5), em que cada termo \tilde{u}_p , para os nós, é extraído da (EQ D.6). Desta forma os carregamentos não-axissimétricos são aplicados por meio dos termos de cada harmônico de suas séries de Fourier equivalentes (EQ D.7), e montam-se sistemas de equações para o cálculo das amplitudes de deslocamento de cada harmônico considerado⁵⁶.

⁵⁵Séries em senos e cossenos que tendem à média das funções.

⁵⁶Por isto este tipo de estudo é chamado de Análise Harmônica, fazendo menção ao estudo dos harmônicos dos modos de vibrar.

$$\vec{u}(r, \theta, z) = \sum_{p=1}^{ns} \vec{u}_p(r, \theta, z) \quad (\text{D.5})$$

$$\vec{U}_p(\theta) = \sum_{p=1}^{nh} \left\{ \begin{array}{l} \left[\begin{array}{ccc} \cos(p\theta) & 0 & 0 \\ 0 & \cos(p\theta) & 0 \\ 0 & 0 & \text{sen}(p\theta) \end{array} \right] \widetilde{H} \widetilde{U}_p^s + \\ \left[\begin{array}{ccc} \text{sen}(p\theta) & 0 & 0 \\ 0 & \text{sen}(p\theta) & 0 \\ 0 & 0 & \cos(p\theta) \end{array} \right] \widetilde{H} \widetilde{U}_p^a \end{array} \right\} \quad (\text{D.6})$$

$$\vec{F}(r, \theta, z) = \begin{bmatrix} F_r \\ F_\theta \\ F_z \end{bmatrix} = \sum_{p=1}^{nh} \left[\vec{F}_p^s(r, z) \cos(p\theta) + \vec{F}_p^a(r, z) \text{sen}(p\theta) \right] \quad (\text{D.7})$$

(BATHE, 1982, p 209) e CASIMIR et al. (2007) fazem uso desta formulação. O primeiro de forma genérica em um exemplo, e o segundo aplica na formulação de elementos contínuos⁵⁷ de casca.

Graças a ortogonalidade das (EQ D.8), cada harmônico pode ser resolvido separadamente e depois superposto aos demais para a obtenção da solução geral. Desta forma a solução de sistemas tridimensionais com geometria cilíndrica pode ser realizado pela solução sucessiva de sistemas planos. Assim a análise harmônica fornece solução mais rápida e com menos demanda por memória que a criação de malhas tridimensionais de elementos sólidos.

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} \text{sen}(n\theta) \text{sen}(m\theta) d\theta &= 0 \quad n \neq m \\ \int_0^{2\pi} \cos(n\theta) \cos(m\theta) d\theta &= 0 \quad n \neq m \end{aligned} \quad (\text{D.8})$$

Embora matematicamente se adicione uma equação à forma forte do problema axisimétrico (EQ 3.1), a programação do modelo harmônico aproveita muito do que foi re-aliado para aquele modelo. Sendo necessário, apenas, realizar alterações nas matrizes da relação constitutiva (EQ D.9), relação deslocamento-deformação (EQ D.10) e matrizes delas resultantes. Aproveitando-se assim toda a estrutura anteriormente programada.

⁵⁷O artigo trata sobre a formulação da matriz rigidez dinâmica para o CEM

$$\tilde{C} = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \end{bmatrix} \quad (\text{D.9})$$

$$\tilde{\epsilon} = \begin{bmatrix} \epsilon_{rr} \\ \epsilon_{\theta\theta} \\ \epsilon_{zz} \\ \epsilon_{r\theta} \\ \epsilon_{rz} \\ \epsilon_{\theta z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_r}{\partial r} \\ \frac{u_r}{r} + \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} \\ \frac{\partial u_z}{\partial z} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} \\ \frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (\text{D.10})$$

D.3 PROBLEMA DE CONTATO

O problema de contato é naturalmente expresso por uma inequação, a condição de não interpenetração: a coordenada radial dos pontos pertencentes à face externa das cintas da granada deve ser menor ou igual à coordenada do ponto da alma localizado na mesma coordenada axial e na mesma coordenada tangencial (EQ D.11), o que torna sua solução um problema não linear.

$$r_{al}(z, \theta) - r_g(z, \theta) \geq 0 \quad (\text{D.11})$$

A configuração dos corpos em contato é obtida a partir do princípio de mínima energia potencial, que estabelece que de todas as configurações possíveis o sistema sempre assumirá a de menor energia potencial (EQ D.12). De forma que a energia potencial deve ser minimizada sujeita à condição imposta pela (EQ D.13), que se trata da (EQ D.11), reescrita com a matriz de seleção dos graus de liberdade sujeitos ao contato.

$$\Pi = \frac{1}{2} \tilde{u}^t \tilde{K} \tilde{u} - \tilde{u}^t \tilde{F} \quad (\text{D.12})$$

$$\begin{aligned} \tilde{A} \tilde{u} - \tilde{b} &\leq \tilde{0} \text{ onde :} \\ \tilde{b} &= \tilde{r}_{al} - \tilde{r}_g \end{aligned} \quad (\text{D.13})$$