

**MINISTÉRIO DA DEFESA
EXÉRCITO BRASILEIRO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA
INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA
CURSO DE MESTRADO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

FERNANDO NÓBREGA DE ARAÚJO

**MODELAGEM DA TURBULÊNCIA APLICADA AO ESCOAMENTO SOBRE
UMA PLACA PLANA INCLINADA**

Rio de Janeiro

2012

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

FERNANDO NÓBREGA DE ARAÚJO

**MODELAGEM DA TURBULÊNCIA APLICADA AO ESCOAMENTO
SOBRE UMA PLACA PLANA INCLINADA**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Curso de Mestrado em Engenharia Mecânica do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ciências em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. André Luiz Tenório Rezende, D.Sc.

Rio de Janeiro

2012

C2012

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

Praça General Tibúrcio, 80 – Praia Vermelha

Rio de Janeiro - RJ CEP: 22290-270

Este exemplar é de propriedade do Instituto Militar de Engenharia, que poderá incluí-lo em base de dados, armazenar em computador, microfilmear ou adotar qualquer forma de arquivamento.

É permitida a menção, reprodução parcial ou integral e a transmissão entre bibliotecas deste trabalho, sem modificação de seu texto, em qualquer meio que esteja ou venha a ser fixado, para pesquisa acadêmica, comentários e citações, desde que sem finalidade comercial e que seja feita a referência bibliográfica completa.

Os conceitos expressos neste trabalho são de responsabilidade do autor e do orientador.

620.1 A663m	Araújo, Fernando Nóbrega de Modelagem da turbulência aplicada ao escoamento sobre uma placa plana inclinada / Fernando Nóbrega de Araújo; orientado por André Luiz Tenório Rezende. - Rio de Janeiro : Instituto Militar de Engenharia, 2012. 125 f. : il. Dissertação (mestrado) - Instituto Militar de Engenharia. - Rio de Janeiro, 2012. 1. Engenharia Mecânica. 2. Mecânica dos fluidos. 3. Bolha de separação. 4. Escoamento turbulento. 5. Placa inclinada. I. Rezende, André Luiz Tenório. II. Título. III. Instituto Militar de Engenharia. CDD 620.1
----------------	--

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

FERNANDO NÓBREGA DE ARAÚJO

**MODELAGEM DA TURBULÊNCIA APLICADA AO ESCOAMENTO
SOBRE UMA PLACA PLANA INCLINADA**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Curso de Mestrado em Engenharia Mecânica do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ciências em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. André Luiz Tenório Rezende, D.Sc.

Aprovada em 25 de Maio de 2012 pela seguinte Banca Examinadora:

Prof. André Luiz Tenório Rezende – D.Sc. do IME - Presidente

Prof. Aldélio Bueno Caldeira – D.Sc. do IME

Prof. Evandro de Souza Nogueira – D.Sc. do IME

Prof^a. Vanessa Gonçalves Guedes – D.Sc. do CEPTEL

Rio de Janeiro

2012

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço à Deus, pois Ele está positivamente no comando de nossas vidas.

À minha mãe Vera Lúcia, e meu pai Vicente, pelo apoio em todos os momentos da minha vida, e pela eterna e inigualável amizade.

À minha família, minha irmã Daniela, minhas tias Vânia Lêda e Vilma Lena, meus sobrinhos Pedro e André, obrigado a todos pelos momentos de amizade e alegria.

Ao Prof. André Rezende pela amizade, pela orientação precisa e esclarecedora ao longo de todo o tempo, e também pelo estímulo constante, que foi fundamental para a conclusão de todas as etapas do Curso de Mestrado em Engenharia Mecânica do IME.

Aos professores do IME, Prof. Aldélio, Prof. Guedes, Prof. Francesco, Prof. Leonardo, Prof. Arnaldo, obrigado pelas aulas e os valiosos conhecimentos de engenharia transmitidos.

Aos amigos Maj Audrin, Maj Moniz de Aragão, Maj Aquino, Maj Fayal, Luiz Felipe Tavares, que são verdadeiros exemplos para mim de excelentes profissionais em suas áreas de atividade.

À Mayara, desejo tudo de melhor pra você.

Aos membros da Banca Examinadora, pela presença e pelas importantes sugestões.

Aos amigos Cap Beltran, Cap Alexandre, Vanessa, Oberdan, Yuri, Fernando, Rodrigo, Renan, Flávio, Leandro Ribeiro, Suzana, Priscilla, um grande abraço e boa sorte nas suas carreiras.

À CAPES pelo suporte financeiro.

SUMÁRIO

LISTA DE ILUSTRAÇÕES.....	07
LISTA DE TABELAS.....	10
LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS.....	11
LISTA DE SIGLAS.....	13
1 INTRODUÇÃO.....	16
1.1 Objetivos Principais e Escopo do Trabalho.....	19
1.2 Organização do Trabalho.....	21
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	23
2.1 Formação e Desenvolvimento da Bolha de Separação Longa	23
2.2 Importância e Principais Abordagens Numéricas da Turbulência.....	26
2.2.1 Aplicação dos Modelos de Turbulência à Placa Plana Inclinada.....	28
3 ESTUDO DA TURBULÊNCIA ATRAVÉS DAS EQUAÇÕES DE MÉDIAS DE REYNOLDS.....	30
3.1 Equações de Governo do Problema.....	30
3.2 Equações de Médias de Reynolds (RANS).....	32
3.2.1 Hipótese de Boussinesq.....	34
3.2.1.1 Modelo de Spalart-Allmaras.....	35
3.2.1.2 Modelo $\kappa-\varepsilon$ Padrão.....	39
3.2.1.3 Modelo $\kappa-\omega$	43
3.2.1.4 Comparação entre os modelos $\kappa-\varepsilon$ e $\kappa-\omega$	45
3.2.1.5 Modelo SST $\kappa-\omega$	48
3.2.2 Equações de Transporte do Tensor de Reynolds – Modelo RSM.....	52
3.2.2.1 Modelagem do Termo de Transporte Difusivo (D_{ij}).....	54
3.2.2.2 Modelagem do Termo de Dissipação Turbulenta (ε_{ij}).....	55
3.2.2.3 Modelagem do Termo de Pressão Φ_{ij} - Modelo LRR.....	56

3.2.2.4	Equação de Transporte do Modelo RSM.....	58
3.2.2.5	Tratamento do Modelo RSM Próximo à Parede.....	59
4	MÉTODO NUMÉRICO.....	62
4.1	Características do Método de Volumes Finitos.....	62
4.2	Discretização e Solução da Equação Geral de Transporte.....	63
4.2.1	Discretização Espacial.....	65
4.2.1.1	Esquema <i>Upwind</i>	65
4.2.1.2	Esquema <i>QUICK</i>	66
4.3	Discretização das Equações de Navier-Stokes.....	67
4.3.1	Acoplamento Velocidade-Pressão.....	69
4.3.1.1	Arranjo Co-Localizado.....	71
4.4	Método para Solução do Sistema Algébrico (<i>Multigrid</i>).....	72
4.4.1	Critério de Convergência.....	72
4.5	Características do Algoritmo Usado na Solução do Escoamento.....	73
5	RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES NUMÉRICAS.....	74
5.1	Dados Experimentais.....	75
5.2	Domínio Computacional e Condições de Contorno.....	77
5.3	Resultados Obtidos.....	82
5.3.1	Campo de Velocidade.....	83
5.3.2	Estatísticas de Segunda Ordem.....	100
5.3.3	Distribuição de Pressão.....	112
5.3.4	Resumo das Principais Vantagens e Desvantagens Apresentadas pelos Modelos de Turbulência Analisados.....	114
6	CONCLUSÃO.....	116
6.1	Sugestões para Trabalhos Futuros.....	118
7	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	120

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIG. 2.1 Representação esquemática do escoamento sobre uma placa plana fina (Collie, 2005).....	24
FIG. 2.2 Estrutura interna da bolha longa (Collie, 2005).....	25
FIG. 4.1 Volume de Controle Unidimensional.....	67
FIG. 5.1 Medidas da placa plana utilizada por Crompton (2001).....	75
FIG. 5.2 Distribuição das estações de medição sobre a placa.....	77
FIG. 5.3 Detalhes do domínio computacional usado (Rezende, 2009).....	77
FIG. 5.4 Domínio computacional repartido em blocos e suas dimensões (Rezende, 2009).....	79
FIG. 5.5 Malha 150K usada na discretização do problema para o plano x-y. (Domínio completo).....	80
FIG. 5.6 Malha 150K usada na discretização do problema para o plano x-y. (Região da placa).....	81
FIG. 5.7 Malha 150K usada na discretização do problema para o plano x-y. (Região da extremidade em forma de ponta afiada).....	81
FIG. 5.8 Contornos de velocidade média u/U_∞ para $\alpha = 2^0$	85
FIG. 5.9 Contornos de velocidade média u/U_∞ para $\alpha = 4^0$	86
FIG. 5.10 Evolução dos perfis de velocidade u/U_∞ para $\alpha = 2^0$	87

FIG. 5.11	Evolução dos perfis de velocidade u/U_∞ para $\alpha = 4^\circ$	88
FIG. 5.12	Perfis de velocidade u/U_∞ para as estações antes do recolamento, $\alpha=2^\circ$	89
FIG. 5.13	Perfis de velocidade u/U_∞ para as estações antes do recolamento, $\alpha=4^\circ$	90
FIG. 5.14	Perfis de velocidade u/U_∞ para as estações após o recolamento, $\alpha=2^\circ$	92
FIG. 5.15	Perfis de velocidade u/U_∞ para as estações após o recolamento, $\alpha=4^\circ$	93
FIG. 5.16	Perfis de velocidade para u^+ em $x/c = 0.875$, $\alpha = 2^\circ$ e 4°	94
FIG. 5.17	Linhas de corrente do modelo RSM com o detalhe da anomalia apresentada, $\alpha = 2^\circ$	95
FIG. 5.18	Linhas de corrente para os modelos RANS (Região da Placa), $\alpha = 2^\circ$	96
FIG. 5.19	Linhas de corrente para os modelos RANS (Região da Placa), $\alpha = 4^\circ$	97
FIG. 5.20(a)	Linhas de corrente do modelo SST com o detalhe da bolha de separação secundária, $\alpha = 4^\circ$	98
FIG. 5.20(b)	Linhas de corrente do modelo SST com o detalhe da região do bordo de ataque em forma ampliada, $\alpha = 2^\circ$	100
FIG. 5.21	Perfis de $\overline{u'u'}/U_\infty^2$ para as estações situadas antes do recolamento. Modelos RANS, $\alpha = 2^\circ$	101
FIG. 5.22	Perfis de $\overline{u'u'}/U_\infty^2$ para as estações situadas antes do recolamento. Modelos RANS, $\alpha = 4^\circ$	102
FIG. 5.23	Perfis de $\overline{u'u'}/U_\infty^2$ para as estações situadas após o recolamento. Mode-	

los RANS, $\alpha = 2^\circ$	103
FIG. 5.24 Perfis de $\overline{u'u'}/U_\infty^2$ para as estações situadas após o recolamento. Modelos RANS, $\alpha = 4^\circ$	104
FIG. 5.25 Contornos das tensões de Reynolds - Modelo SA ($\alpha = 2^\circ$).....	106
FIG. 5.26 Contornos das tensões de Reynolds - Modelo SST ($\alpha = 2^\circ$).....	107
FIG. 5.27 Contornos das tensões de Reynolds - Modelo RSM ($\alpha = 2^\circ$).....	108
FIG. 5.28 Contornos das tensões de Reynolds - Modelo SA ($\alpha = 4^\circ$).....	109
FIG. 5.29 Contornos das tensões de Reynolds - Modelo SST ($\alpha = 4^\circ$).....	110
FIG. 5.30 Contornos das tensões de Reynolds - Modelo RSM ($\alpha = 4^\circ$).....	111
FIG. 5.31 Coeficientes de pressão sobre a placa ($\alpha = 2^\circ$).....	113
FIG. 5.32 Coeficientes de pressão sobre a placa ($\alpha = 4^\circ$).....	113

LISTA DE TABELAS

TAB. 3.1	Constantes Empíricas do Modelo Spalart-Allmaras (Rezende, 2009).....	39
TAB. 3.2	Constantes do modelo RSM para equação de ε	55
TAB. 3.3	Constantes para tratamento do modelo RSM junto à parede.....	61
TAB. 5.1	Posição das nove estações de medição.....	76
TAB. 5.2	Subdivisões da malha utilizada para os blocos da FIG. 5.3 (Rezende,2009)	80
TAB. 5.3	Comprimentos de recolamento normalizados (X_R/c) e os respectivos erros.	82
TAB. 5.4	Comprimento da bolha secundária (X_S/c) e o respectivo erro obtido.....	99
TAB. 5.5	Tabela comparativa para os modelos de turbulência RANS.....	115

LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS

ABREVIATURAS

- $| \quad |$ - Módulo
 $\overline{(\quad)}$ - Média da variável
 $\min(\quad, \quad)$ - Operador de seleção de valor mínimo
 $\max(\quad, \quad)$ - Operador de seleção de valor máximo
 $N(u_i)$ - Operador Navier-Stokes

SÍMBOLOS

- a - Coeficientes que correlacionam o ponto P com seus vizinhos no MVF
 c - Corda ou comprimento da placa
 C_P - Coeficiente de pressão
 δ_{ij} - Delta de Kronecker
 d - Distância à parede
 D_{ij} - Termo de transporte difusivo do modelo RSM
 ϕ - Variável que representa genericamente uma propriedade
 Φ_{ij} - Termo de pressão do modelo RSM
 ε - Taxa de dissipação da energia cinética turbulenta
 ε_{ij} - Termo de dissipação viscosa do modelo RSM
 E - Energia
 F_1 - Função de mistura do modelo SST
 f_w - Função de escala do modelo RSM
 f_{v1} - Função de amortecimento viscoso do modelo de Spalart-Allmaras
 g_i - Aceleração da gravidade na direção i
 G_v - Produção da viscosidade turbulenta do modelo de Spalart-Allmaras
 i - Coordenadas cartesianas $i = 1, 2$ ou 3 .
 κ - Energia cinética turbulenta
 k - Constante de Von Karman

- L_c - Comprimento característico
- Ω_{ij} - Tensor taxa de rotação do escoamento médio
- ρ - Massa específica do fluido
- p - Pressão
- P_{ij} - Termo de produção de tensão do modelo RSM
- Re - Número de Reynolds
- Re_c - Número de Reynolds baseado na corda da placa
- S_{ij} - Tensor taxa de deformação do campo de velocidade
- S_{SA} - Medida escalar do tensor deformação do modelo de Spalart-Allmaras
- σ_{ij} - Tensor viscoso
- t - Variável tempo
- Γ - Coeficiente de difusão
- u_i - Componente da velocidade na direção i
- \bar{u}_i - Componente da velocidade média na direção i
- u_i' - Flutuação da velocidade na direção i
- u_τ - Velocidade de atrito
- U_∞ - Velocidade escalar na corrente livre
- μ - Viscosidade absoluta ou viscosidade dinâmica
- μ_t - Viscosidade absoluta turbulenta
- μ_{ef} - Viscosidade efetiva
- ν - Viscosidade cinemática
- ν_t - Viscosidade turbulenta
- $\tilde{\nu}$ - Variável auxiliar do modelo de Spalart-Allmaras
- ω - Taxa de dissipação específica da energia cinética turbulenta
- x - Coordenada cartesiana situada na direção paralela à corda da placa
- y - Coordenada cartesiana situada na direção perpendicular à placa
- X_R - Comprimento de recolamento da bolha principal
- X_S - Comprimento de recolamento da bolha secundária
- y^+ - Distância adimensional para parede da placa plana
- Y_ν - Destruição da viscosidade turbulenta do modelo de Spalart-Allmaras

LISTA DE SIGLAS

CFD	Dinâmica dos Fluidos Computacional
DES	Simulação de Vórtices Destacados
DNS	Simulação Numérica Direta
f-LES	Modelo LES de Forçamento Sub-malha
LDV	Velocimetria à Laser com Efeito Doppler
LES	Simulação de Grandes Escalas
MVF	Método de Volumes Finitos
PISO	Algoritmo de resolução do acoplamento velocidade-pressão
QUICK	Esquema de discretização espacial de segunda ordem
RANS	Abordagem numérica da turbulência baseada em média de Reynolds
SIMPLE	Algoritmo de resolução do acoplamento velocidade-pressão
UPWIND	Esquema de discretização espacial de primeira ordem

RESUMO

Neste trabalho são apresentados os resultados dos estudos do escoamento turbulento e incompressível em torno de uma placa plana fina com bordo de ataque afiado, usando pequenos ângulos de incidência, e empregando os modelos de turbulência RANS de Spalart-Allmaras(SA), SST $\kappa-\omega$ (Shear-Stress Transport $\kappa-\omega$) e RSM (Reynolds Stress Model). O objetivo principal é comparar o desempenho numérico destes três modelos, que possuem características distintas em suas formulações e níveis de complexidade diferentes, tendo como base principal de validação destas modelagens dados de experimentos realizados em túnel de vento presentes na literatura. Os resultados deste trabalho complementam os estudos anteriores de Crompton (2001), Collie (2005), Sampaio (2006) e Rezende (2009). As soluções foram obtidas para o escoamento bidimensional em regime permanente. As simulações foram realizadas para ângulos de inclinação da placa plana de 2° e 4° , com um número de Reynolds igual a $2,13 \times 10^5$. Resultados como perfis de velocidade média, distribuições de pressão, estatísticas de segunda ordem e comprimentos de recolamento são apresentados. Os perfis de velocidade média encontrados pelos três modelos RANS mostraram concordância satisfatória com os dados experimentais. Nota-se que o modelo SA não conseguiu calcular adequadamente as tensões turbulentas normais e que o modelo RSM apresentou uma anomalia em suas linhas de corrente, na região de recolamento, causando alguns desvios em seus resultados. O modelo SST $\kappa-\omega$ exibiu os melhores resultados, inclusive conseguindo capturar, para o caso do ângulo de incidência $\alpha = 4^\circ$, a bolha de separação secundária, uma estrutura de difícil previsão pelos modelos de turbulência RANS.

ABSTRACT

In this work are shown the results of studies of the turbulent and incompressible flow around a thin flat plate with sharp leading edge, using small angles of incidence, and employing the RANS turbulence models of Spalart-Allmaras(SA), SST $\kappa-\omega$ (Shear-Stress Transport $\kappa-\omega$), and RSM (Reynolds Stress Model). The main purpose is to compare the numerical performance of these three models, with distinct characteristics in its formulations and different levels of complexity, having as main base of validation of these modeling data from experiments performed in wind tunnel available in the literature. The results of this work complements previous studies of Crompton (2001), Collie (2005), Sampaio (2006) and Rezende (2009). The solutions were obtained for the two-dimensional steady state flow. The simulations were performed at angles of inclination of the flat plate of 2° and 4° , with a Reynolds number equal to $2,13 \times 10^5$. Results as mean velocity profiles, pressure distributions, second order statistics and reattachment lengths are presented. The mean velocity profiles found by the three RANS models showed a satisfactory agreement with the experimental data. It is noted that SA model failed to properly calculate the turbulent normal stresses and the RSM model presented an anomaly in its streamlines, in the reattachment region, causing some deviations in its results. The SST $\kappa-\omega$ model exhibited the best results, even achieving capture, in the case of angle of incidence $\alpha = 4^\circ$, of the secondary separation bubble, a structure difficult to predict for RANS turbulence models.

1 INTRODUÇÃO

A motivação principal para o estudo dos escoamentos turbulentos consiste na combinação de três observações: a grande maioria dos escoamentos são turbulentos; o transporte e mistura de matéria, quantidade de movimento e calor em escoamentos é de grande importância prática; e a turbulência aumenta muito a taxa desses processos (Pope, 2000).

O uso das técnicas relacionadas ao fenômeno turbulento pode ser exemplificado em diversas áreas, tais como: aeronáutica, automobilística, bélica, química, meio ambiente, meteorológica, energética, aplicações biológicas, entre outras.

Uma forma prática de abordagem do estudo da turbulência é a otimização aerodinâmica de aletas finas e asas, através do estudo do escoamento em torno de placas planas finas. As motivações para esta seleção específica se devem ao fato da geometria ser bastante elementar e de existir uma similaridade dos fenômenos físicos principais com os regimes de escoamento ocorridos em aerofólios, aletas e asas.

A existência de bolhas de recirculação nos escoamentos sobre aerofólios, aletas, e asas é um fenômeno físico comum. Em circunstâncias específicas esta zona de recirculação ocorre desde o bordo de ataque até algum ponto sobre a superfície do aerofólio, tomando a forma de uma bolha fina e longa, que consiste em um ponto muito importante deste trabalho. As bolhas formadas nestas circunstâncias apresentam uma relação comprimento-altura muito maior, sendo referidas como "*thin aerofoil bubble*" de acordo com denominação introduzida por Gault (1957).

Este tipo de bolha de separação passou a despertar maior interesse científico por volta de 1950, quando o crescimento da velocidade de aeronaves impulsionou uma busca por aerofólios muito finos, a fim de diminuir os efeitos de compressibilidade existentes. Outras motivações têm sido o desenvolvimento de máquinas rotativas (turbomáquinas) no sentido da utilização de pás mais finas em busca de maior eficiência nestes equipamentos e a necessidade de se entender o comportamento de membranas flexíveis, tais como as usadas em barcos-à-vela e nos pára-quedas.

A bolha de recirculação fina e longa, resultante dos escoamentos em torno dos aerofólios e placas com pontas afiadas, é distinguida por dois processos físicos que sempre ocorrem: um rápido gradiente de pressão no bordo de ataque e o recolamento atrasado. A formação da bolha longa está mais relacionada com a separação do fluxo causada pela existência de geometrias abruptas (placas com extremidade afiada, degraus, e outras formas similares) do que a bolha de separação curta em um aerofólio convencional com superfícies arredondadas.

O comprimento da bolha longa e seu formato e a curvatura das linhas de corrente que a envolvem, dependem das direções preferenciais e dos níveis de turbulência na camada cisalhante formada em volta da bolha e na camada limite.

A distribuição de pressão em uma placa plana fina ou aerofólio com a existência de uma bolha longa de separação se caracteriza sobretudo em razão da curvatura da camada de mistura que cerca a bolha e pela estrutura encontrada no interior da bolha (Crompton, 2001). Verifica-se que a maior parte do arrasto e da sustentação ocorre em razão de um núcleo de baixa pressão desenvolvido na parte interna desta bolha, o qual é indispensável para fornecer as forças centrípetas demandadas para sustentar a circulação das partículas do fluido e desta forma a bolha longa transforma profundamente a distribuição de pressão sobre o perfil aerodinâmico.

Uma sequência de experimentos em túnel de vento foram efetuadas por Crompton (2001), para a análise e observação detalhada do escoamento aerodinâmico em torno de uma placa plana com bordo de ataque afiado, empregando como técnica básica de medição a Velocimetria Laser Doppler (*Laser Doppler Velocimetry* - LDV), procurando obter uma melhor compreensão dos fenômenos físicos ocorridos na formação de bolhas finas e alongadas. As medições de Crompton foram efetuadas para escoamentos com elevados números de Reynolds, e possuindo estruturas bastante turbulentas e anisotrópicas.

A experiência com a placa plana desenvolvida por Crompton (2001) abrange as estruturas turbulentas complexas presentes no estudo de bolhas de separação longas. Os coeficientes de pressão sobre a placa, perfis e contornos de velocidade média, e comprimentos de recolamento, são os elementos principais fornecidos. Pelo fato da geometria ser simples e também existir uma ampla diversidade de dados, outros trabalhos consideraram este experimento (Collie, 2005; Collie et al.,

2008; Sampaio, 2006; Rezende & Nieckele, 2007; Rezende et al., 2008, 2009a, 2009b), possibilitando executar comparações com simulações computacionais.

Este problema de geometria muito simples demonstrou ser extremamente adequado para o estudo de bolhas longas, por possuir todas as complexas estruturas existentes nas mesmas, em uma geometria que pode ser reproduzida sem dificuldades, não apenas experimentalmente, como também em simulações computacionais. Por conseguinte, pode ser considerada uma excelente opção para caso-teste padrão para esta categoria de escoamentos (Collie, 2005).

As equações de conservação de massa e de quantidade de movimento linear da mecânica dos fluidos, resultantes das considerações da teoria da mecânica do contínuo, são empregadas como modelo matemático para estudo destes escoamentos, sendo obtido um sistema de equações diferenciais parciais bastante complexo. Associado a este sistema temos as condições iniciais e de contorno, e equações constitutivas, que precisam ser resolvidas, gerando ainda maior empecilho para obtenção de uma solução completa deste problema.

Em muitos problemas relevantes de engenharia, modelos fundamentados nas equações de médias de Reynolds (*Reynolds Averaged Navier-Stokes* – RANS) têm sido utilizados, na área dos escoamentos turbulentos. Nesta metodologia as equações de conservação de massa e quantidade de movimento linear são solucionadas levando em consideração a média sobre intervalos de tempo para as variáveis abordadas na análise da turbulência. Por consequência desta técnica de média no tempo, aparecem nestas equações, uma série de incógnitas denominadas de tensões turbulentas, que precisam ser modeladas para compor os efeitos globais da turbulência no escoamento médio, e assim todas as soluções encontradas são em realidade valores médios das variáveis deste escoamento.

Neste trabalho, onde são realizadas distintas simulações numéricas do escoamento turbulento sobre uma placa plana fina com bordo de ataque afiado, com pequenos ângulos de incidência, as regiões próximas à parede mostram várias características peculiares e estabelecem, possivelmente, os principais desafios dos modelos de turbulência recentemente. A demanda em simular escalas de tamanhos muito menores aos do restante do escoamento e a existência de uma anisotropia elevada são as duas razões principais para este interessante e profundo desafio anteriormente relatado. Desta forma, adequados modelos de turbulência

fundamentados nas metodologias das equações de médias de Reynolds são sequencialmente utilizados para investigar e analisar o escoamento específico pesquisado neste trabalho.

1.1 OBJETIVOS PRINCIPAIS E ESCOPO DO TRABALHO

Os objetivos principais deste trabalho são a obtenção de resultados consistentes de simulações numéricas para o escoamento turbulento sobre uma placa plana com bordo de ataque em forma de faca e o entendimento do fenômeno da formação de bolhas de separação longas, utilizando os ângulos de incidência de dois e quatro graus ($\alpha = 2^\circ$ e 4°), com o emprego da metodologia RANS (*Reynolds Averaged Navier-Stokes*), através dos modelos de Spalart-Allmaras (Spalart & Allmaras, 1992), SST $\kappa-\omega$ (Shear-Stress Transport $\kappa-\omega$) (Menter, 2003) e RSM (Reynolds Stress Model) (Launder et al, 1975; Launder & Shima, 1989), sendo este trabalho um complemento dos estudos de Crompton (2001), Collie (2005), Sampaio (2006) e Rezende (2009).

Os aspectos positivos essenciais que se podem destacar dos modelos de turbulência RANS neste tipo de estudo são: a excelente viabilidade e praticabilidade computacional, e uma velocidade satisfatória na obtenção dos resultados, e em vista disto, esta metodologia tem sido a freqüentemente escolhida nas aplicações da área industrial (Rezende, 2009).

A geometria principal empregada neste estudo é a mesma utilizada nos experimentos de Crompton (2001) e nos resultados numéricos de Collie (2005), Sampaio (2006) e Rezende (2009). A escolha por esta geometria da placa plana para pesquisas sobre bolhas longas é motivada por sua simplicidade e pela necessária afirmação de que as bolhas obtidas são do tipo “*thin aerofoil bubble*”, tendo sido estas diretrizes também presentes nos trabalhos dos autores citados anteriormente.

Collie (2005) analisou o escoamento apenas sob a perspectiva RANS, enquanto Sampaio (2006) somente utilizou a modelagem LES (*Large Eddy Simulation*). Rezende (2009) utilizou ambas abordagens RANS e LES nas suas investigações.

Investigações para o caso do ângulo de incidência de um grau ($\alpha = 1^\circ$) para a placa plana foram realizadas nos trabalhos de Collie (2005) e Sampaio (2006). Os autores citados afirmam que para esta circunstância o comprimento da bolha é menor, podendo-se assim reduzir o número de células da malha utilizada e, desta forma, resultará em um custo computacional certamente inferior. Resultados para o ângulo de incidência de três graus ($\alpha = 3^\circ$) também foram apresentados pelos dois autores, entretanto ocorreram profundas discordâncias, que foram atribuídas às características das malhas usadas. Nas duas pesquisas mencionadas não foram estabelecidos os resultados para ângulos maiores que três graus. No trabalho de Rezende (2009) são abordados os modelos RANS e LES, para os ângulos de inclinação $\alpha = 1^\circ, 3^\circ$ e 5° , tendo em vista uma abrangente compreensão deste escoamento turbulento em análise.

À medida que os resultados das simulações numéricas são expostos, a eficiência destes se mostra evidente, uma vez que certas conclusões indicadas pelos autores referidos anteriormente são reavaliadas neste trabalho, como na ocorrência da formação de uma segunda bolha de recirculação para o ângulo de incidência de quatro graus ($\alpha = 4^\circ$), com um determinado modelo de turbulência RANS investigado. Collie (2005) e Sampaio (2006) concluíram que não há possibilidade de se capturar esta segunda bolha de separação empregando a metodologia RANS. Rezende (2009) capturou a bolha secundária para $\alpha = 5^\circ$ com o modelo SST $\kappa-\omega$, porém para $\alpha = 1^\circ$ e $\alpha = 3^\circ$ não houve a presença deste fenômeno.

Outro objetivo desta pesquisa é o maior entendimento dos modelos de turbulência RANS empregados. Assim, buscou-se uma maior intensificação no estudo do desempenho dos métodos numéricos abrangidos, distinguindo os resultados mais satisfatórios, as limitações ou restrições existentes nestes modelos de turbulência utilizados, e com isso indicar possíveis alternativas para solucionar estas limitações ou restrições encontradas.

A metodologia RANS pode ser utilizada não apenas no estudo comparativo de resultados numéricos com os dados experimentais, mas, além disso, com a finalidade de completar as informações conseguidas por métodos experimentais.

Deste modo, pode-se afirmar que as simulações numéricas do escoamento incompressível sobre a placa plana com os três modelos de turbulência RANS:

Spalart-Allmaras (Spalart & Allmaras, 1992), SST $\kappa-\omega$ (Shear-Stress Transport $\kappa-\omega$) (Menter, 2003) e RSM (Reynolds Stress Model) (Launder et al, 1975; Launder & Shima, 1989); e os dois ângulos de incidência propostos ($\alpha = 2^\circ$ e 4°), desenvolvem um estudo abrangente sobre a ocorrência da bolha de recirculação longa e fina.

Para a realização da parte computacional deste trabalho foram empregados o software GAMBIT para avaliar a malha, o software comercial Fluent 6.3.26 para resolver os campos de velocidade, pressão e variáveis turbulentas. Para pós-processar os dados foram empregados os softwares MATLAB, Excel, e TecPlot 9.0.

1.2 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Uma sucinta revisão bibliográfica é apresentada no segundo capítulo, onde o fenômeno da formação e desenvolvimento de bolhas finas e longas, originadas do escoamento sobre placas planas com bordo de ataque afiado é descrito. Ainda neste capítulo são incluídas breves explicações sobre a revisão dos modelos de turbulência empregados.

As equações diferenciais que governam o escoamento incompressível observado no problema em estudo são mostradas no terceiro capítulo e a partir destas equações são gerados os modelos de turbulência RANS apresentados. Os modelos RANS escolhidos para desenvolver esta pesquisa são os modelos de Spalart-Allmaras (Spalart & Allmaras, 1992), SST $\kappa-\omega$ (Shear-Stress Transport $\kappa-\omega$) (Menter et al, 2003) e RSM (Reynolds Stress Model) (Launder et al, 1975; Launder & Shima, 1989).

No quarto capítulo a metodologia de discretização das equações diferenciais de transporte empregadas e os métodos numéricos escolhidos para as simulações computacionais realizadas neste trabalho são discutidos.

No quinto capítulo são apresentados e avaliados os resultados obtidos para os ângulos de incidência $\alpha = 2^\circ$ e 4° , relativos ao escoamento turbulento sobre a placa plana e fina. Os resultados principais apresentados neste capítulo são os perfis de velocidade média, coeficientes de pressão sobre a placa e os perfis e contornos das

grandezas turbulentas de segunda ordem.

Finalmente, as conclusões deste trabalho localizam-se no sexto capítulo, destacando as questões mais importantes, debatendo a relevância dos problemas, e fazendo a indicação de algumas sugestões para futuros trabalhos.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Uma revisão dos trabalhos existentes na literatura, relativos à pesquisa de bolhas de separação sobre placas planas finas com pequenos ângulos de incidência é feita neste presente capítulo. Ainda é apresentada uma sucinta descrição de trabalhos antecedentes que empregaram a mesma geometria que a utilizada neste trabalho.

Após a separação da camada limite aparecem as bolhas de separação. A bolha longa e fina é desenvolvida em escoamentos em torno de placas planas finas e aerofólios bem finos com extremidade de ataque em forma de uma ponta afiada (forma de uma faca), sob o uso de pequenos valores de ângulos de inclinação. A compreensão da formação e desenvolvimento desta forma de bolha de separação é julgada essencial para esta pesquisa.

2.1 FORMAÇÃO E DESENVOLVIMENTO DA BOLHA DE SEPARAÇÃO LONGA

A particularidade fundamental do escoamento em torno de uma placa plana fina inclinada, com bordo de ataque afiado, é a geração de uma bolha longa e fina na extremidade de ataque desta placa, devido à separação abrupta ocasionada pela geometria da placa (FIG. 2.1). A camada cisalhante separada torna-se logo em seguida instável, existindo o desprendimento de vórtices da ponta afiada da placa, que são advectados por toda a extensão da camada cisalhante livre.

Foi usada uma placa bem fina com bordo de ataque em forma de ponta de faca nos experimentos de Crompton (2001), sendo gerada uma separação abrupta do escoamento. Crompton (2001) notou que a camada cisalhante livre separada, após descolar-se da placa, passa por uma transição imediata de regime laminar para turbulento.

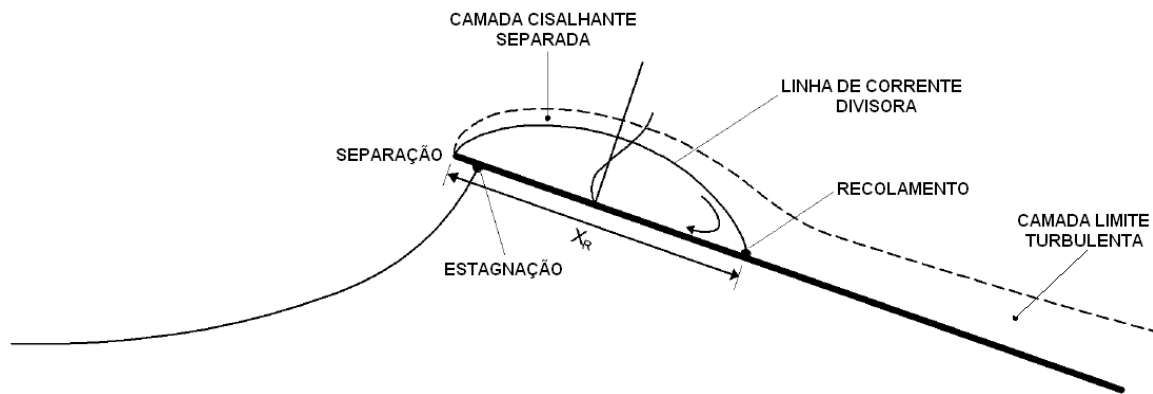


FIG. 2.1 - Representação esquemática do escoamento sobre uma placa plana fina (Collie, 2005).

O aumento da energia cinética turbulenta, após esta transição, é rápido, devido ao alto grau de cisalhamento da camada cisalhante livre separada. O aumento de energia cinética turbulenta (aumento da camada de mistura) faz a camada cisalhante engrossar e encurvar o fluxo de volta para a superfície da placa plana. As flutuações de velocidade, na direção perpendicular à placa, são atenuadas com a aproximação da camada cisalhante com a superfície da placa. A energia das flutuações normais é transformada nos diferentes componentes do tensor de Reynolds, tornando os vórtices turbulentos mais estendidos nas direções da corda e da envergadura da placa. O escoamento recola a uma distância x_R , a jusante do bordo de ataque. Ocorre uma bifurcação do escoamento no ponto x_R , com uma fração do escoamento seguindo na direção a jusante da placa plana, e outra parte menor retrocedendo a montante para formar a bolha de separação. A camada limite que segue a jusante do ponto de recolamento contém estruturas turbulentas que são procedentes da bolha longa existente.

Devido aos gradientes de pressão adversos, a camada limite turbulenta restaurada é lenta e predisposta à separação. A estrutura da camada limite turbulenta durante a recuperação influencia a estrutura e o tamanho de toda a região de separação que se forma a jusante do fluxo. Assim, as características principais da camada limite após o recolamento possuem uma expressiva influência no coeficiente de sustentação. A camada limite que segue em direção ao bordo de ataque está inicialmente sob regime turbulento. Porém, esta camada limite recebe um gradiente de pressão favorável, desenvolvido entre o ponto de recolamento (de

pressão máxima) e região central da bolha (de pressão mínima), acontecendo um processo de relaminarização na maioria das vezes.

A força centrípeta necessária para manter a recirculação do fluido é fornecida nesta zona de pressão mínima, na região central da bolha de separação. A camada limite confronta-se, entre este ponto de pressão mínima e a extremidade de ataque, novamente com um gradiente de pressão adverso, que sendo grande o suficiente, pode causar uma nova separação e levar ao desenvolvimento de uma bolha de recirculação secundária. Isto acontece visto que, posteriormente a esta segunda separação, o fluido precisa recolocar antes de reaver as linhas de corrente provenientes da separação principal, de forma a não desobedecer o princípio da conservação de massa. No desenho da FIG. 2.2 encontra-se esboçada a apresentação das duas bolhas de separação.

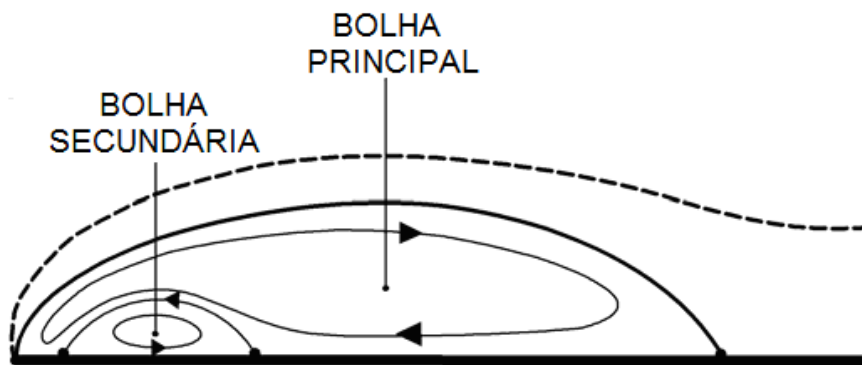


FIG. 2.2 - Estrutura interna da bolha longa (Collie, 2005).

Portanto, a distribuição de pressão, na região próxima à extremidade principal, adquire condições muito diversas dos escoamentos em torno de aerofólios convencionais (Crabtree, 1957).

Em resumo, o fluxo remanescente é influenciado expressivamente pelo bordo de ataque afiado, isto é, esta região influencia profundamente características como a distribuição de pressão e a transição de regime laminar para turbulento. Deste modo, pode-se dizer que a performance da separação deste tipo de fluxo é causada pela geometria abrupta, ao passo que para as bolhas curtas laminares a separação é atribuída principalmente ao gradiente adverso de pressão (Rezende, 2009).

As primeiras medidas no interior de bolhas de recirculação de perfis de velocidade em aerofólios finos foram feitas por Gault (1957), com o objetivo de

ratificar a existência das bolhas longas. Gault constatou que as velocidades aferidas na região de escoamento reverso eram bem mais elevadas do que as encontradas em bolhas curtas. Valores característicos ficam entre 35% a 40% da velocidade da corrente livre. A bolha longa foi nomeada de “*thin airfoil bubble*” por Gault (1957).

A camada cisalhante livre separada primeiramente está em regime laminar, entretanto rapidamente passa para regime turbulento (Newman e Tse, 1992). A transição observada é gerada pelo número de Reynolds crítico, que é fundamentado na espessura da camada cisalhante livre. Portanto, a camada cisalhante separada passa por esta transição bem perto da extremidade de ataque.

Uma extensa pesquisa experimental foi feita por Crompton (2001) para medir perfis de velocidades, pressão e grandezas estatísticas de segunda ordem, para o escoamento turbulento em torno de placas planas. O método de medição de velocimetria laser Doppler (LDV) foi empregado. O número de Reynolds utilizado nos principais experimentos foi $2,13 \times 10^5$, para os ângulos de inclinação α de 1° , 2° , 3° , 4° e 5° . Para ângulos acima de 5° não ocorre mais o recolamento. As bolhas longas com as suas mesmas estruturas citadas anteriormente foram observadas, sendo verificado por Crompton (2001) que para números de Reynolds superiores a 10^5 o ponto de recolamento, a distribuição de pressão e o formato da bolha, ficam sendo não mais relacionados com este parâmetro citado.

Os dados medidos nas experiências realizadas por Crompton (2001) serão as fontes de comparações principais para os modelos de turbulência empregados neste presente estudo.

2.2 IMPORTÂNCIA E PRINCIPAIS ABORDAGENS NUMÉRICAS DA TURBULÊNCIA

A turbulência é um fenômeno que acontece muito comumente na natureza e por este motivo é pesquisada por vários séculos (Pope, 2000).

Com o objetivo de se obter ou aperfeiçoar determinadas características dos escoamentos, a otimização de formatos aerodinâmicos, que precisa de uma previsão apropriada do escoamento, é uma aplicação da dinâmica dos fluidos. A

otimização do projeto será maior conforme os campos de pressão e velocidades em torno de um corpo imerso neste referido escoamento estiverem determinados com melhor precisão (Rezende, 2009).

Deste modo, é de crescente relevância a concepção de metodologias de elaboração de projetos aerodinâmicos mais eficazes.

A turbulência, com relação ao problema numérico, é um fenômeno complexo que apresenta uma ampla quantidade de graus de liberdade. A resolução direta das equações de Navier-Stokes, que governam a turbulência, induzem à sua conduta randômica, em razão do seu caráter não linear, e ainda, a inviabilidade de estarem determinadas condições de contorno em todos os pontos de fronteira, e a cada instante de tempo, para fluxos em aplicações objetivas do cotidiano (Rodi, 2006).

Na grande parte das aplicações de engenharia a resolução exata das variáveis específicas do escoamento pode não ser necessária. Um apropriado prognóstico dos momentos estatísticos iniciais do sistema em estudo é na maioria das vezes satisfatório (Pope, 2000). Estes conceitos induzem ao emprego de abordagens estatísticas na modelagem da turbulência.

Ao longo destas últimas décadas, por meio dos rápidos progressos computacionais sucedidos, o uso de novas metodologias para a resolução das equações de governo deste complexo problema físico se tornou viável. Determinados métodos se tornaram, em razão deste progresso observado, mais habituais nestes tipos de problemas de turbulência, principalmente: as equações médias de Reynolds (*Reynolds Averaged Navier-Stokes*, RANS), Simulação de Grandes Escalas (*Large Eddy Simulation*, LES) e Simulação Numérica Direta (*Direct Numerical Simulation*, DNS) (Spalart, 2000).

A resolução completa de todos os graus de liberdade do escoamento em análise é o escopo da técnica DNS, sendo resolvido completamente o espectro de frequência da turbulência neste caso. Pelo fato do número de graus de liberdade a serem determinados ser uma função proporcional ao número de Reynolds (Re), este método é restringido a escoamentos com baixos valores de Re (Rezende, 2009).

A proeminente necessidade de soluções de escoamentos com maiores Re , onde não é permitida a técnica DNS, conduz aos métodos RANS e LES.

Na técnica LES as equações de Navier-Stokes são filtradas no espectro de frequência ou no espaço físico. O transporte de quantidade de movimento e de

energia, efetivado pelas estruturas turbulentas são resolvidos diretamente. Portanto, as equações que calculam as grandes escalas dos escoamentos turbulentos são conseguidas por meio de uma operação de filtragem espacial nas equações de continuidade e quantidade de movimento linear. Após esta filtragem, a equação obtida possui termos não determinados pela malha, de escalas menores, que são designados de tensões de Reynolds de sub-malha (*Sub Grid Scale Reynolds Stress - SGS*) que precisam ser modelados (Rezende, 2009).

Os dados sobre as menores escalas dos escoamentos turbulentos são importantes em muitos escoamentos, entretanto em frequentes casos, basta uma definição do escoamento médio. A metodologia RANS é a técnica de solução comumente aplicada para a definição do escoamento médio. As propriedades do escoamento, nesta técnica, são decompostas em um valor médio e uma flutuação relacionada à turbulência. Com o emprego desta estratégia de decomposição em todas as propriedades do fluxo consegue-se uma equação para resolução do escoamento médio por meio de uma média temporal das equações de Navier-Stokes. Conseqüentemente, com o efeito desta abordagem, há o aparecimento de termos de ordem superior nas equações, que possuem relações entre as flutuações de velocidades. A generalidade e o desempenho desta técnica, para definir os valores médios de interesse, estão sujeitos aos modelos de fechamento para a solução dos momentos de ordem superior. Esta metodologia aceita o uso de hipóteses simplificadoras, como as de escoamento bidimensional e regime permanente, podendo-se assim empregar malhas bidimensionais bem menos refinadas, e desta forma possibilitando a uma redução efetiva do esforço computacional (Abrunhosa, 2003).

2.2.1 APLICAÇÃO DOS MODELOS DE TURBULÊNCIA À PLACA PLANA INCLINADA

Collie (2005) empregou dois modelos RANS para analisar numericamente os escoamentos em torno da placa plana inclinada, experimentalmente estudada por Crompton (2001). Foram selecionados os modelos de turbulência $\kappa-\omega$ (Wilcox,

1998) e SST (Menter et al., 2003) para realizar as simulações numéricas. Collie (2005) fez suas simulações nas condições: regime permanente, escoamento bidimensional, $Re = 2,13 \times 10^5$ e para os ângulos de inclinação $\alpha = 1^\circ$ e 3° . Os resultados obtidos por Collie expuseram que o modelo SST alcançou melhores concordâncias com os resultados experimentais de Crompton (2001).

Para iguais condições de ângulos de incidência e número de Reynolds (Re) de Collie (2005), Sampaio (2006) efetuou a Simulação de Grandes Escalas (LES), entretanto com abordagem tridimensional e em regime transiente. Na sua pesquisa foi proposta uma nova modelagem para alcançar os resultados, denominada f-LES (Sampaio, 2006). Esta nova abordagem, f-LES, fundamenta-se numa representação integralmente diferenciada da interação entre as grandes e as pequenas escalas, onde é empregado um processo advectivo no lugar de um difusivo, oferecendo um amortecimento apropriado em uma parte limitada do espectro. O modelo f-LES apresentou resultados melhores com relação aos alcançados por Collie et al. (2008) para $\alpha = 1^\circ$, já que foi detectada a presença da bolha de recirculação secundária, e foi verificada uma maior concordância com os resultados experimentais.

Outras pesquisas, provenientes deste assunto, ainda foram publicadas. Em Rezende & Nieckele (2007), foram feitas análises numéricas para os ângulos de inclinação $\alpha = 1^\circ$, 3° e 5° , com os modelos SST (Menter, 2003) e de Spalart-Allmaras (Spalart & Allmaras, 1992). A anisotropia do problema foi analisada em Rezende et al. (2008), sendo empregados os modelos SST (Menter, 2003) e RSM (Launder et al, 1975; Launder & Shima, 1989). Em seguida, uma comparação entre os modelos f-LES (Sampaio, 2006) e LES Dinâmico (Germano et al, 1991; Lilly, 1992) foi apresentada em Rezende et al. (2009). Por fim, em Rezende & Nieckele (2009), motivados pelo complexo assunto, os autores apresentam resultados de uma anomalia numérica para o modelo RSM na bolha de recirculação, além de comparar estes resultados com os modelos LES Dinâmico e SST.

3 ESTUDO DA TURBULÊNCIA ATRAVÉS DAS EQUAÇÕES DE MÉDIAS DE REYNOLDS

As equações de médias de Reynolds (*Reynolds Averaged Navier-Stokes* – RANS) governam o transporte das quantidades médias do escoamento, com todo o conjunto de escalas da turbulência sendo completamente modelado e desta forma a metodologia RANS reduz o esforço e os recursos computacionais exigidos, sendo amplamente utilizada em aplicações práticas de engenharia (Collie, 2005).

As equações da metodologia RANS são definidas por meio de um conjunto de médias das equações de Navier-Stokes e da continuidade, onde as grandezas estatísticas de interesse são valores médios sobre todas as escalas de comprimento. O fator crítico desta técnica é a reprodução das tensões turbulentas que descrevem os efeitos resultantes das flutuações de pressão e velocidades.

Os três modelos RANS que se seguem foram os empregados neste estudo: Spalart-Allmaras (Spalart & Allmaras, 1992), SST $\kappa-\omega$ (Shear-Stress Transport $\kappa-\omega$) (Menter, 2003) e RSM (Reynolds Stress Model) (Launder et al, 1975; Launder & Shima, 1989). Estes modelos de turbulência foram os escolhidos porque a literatura evidencia que são os mais recomendados para aplicações aerodinâmicas.

Serão apresentadas, nas seções subsequentes, as técnicas de modelagem da turbulência usadas, posteriormente à exposição das equações governantes do problema.

3.1 EQUAÇÕES DE GOVERNO DO PROBLEMA

As equações que governam o escoamento incompressível de um fluido são as equações de conservação de massa e de quantidade de movimento linear, que são mostradas a seguir:

Equação de Conservação de Massa:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.1)$$

Equação de Conservação de Quantidade de Movimento Linear

$$\frac{Du_i}{Dt} = -\frac{1}{\nu} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \quad (3.2)$$

onde p é a pressão termodinâmica, ν é a viscosidade cinemática, u_i é o componente da velocidade na direção i , σ_{ij} é o tensor viscoso e D/Dt é a derivada material:

$$\frac{Du_i}{Dt} = \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (3.3)$$

No problema em estudo a força de gravidade pode ser desprezada e desta forma o componente g_i da aceleração da gravidade foi excluído da EQ. 3.2. A equação constitutiva da tensão viscosa, para o caso de fluido Newtoniano, é expressa por

$$\sigma_{ij} = \nu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \nu \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \quad (3.4)$$

sendo δ_{ij} o delta de kronecker.

Pela combinação da EQ. 3.1, da EQ. 3.2, da EQ. 3.3, e da EQ. 3.4, resulta na subsequente forma da equação de Navier-Stokes

$$\left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_j u_i}{\partial x_j} \right) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \quad (3.5)$$

3.2 EQUAÇÕES DE MÉDIAS DE REYNOLDS (RANS)

Impondo o conceito da decomposição de Reynolds às equações de Navier-Stokes obtém-se as equações para as variáveis médias do escoamento. Esta decomposição propõe que os valores instantâneos das variáveis dos escoamentos turbulentos se comportam como uma variação randômica em torno dos valores médios. Desta forma, a equação de decomposição de Reynolds da velocidade se torna

$$u_i = \bar{u}_i + u_i' \quad (3.6)$$

E a equação de decomposição da pressão fica

$$p = \bar{p} + p' \quad (3.7)$$

Para uma variável genérica a equação seria

$$\phi = \bar{\phi} + \phi' \quad (3.8)$$

A barra sobre a variável denota o valor médio e a aspa denota a flutuação instantânea em torno da média. A expressão do operador de média é determinada por

$$\bar{\phi} = \frac{1}{\Delta t} \int_{\Delta t} \phi dt \quad (3.9)$$

Pela própria definição da decomposição de Reynolds anteriormente descrita, pode-se afirmar que a média das flutuações é nula, logo,

$$\bar{\phi}' = 0 \quad (3.10)$$

As equações de Navier-Stokes com média de Reynolds, igualmente conhecidas na literatura como RANS - *Reynolds Averaged Navier-Stokes*, são conseguidas

através das equações de Navier-Stokes para escoamentos incompressíveis, EQ. 3.1 e EQ. 3.5, fazendo a permuta dos valores instantâneos das variáveis pelos seus respectivos valores médios mais suas flutuações e considerando as médias temporais das equações. Conseqüentemente, as equações resultantes para a modelagem RANS da continuidade e quantidade de movimento linear são as seguintes:

$$\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_j} = 0 \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \overline{u'_i u'_j} \right) \quad (3.12)$$

As equações do método RANS, EQ. 3.11 e EQ. 3.12, são similares às equações de Navier-Stokes, EQ. 3.1 e EQ. 3.5. Uma distinção entre estas equações se verifica em que as variáveis a serem resolvidas nas equações RANS são a pressão média e as velocidades médias, no lugar das variáveis instantâneas da EQ. 3.1 e da EQ. 3.5. Mais uma desigualdade é o surgimento do termo $-\overline{u'_i u'_j}$, denominado como tensão de Reynolds, que expressa os efeitos das flutuações da turbulência no escoamento médio. Com o advento do tensor de Reynolds, e assim como não existe mais qualquer equação suplementar no sistema, existem menos equações do que variáveis a serem calculadas, motivando o denominado problema de fechamento matemático da turbulência. Desta forma, para a resolução deste problema é necessário inserir uma série de modelos para analisar o tensor de Reynolds.

Duas categorias de modelos são utilizadas na metodologia estatística clássica: modelos de fechamento de segunda ordem e modelos de viscosidade turbulenta. Os modelos de fechamento de segunda ordem solucionam variantes mais simples do tensor de Reynolds, empregando diversas espécies de hipóteses e aproximações. Os modelos de viscosidade turbulenta associam a tensão de Reynolds com uma função da viscosidade turbulenta e do tensor taxa de deformação do escoamento médio. Neste estudo, optou-se analisar o escoamento sobre a placa plana fina inclinada com o método RANS, empregando três categorias de modelos, que são apresentadas e discutidas nas próximas seções.

3.2.1 HIPÓTESE DE BOUSSINESQ

Esta hipótese sugerida por Boussinesq em 1877, se fundamenta em uma relação de analogia reconhecida entre as tensões viscosas do regime laminar e as tensões turbulentas, sendo admitido que as tensões turbulentas são proporcionais ao gradiente de velocidade média do fluxo e o coeficiente de proporcionalidade usado é denominado de viscosidade turbulenta ν_t . Desempenhando, assim, uma analogia com a EQ. 3.4, e admitindo escoamento incompressível, decorre em que a tensão turbulenta fica determinada pela seguinte expressão

$$-\overline{u'_i u'_j} = \nu_t \left(\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \kappa \delta_{ij} \quad (3.13)$$

O último termo descreve a pressão dinâmica dos turbilhões, em analogia à pressão estática termodinâmica, onde κ é a energia cinética turbulenta, determinada por

$$\kappa = \frac{1}{2} \left(\overline{u'_i u'_i} \right) = \frac{1}{2} \left(\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2} \right) \quad (3.14)$$

A viscosidade molecular é uma propriedade do fluido, enquanto que a viscosidade turbulenta é uma função do escoamento. Conforme a condição local, a magnitude da viscosidade turbulenta ν_t se altera a cada ponto no domínio. Portanto, as metodologias que empregam a hipótese de Boussinesq, calculam o valor da viscosidade turbulenta em função de valores obtidos do escoamento médio.

Desta forma, a equação de conservação de quantidade de movimento linear para a modelagem RANS, fundamentada na hipótese de Boussinesq, é conseguida por meio da substituição da EQ. 3.13 na EQ. 3.12, resultando em

$$\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial t} + \overline{u}_j \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu_{ef} \left[\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i} \right] \right) \quad (3.15)$$

sendo P a pressão modificada, determinada como uma função da pressão dinâmica turbulenta e da energia cinética turbulenta,

$$P = \frac{1}{\rho} \bar{p} + \frac{2}{3} \kappa \quad (3.16)$$

onde ν_{ef} é a viscosidade efetiva dada por

$$\nu_{ef} = \nu + \nu_t \quad (3.17)$$

Somente uma equação para a viscosidade turbulenta é inserida com o uso da hipótese de Boussinesq, simplificando bastante o problema de fechamento da turbulência, porque assim não é preciso introduzir seis equações suplementares para calcular separadamente cada componente do tensor de Reynolds.

Os modelos algébricos, os modelos de uma equação diferencial e de duas equações diferenciais, são as três principais categorias de modelos de viscosidade turbulenta.

Os modelos algébricos, ou modelos de zero equação diferencial, utilizam uma especificação algébrica para o comprimento característico e a velocidade, que está relacionada com as propriedades geométricas existentes e com o fluxo médio.

Os modelos de uma equação resolvem somente uma equação diferencial parcial que prediz o transporte de uma única escala turbulenta, usada comumente no cálculo da viscosidade turbulenta em conjunto com uma segunda escala que é resolvida empregando-se relações algébricas. No caso dos modelos de duas equações diferenciais, a segunda escala de turbulência também é resolvida usando-se uma segunda equação diferencial parcial (Rezende, 2009).

Os modelos RANS empregados neste estudo são apresentados a seguir.

3.2.1.1 MODELO DE SPALART-ALLMARAS

Spalart e Allmaras (1992) conceberam este modelo para aplicações

aerodinâmicas envolvendo escoamentos com fronteiras sólidas, que utiliza apenas uma equação diferencial de transporte para a determinação da viscosidade turbulenta ν_t e por este motivo, este modelo demanda um esforço computacional menor (Rezende, 2009).

O modelo de Spalart-Allmaras (SA), basicamente desenvolvido de forma empírica, tem proporcionado bons resultados para escoamentos com gradientes de pressão adversos. Spalart e Allmaras (1992) desenvolveram o modelo para remover o caráter incompleto dos modelos algébricos e de uma equação baseados em κ , e ainda instituiu um modelo computacionalmente mais simples do que os modelos de duas equações (Pope, 2000). Neste modelo, a tensão de Reynolds não inclui um termo para representar a flutuação da pressão, sendo determinada pela expressão

$$-\overline{u'_i u'_j} = \nu_t \left(\frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i} + \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} \right) \quad (3.18)$$

A pressão modificada fica sendo igual a $P = p/\rho$ somente. A equação de transporte obtida para a viscosidade turbulenta se torna

$$\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial t} + \frac{\partial (\overline{u}_i \tilde{\nu})}{\partial x_j} = \mathbf{G}_\nu - Y_\nu + \frac{I}{\sigma_{\tilde{\nu}}} \left\{ \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\tilde{\nu} + \nu) \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right] + C_{b2} \left(\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right)^2 \right\} \quad (3.19)$$

onde $\tilde{\nu}$ é uma variável auxiliar utilizada neste modelo. O coeficiente de viscosidade turbulenta é dado por

$$\nu_t = \tilde{\nu} \mathbf{f}_{\nu t} \quad (3.20)$$

sendo $\mathbf{f}_{\nu t}$ a função de amortecimento viscoso usada para prever de maneira mais adequada a camada amortecedora e a subcamada laminar, ficando calculada como

$$\mathbf{f}_{\nu t} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + C_{\nu t}^3} \quad (3.21)$$

e,

$$\chi \equiv \frac{\tilde{\nu}}{\nu} \quad (3.22)$$

onde C_{v1} é uma constante empírica.

Na EQ. 3.19, G_ν é a produção da viscosidade turbulenta e Y_ν é a destruição da viscosidade turbulenta, que acontece na região adjacente à parede, causada pelo amortecimento viscoso e o bloqueio estabelecido pela parede (Rezende, 2009). A produção da viscosidade turbulenta é dada pela seguinte expressão

$$\mathbf{G}_\nu = \frac{1}{\rho} C_{b1} \tilde{S} \tilde{\nu} \quad (3.23)$$

sendo C_{b1} uma constante empírica, e \tilde{S} fica definida por

$$\tilde{S} = S_{SA} + \frac{\tilde{\nu}}{k^2 d^2} \mathbf{f}_{v2} \quad (3.24)$$

e,

$$\mathbf{f}_{v2} = 1 - \frac{\chi}{1 + \chi \mathbf{f}_{v1}} \quad (3.25)$$

onde S_{SA} é uma medida escalar do tensor deformação, que no modelo de Spalart-Allmaras (SA) é baseada no módulo do tensor vorticidade, k é a constante de Von Karman, e d é a distância à parede.

$$S_{SA} = |\Omega_{ij}| \quad ; \quad |\Omega_{ij}| = \sqrt{2 \Omega_{ij} \Omega_{ij}} \quad (3.26)$$

O tensor taxa de rotação do escoamento médio é calculado pela expressão

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.27)$$

A expressão definida pela EQ. 3.26 para S_{SA} é aconselhada quando a turbulência é originada apenas pela geração de vorticidade nas regiões adjacentes à parede. Porém, os resultados conseguidos com esta expressão, levam a aumentar a produção da viscosidade turbulenta, e desta maneira, fica superestimada a magnitude da viscosidade turbulenta. Conseqüentemente, os efeitos dos tensores de deformação e rotação na definição de S_{SA} devem ser combinados (Deck *et al*, 2002).

Assim, tendo em vista estas observações, uma nova definição para S_{SA} seria (Deck *et al*, 2002):

$$S_{SA} = |\Omega_{ij}| + C_{prod} \min(0, |S_{ij}| - |\Omega_{ij}|) \quad (3.28)$$

sendo $C_{prod} = 2,0$ e

$$|S_{ij}| = \sqrt{2 S_{ij} S_{ij}} \quad (3.29)$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.30)$$

O termo de destruição Y_v é calculado por

$$Y_v = \frac{1}{\rho} C_{w1} f_w \left(\frac{\tilde{v}}{d} \right)^2 \quad (3.31)$$

onde

$$f_w = E \left[\frac{1 + C_{w3}^6}{E^6 + C_{w3}^6} \right]^{1/6} \quad (3.32)$$

$$E = C_{w2} (r^6 - r) + r \quad (3.33)$$

$$r = \frac{\tilde{v}}{\tilde{S} k^2 d^2} \quad (3.34)$$

Na TAB. 3.1 as constantes empíricas do modelo Spalart-Allmaras são apresentadas.

TAB. 3.1 - Constantes Empíricas do Modelo Spalart-Allmaras (Rezende, 2009)

Constante	Valor	Constante	Valor
C_{b1}	0,1355	C_{w3}	2,0
C_{b2}	0,622	C_{v1}	7,1
C_{w1}	$\frac{C_{b1}}{k^2} + \frac{(1+C_{b2})}{\sigma_{\bar{v}}}$	$\sigma_{\bar{v}}$	2 / 3
C_{w2}	0,3	k	0,41

3.2.1.2 MODELO κ - ε PADRÃO

O modelo de turbulência de duas equações diferenciais mais freqüentemente usado nas últimas três décadas tem sido o modelo κ - ε padrão (Jones e Launder, 1972; Launder e Sharma, 1974). Este modelo resolve duas equações de transporte para a energia cinética turbulenta κ e para a dissipação da energia cinética turbulenta por unidade de massa ε . A EQ. 3.14 define o cálculo de κ .

A energia cinética turbulenta descreve a energia cinética dos vórtices das grandes escalas de comprimento e sua dimensão é dada por $m^2.s^{-2}$, e, assim, a escala de velocidade turbulenta do escoamento pode ser representado como $\kappa^{1/2}$. A equação exata para κ é dada por

$$\frac{\partial \kappa}{\partial t} + \bar{u}_i \frac{\partial \kappa}{\partial x_i} = \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} - \frac{1}{2} \overline{u_i' u_i' u_j'} - \frac{1}{\rho} \overline{p' u_j'} \right] \quad (3.35)$$

onde a dissipação por unidade de massa ε é definida pela correlação

$$\varepsilon \equiv \nu \overline{\frac{\partial u_i'}{\partial x_k} \frac{\partial u_i'}{\partial x_k}} \quad (3.36)$$

Os termos na EQ. 3.35 podem ser interpretados como segue:

$\frac{\partial \kappa}{\partial t} + \bar{u}_i \frac{\partial \kappa}{\partial x_i}$: O termo transiente e o termo convectivo somados são denominados como a derivada material de κ e pode ser descrito como a taxa de variação de κ ao longo de uma linha de corrente.

$\tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}$: Produção de κ . A taxa em que a energia cinética turbulenta é gerada devido ao trabalho realizado pelo escoamento principal.

ε : Dissipação de κ . A taxa em que a energia cinética turbulenta é convertida para energia térmica através da ação da viscosidade.

$\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \right)$: Difusão Molecular de κ . A difusão de κ pelo processo de transporte molecular natural do fluido.

$\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{1}{2} \overline{u_i' u_i' u_j'} \right)$: Transporte turbulento de κ . A taxa em que a energia cinética turbulenta é transportada através do fluido pelas flutuações turbulentas.

$\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{1}{\rho} \overline{p' u_j'} \right)$: Difusão de κ pela pressão. O transporte turbulento de κ devido à correlação entre as flutuações de velocidade e as flutuações de pressão.

Para fechar a EQ. 3.35 é necessário modelar as correlações desconhecidas das flutuações da turbulência que surgem nos termos de transporte turbulento e de difusão pela pressão. Isto é obtido da mesma forma da usada na aproximação de Boussinesq, utilizando a aproximação de gradiente de difusão, que assume que o transporte turbulento de uma propriedade escalar é relacionada proporcionalmente à média local de fluxo gradiente dessa propriedade, i. e., $-\overline{u_j' \phi'} \cong \nu_t \partial \Phi / \partial x_j$. Infelizmente, não há aproximação equivalente para o termo de difusão pela pressão e, conseqüentemente, tornou-se prática comum agrupar estes termos em conjunto como

$$\frac{1}{2} \overline{u_i' u_i' u_j'} + \frac{1}{\rho} \overline{p' u_j'} = -\frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \quad (3.37)$$

Onde σ_k é um coeficiente de fechamento calibrado para escoamentos homogêneos.

Usando esta aproximação a equação de κ fica

$$\frac{\partial \kappa}{\partial t} + \bar{u}_i \frac{\partial \kappa}{\partial x_i} = \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \nu_t / \sigma_\kappa) \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \right] \quad (3.38)$$

A segunda equação de transporte que é resolvida no modelo κ - ε padrão é para a dissipação da energia cinética turbulenta por unidade de massa, ε . A equação de ε é baseada na sua equação exata, sendo dada por

$$2\nu \frac{\partial u_i'}{\partial x_j} \frac{\partial}{\partial x_j} [N(u_i)] = 0 \quad (3.39)$$

onde $N(u_i)$ é o operador Navier-Stokes, definido por

$$N(u_i) = \rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial p}{\partial x_i} - \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_k \partial x_k} \quad (3.40)$$

Desta forma a equação exata de ε é expressa por

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \bar{u}_i \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} = & -2\nu \left[\overline{u'_{ij} u'_{j,k} + u'_{kj} u'_{k,j}} \right] \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - 2\nu \overline{u'_k u'_{ij}} \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_k} \\ & - 2\nu \overline{u'_{i,k} u'_{i,m} u'_{k,m}} - 2\nu^2 \overline{u'_{i,km} u'_{i,km}} \\ & + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} - \nu \overline{u'_j u'_{i,m} u'_{i,m}} - 2 \frac{\nu}{\rho} \overline{p'_m u'_{j,m}} \right] \end{aligned} \quad (3.41)$$

Esta equação é muito mais complicada que a equação exata de κ e envolve várias novas correlações de segunda e de terceira ordem das flutuações de velocidade, pressão e gradientes de velocidade, que são desconhecidas. A dissipação da energia cinética turbulenta ocorre nos pequenos turbilhões onde a energia cinética dos menores movimentos é convertida em energia térmica pela

ação da viscosidade molecular. Assim a equação exata de ε descreve os processos dos pequenos turbilhões e, por isso, usa-se ε para determinar a viscosidade turbulenta, que realmente deveria ser definida pelas grandes escalas de comprimento. Além disso, as correlações desconhecidas na EQ. 3.41 são aproximadas utilizando expressões baseadas nos movimentos dos grandes turbilhões e não dos menores. Portanto, está realmente sendo usada a equação de ε modelada para descrever a taxa de transferência de energia a partir dos grandes turbilhões para os pequenos. Assim, uma vez que a equação de ε realmente modela a transferência de energia nas grandes escalas, não é surpreendente que a equação modelada para ε tem pouca relação com a sua equação exata. Conseqüentemente, o fraco desempenho do modelo κ - ε é muitas vezes atribuído à esta equação de transporte de ε .

O modelo κ - ε padrão descrito por Jones e Launder (1972) tem as seguintes equações:

Viscosidade turbulenta:

$$\nu_t = C_\mu \kappa^2 / \varepsilon \quad (3.42)$$

Energia cinética turbulenta:

$$\frac{\partial \kappa}{\partial t} + \overline{u_i} \frac{\partial \kappa}{\partial x_i} = \tau_{ij} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} - \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \nu_t / \sigma_\kappa) \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \right] \quad (3.43)$$

Taxa de dissipação da energia cinética turbulenta:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \overline{u_j} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{\kappa} \tau_{ij} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{\kappa} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \nu_t / \sigma_\varepsilon) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] \quad (3.44)$$

Coefficientes de fechamento e relações auxiliares:

$$C_{\varepsilon 1}=1.44; C_{\varepsilon 2}=1.92; C_{\mu}=0.09; \sigma_k=1.0; \sigma_{\varepsilon}=1.3; \quad (3.45)$$

$$\omega = \varepsilon / (C_{\mu} \kappa); l_{mis} = C_{\mu} \kappa^{3/2} / \varepsilon; u_{mis} = \kappa^{1/2}$$

Estes coeficientes de fechamento são obtidos a partir de experimentos com escoamentos turbulentos com camada cisalhante livre e escoamentos turbulentos com decaimento de isotropia.

O tensor de Reynolds τ_{ij} é calculado usando uma equação ligeiramente diferente da aproximação de Boussinesq, apresentada na EQ. 3.13, e fica neste modelo sendo obtido por

$$\tau_{ij} = 2\nu_t S_{ij} - \frac{2}{3} \kappa \delta_{ij} \quad (3.46)$$

onde δ_{ij} é o delta de Kronecker. A EQ. 3.46 é a forma da aproximação de Boussinesq que é normalmente usada para os modelos de turbulência de duas equações diferenciais.

Este modelo tem dado bons resultados para uma vasta gama de escoamentos simples. No entanto, devido à sua ampla utilização, as suas deficiências são bem conhecidas. A mais evidente delas é que o modelo κ - ε padrão é impreciso nas proximidades de gradientes de pressão adversos (Wilcox, 1998).

3.2.1.3 MODELO κ - ω

No modelo κ - ω a equação modelada de κ é resolvida juntamente com uma equação para a taxa específica de dissipação da energia cinética turbulenta, $\omega = \varepsilon / \kappa$. Comumente ω é visto como a frequência característica do processo de decaimento da turbulência sendo que o inverso de ω é a escala de tempo em que dissipação da energia turbulenta ocorre. Embora a dissipação ocorra em nível molecular, a sua taxa real é definida pela taxa de transferência de energia ao longo do espectro de comprimentos e, portanto, ω é definida pelas grandes escalas de

movimentos e está intimamente relacionada com as propriedades do escoamento médio.

O primeiro modelo de turbulência de duas equações foi o modelo $\kappa-\omega$ de Kolmogorov (1942). Enquanto o modelo de Kolmogorov foi um passo pioneiro na modelagem da turbulência, sua equação de ω possui diversas falhas, sendo a mais notável que o modelo não contém um termo usado para descrever a produção de ω . Produção de ω pode ser interpretada como o efeito que o trabalho realizado pelo escoamento médio sobre o espectro de comprimentos da turbulência possui sobre a taxa de dissipação específica.

O modelo $\kappa-\omega$ mais popular é o de Wilcox (1988) que é comumente referido como modelo $\kappa-\omega$ padrão, que possui as seguintes equações:

Viscosidade turbulenta:

$$\nu_t = \frac{\kappa}{\omega} \quad (3.47)$$

Energia cinética turbulenta:

$$\frac{\partial \kappa}{\partial t} + \bar{u}_i \frac{\partial \kappa}{\partial x_i} = \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \beta^* \kappa \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \sigma_k \nu_t) \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \right] \quad (3.48)$$

Taxa de dissipação específica:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \alpha \frac{\omega}{\kappa} \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \beta \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \sigma_\omega \nu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \quad (3.49)$$

Coefficientes de fechamento e relações auxiliares:

$$\begin{aligned} \alpha=5/9; \quad \beta=0.075; \quad \beta^*=0.09; \quad \sigma_k=0.5; \quad \sigma_\omega=0.5; \\ \varepsilon=\beta^* \omega \kappa; \quad l_{mis}=\kappa^{1/2}/\omega \end{aligned} \quad (3.50)$$

Ao contrário da equação do modelo $\kappa-\omega$ de Kolmogorov, a equação de ω no modelo $\kappa-\omega$ de Wilcox não é derivada de uma equação exata, mas sim da análise dimensional e do raciocínio físico. Wilcox tem demonstrado que o modelo não só funciona bem para os escoamentos de cisalhamento livres e escoamentos sobre placas planas com camada limite, mas também para os fluxos mais complexos com gradientes adversos de pressão e os fluxos separados (Wilcox, 1998).

A deficiência principal do modelo $\kappa-\omega$ padrão é que ele tem uma grande dependência da condição de contorno na corrente livre para ω (Wilcox, 1991; Menter, 1992). Tem sido demonstrado que se o valor de ω em interfaces turbulentas / não-turbulentas é muito baixo, valores espúrios de viscosidade turbulenta aparecem nesta interface. Reduzindo o valor de ω na corrente livre para zero, pode alterar a viscosidade turbulenta dentro de uma camada limite sobre placa plana em até 100% (Wilcox, 1998).

O problema da dependência na corrente livre pode ser evitado pela aplicação de condições de contorno para ω na corrente livre suficientemente grandes, ou através da aplicação de um valor mínimo para ω em todo o domínio. Este método funciona bem para simulações de camada limite onde os valores de ω próximos da região da parede se aproximam de infinito e, portanto, não poderão estar sendo influenciados pelos valores de ω na região não-turbulenta. No entanto, isto não é uma solução válida para o problema de escoamentos de cisalhamento livres onde os valores de ω dentro da região turbulenta podem ser de magnitude comparável aos valores necessários de ω na região não-turbulenta. O tema da dependência de ω na corrente livre será ainda discutida nas seções seguintes, onde algumas soluções para o problema são fornecidas.

3.2.1.4 COMPARAÇÃO ENTRE OS MODELOS $\kappa-\varepsilon$ E $\kappa-\omega$

Se a equação modelada de ε do modelo $\kappa-\varepsilon$ padrão é escrita em termos de ω ,

então pode ser observado que os modelos $\kappa-\varepsilon$ e $\kappa-\omega$ são similares. A equação de ε escrita em termos de ω é dada por

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \alpha \frac{\omega}{\kappa} \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \beta \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \sigma_\omega \nu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \\ + 2 \frac{(\nu + \sigma_\omega \nu_t)}{\kappa} \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} + \frac{\omega}{\kappa} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\sigma - \sigma^*) \nu \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \right] \end{aligned} \quad (3.51)$$

onde $\beta^* = C_\mu$ e $\alpha, \beta, \sigma,$ e σ^* são obtidos através das funções de fechamento do modelo $\kappa-\varepsilon$. Se por simplicidade, apenas sendo considerado o comportamento do modelo fora das regiões viscosas (onde $\nu_t \ll \nu$), então a única diferença entre os modelos $\kappa-\varepsilon$ e $\kappa-\omega$ é o termo

$$2 \frac{\sigma \nu_t}{\kappa} \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (3.52)$$

Este é um termo de difusão cruzada, que é muitas vezes escrito sob a forma (Wilcox, 1998)

$$\sigma_d \frac{1}{\omega} \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (3.53)$$

onde σ_d é uma constante. O termo de difusão cruzada não representa qualquer processo de escoamento natural e, portanto, a omissão deste termo no modelo $\kappa-\omega$ não pode ser vista como não-física. O termo de difusão cruzada é apenas um termo que surge devido a uma mudança formal de variáveis. Vários autores têm utilizado termos de difusão cruzada para combinar os modelos $\kappa-\varepsilon$ e $\kappa-\omega$. Por exemplo, na próxima seção, Menter(1992) utiliza termos de difusão cruzada para criar um modelo que se comporta como o modelo $\kappa-\omega$ perto de paredes e como o modelo $\kappa-\varepsilon$ fora da camada limite, sendo que com esta estratégia este pesquisador eliminou com êxito o problema da dependência da corrente livre do modelo $\kappa-\omega$.

Wilcox (1998) apresentou um modelo $\kappa-\omega$ novo que melhora a precisão do modelo $\kappa-\omega$ padrão para escoamentos de cisalhamento livre e reduz a dependência da corrente livre do modelo, desde que os valores de ω nas fronteiras da corrente livre estejam próximos de zero. O novo modelo $\kappa-\omega$ inclui novos coeficientes para os termos de dissipação nas equações de κ e ω . O novo coeficiente para a dissipação de κ baseia-se no termo de difusão cruzada EQ. 3.53 e é projetado para melhorar a dissipação de κ em regiões de cisalhamento livre e não-turbulentas do fluxo. Isto serve para remover os níveis espúrios de viscosidade turbulenta nas interfaces turbulenta / não-turbulenta, tais como a borda externa da camada limite. Dentro das camadas limite as alterações são projetadas para ter uma influência desprezível.

O modelo $\kappa-\omega$ padrão possui algumas vantagens sobre o modelo $\kappa-\varepsilon$ padrão:

1. É difícil especificar condições de contorno para ambos ε e ω nas fronteiras sólidas, onde ω é singular e ε é indefinido. No entanto, soluções precisas para ω ainda podem ser encontradas, quando um finito (mas grande) valor de ω é especificado na parede. Isto não é possível para a equação de ε , como não há relação algébrica óbvia que descreva o comportamento perto da parede de ε .
2. A equação de ω , tal como está no modelo $\kappa-\omega$ padrão, se mantém correta ao longo de uma camada limite turbulenta, e fornece uma previsão precisa da constante B , da equação da lei de parede na região logarítmica. A equação de ε requer modificações (funções de amortecimento viscoso (Launder e Sharma, 1974)) para a integração precisa através da subcamada viscosa.
3. Os efeitos da rugosidade da superfície podem ser convenientemente incorporados utilizando a condição de contorno de parede para ω .
4. A equação de ω fornece uma solução mais aprimorada para a região viscosa em escoamentos sujeitos a gradientes de pressão adversos. O modelo $\kappa-\varepsilon$ superestima a escala de comprimento da turbulência nesta região e, conseqüentemente, também

superestima a viscosidade turbulenta. Esta é a razão para a ineficaz previsão da separação do escoamento que é típica para os modelos κ - ε .

5. Em muitas situações de escoamentos a equação de ω é mais estável numericamente, e menos rígida em comparação com a equação de ε , permitindo maiores passos de tempo.

As duas primeiras deficiências da equação de ε são muitas vezes tratadas com diversos tratamentos de parede. O mais comum destes tratamentos são as funções de parede, onde nenhum cálculo é executado na região próxima da parede e, em vez disso, a solução é forçada a se convergir para a solução da região logarítmica. Outra abordagem comum é modelar a região próxima da parede com um modelo de uma equação, que resolve uma equação de transporte para κ e encontra ε usando funções algébricas baseadas na distância à parede.

3.2.1.5 MODELO SST κ - ω

Menter (1992) mostrou que a introdução de difusão cruzada na forma da EQ. 3.53 pode reduzir a dependência da corrente livre do modelo κ - ω . O principal efeito da difusão cruzada em escoamentos de cisalhamento livres é aumentar a produção de ω , o que conseqüentemente aumenta a dissipação de κ . Menter escolheu introduzir a difusão cruzada de uma forma não uniforme através da multiplicação do termo de difusão cruzada com “funções de mistura”, com base na distância para a parede mais próxima (Menter, 1993; Menter, 1994). Estas funções de mistura são iguais à zero na borda interna de uma camada limite turbulenta e têm um valor unitário na borda exterior da camada. Conseqüentemente, o modelo se comporta como o modelo κ - ε longe das paredes e como o modelo κ - ω na região próxima da parede. Desta maneira o bom desempenho da camada limite do modelo κ - ω padrão é mantido, enquanto são acrescentados resultados mais confiáveis do modelo κ - ε nos escoamentos com camadas cisalhantes livres.

Menter desenvolveu o modelo de turbulência SST $\kappa-\omega$ (Shear-Stress Transport $\kappa-\omega$) baseando-se nesta abordagem zonal. O modelo SST $\kappa-\omega$ é idêntico ao modelo $\kappa-\omega$ padrão na primeira metade do interior da camada limite, mas muda gradualmente para o modelo $\kappa-\varepsilon$ na metade exterior da camada. O modelo SST $\kappa-\omega$ utiliza uma nova definição da viscosidade turbulenta, que se acredita fornecer uma melhor representação do transporte das tensões de cisalhamento turbulentas em camadas limite com gradientes de pressão adversos (Menter, 1993). A relação de Menter da viscosidade turbulenta para o modelo SST $\kappa-\omega$, ou simplesmente SST, é baseada na suposição de Bradshaw de que, em escoamentos de camada limite a tensão de cisalhamento de Reynolds é proporcional à energia cinética turbulenta (Bradshaw, Ferriss e Atwell, 1967), ou seja,

$$\tau = a_1 \kappa \quad (3.54)$$

onde $a_1=0,3$ e τ é a tensão de cisalhamento de Reynolds. A relação de Bradshaw tem sido confirmada por um grande número de experimentos de camada limite (Menter, 1993). Para a maioria dos modelos de duas equações a relação para o tensor de Reynolds é dada por

$$\tau_{ij} = 2C_\mu \frac{\kappa^2}{\varepsilon} S_{ij} - \frac{2}{3} \kappa \delta_{ij} = 2 \frac{\kappa}{\omega} S_{ij} - \frac{2}{3} \kappa \delta_{ij} \quad (3.55)$$

Esta relação pode ser reescrita para fornecer a tensão de cisalhamento de Reynolds,

$$\tau = a_1 \kappa \sqrt{\frac{(\text{PRODUÇÃO})_\kappa}{(\text{DISSIPACÃO})_\kappa}} \quad (3.56)$$

onde

$$(\text{PRODUÇÃO})_\kappa = \tau_{ij} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} = 4 \frac{\kappa}{\omega} S_{ij}^2 \quad (3.57)$$

e

$$(DISSIPAC\tilde{A}O)_{\kappa} = \beta^* \kappa \omega = a_1^2 \kappa \omega \quad (3.58)$$

Para as camadas limite de equilíbrio, a produção de energia cinética turbulenta corresponde a sua dissipação e, portanto, os modelos de duas equações predizem as tensões de cisalhamento de Reynolds como sendo equivalentes à EQ. 3.54. No entanto, para gradientes de pressão adversos a razão da produção para a dissipação na equação de κ pode ser significativamente maior do que um. Não há nenhuma evidência experimental de que a razão de $|\tau| / \kappa$ aumenta para valores maiores do que a_1 , portanto, a EQ. 3.55 é inadequada para os escoamentos com gradientes de pressão adversos. Por conseguinte, Menter postulou que uma forma mais apropriada para a viscosidade turbulenta é a utilização da EQ. 3.54 em gradientes de pressão adversos e a relação padrão EQ. 3.55, numa outra forma. Isto levou à forma da EQ. 3.59 para o modelo SST.

O modelo SST possui as seguintes equações:

Viscosidade turbulenta:

$$\nu_t = \frac{a_1 \kappa}{\max(a_1 \omega ; S F_2)} \quad (3.59)$$

Energia cinética turbulenta:

$$\frac{\partial \kappa}{\partial t} + \bar{u}_i \frac{\partial \kappa}{\partial x_i} = \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \beta^* \kappa \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \sigma_{\kappa} \nu_t) \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \right] \quad (3.60)$$

Taxa de dissipação específica:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \bar{u}_i \frac{\partial \omega}{\partial x_i} = \alpha \frac{\omega}{\kappa} \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \beta \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \sigma_{\omega} \nu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + (1 - F_1) 2 \sigma_d \frac{1}{\omega} \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (3.61)$$

Coeficientes de fechamento e relações auxiliares:

Seja ϕ uma constante do modelo SST e sejam ϕ_1 e ϕ_2 constantes empíricas dos modelos $\kappa-\omega$ e $\kappa-\varepsilon$, respectivamente.

Constantes empíricas ϕ_1 do modelo $\kappa-\omega$ padrão:

$$\begin{aligned} \beta_1=0.075 ; \beta^*=0.09 ; \sigma_{k1}=0.5 ; \sigma_{\omega1}=0.5 ; \\ \sigma_{\alpha1}=0.856 ; \alpha_1=5/9 ; \end{aligned} \quad (3.62)$$

Constantes empíricas ϕ_2 do modelo $\kappa-\varepsilon$ padrão:

$$\begin{aligned} \beta_2= 0.0828 ; \beta^*=0.09 ; \sigma_{k2}=1.0 ; \sigma_{\omega2}=0.856 ; \\ \sigma_{\alpha2}=0.856 ; \alpha_2=0.44 ; \end{aligned} \quad (3.63)$$

As constantes ϕ do modelo SST são obtidas utilizando a função de mistura F_1 entre as constantes ϕ_1 ($\kappa-\omega$) e ϕ_2 ($\kappa-\varepsilon$), através da seguinte expressão

$$\phi = F_1\phi_1 + (1 - F_1)\phi_2 \quad (3.64)$$

sendo F_1 calculada por

$$F_1 = \tanh\left\{\left(\arg_1\right)^4\right\} \quad (3.65)$$

e

$$\arg_1 = \min \left[\max \left(\frac{\sqrt{\kappa}}{\beta^* \omega y} ; \frac{500 \nu}{y^2 \omega} \right) ; \frac{4 \rho \sigma_{\omega 2} \kappa}{CD_{\kappa \omega} y^2} \right] \quad (3.66)$$

onde β^* e $\sigma_{\omega 2}$ são constantes empíricas, y é a distância à parede, e $CD_{\kappa \omega}$ é a parte positiva do termo de difusão cruzada, calculada por

$$CD_{\kappa\omega} = \max\left(2\rho\sigma_d \frac{1}{\omega} \frac{\partial\kappa}{\partial x_j} \frac{\partial\omega}{\partial x_j}; 10^{-10}\right) \quad (3.67)$$

A função de mistura para viscosidade turbulenta é determinada por

$$F_2 = \tanh\left\{\left(\arg_2\right)^2\right\} \quad (3.68)$$

onde

$$\arg_2 = \max\left(2\frac{\sqrt{\kappa}}{\beta^*\omega y}; \frac{500\nu}{y^2\omega}\right) \quad (3.69)$$

Estas funções de mistura foram obtidas através de calibração com escoamentos de camada limite e de cisalhamento livre.

Em comparação com o modelo κ - ω padrão, o modelo SST tem demonstrado ter uma redução substancial com relação à dependência nas condições de contorno de corrente livre (Menter,1993; Menter,1994). Este modelo tem obtido bons resultados para os fluxos que envolvem gradientes de pressão adversos e separação. Isto é principalmente devido à sua relação modificada da viscosidade turbulenta (Menter,1993; Menter,1994).

3.2.2 EQUAÇÕES DE TRANSPORTE DO TENSOR DE REYNOLDS – MODELO RSM

Embora seja reconhecido o desempenho dos modelos de turbulência baseados na hipótese de Boussinesq na solução de variados tipos de escoamentos turbulentos, tais modelos mostram determinadas inabilidades, usualmente causadas pelas limitações geradas pelo conceito de viscosidade turbulenta (Rezende, 2009).

Uma outra possibilidade para o fechamento das equações RANS incide em se obter equações diretas para o transporte das tensões de Reynolds (*Reynolds Stress*

Model – RSM). Em conseqüência disso, estes modelos são geralmente referenciados na literatura como modelos de segunda ordem ou de fechamento direto (Launder, 1989 ; Launder & Shima, 1989).

Pode-se conseguir as equações de transporte para as tensões de Reynolds através das equações de Navier-Stokes e das equações de médias de Reynolds, EQ. 3.5 e EQ. 3.12. Para escoamentos incompressíveis estas equações ficam na forma

$$\frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial t} + \overline{u'_\ell} \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_\ell} = D_{ij} + P_{ij} + \Phi_{ij} - \varepsilon_{ij} \quad (3.70)$$

sendo D_{ij} o termo de transporte difusivo,

$$D_{ij} = \frac{\partial}{\partial x_\ell} \left[\nu \frac{\partial}{\partial x_\ell} (\overline{u'_i u'_j}) \right] - \frac{\partial}{\partial x_\ell} \left[\overline{u'_i u'_j u'_\ell} + \frac{\overline{p'}}{\rho} (\delta_{\ell j} u'_i + \delta_{i\ell} u'_j) \right] \quad (3.71)$$

P_{ij} o termo de produção de tensão definido por

$$P_{ij} = - \left[\overline{u'_i u'_\ell} \frac{\partial \overline{u'_j}}{\partial x_\ell} + \overline{u'_j u'_\ell} \frac{\partial \overline{u'_i}}{\partial x_\ell} \right] \quad (3.72)$$

Φ_{ij} é o termo de pressão calculado por

$$\Phi_{ij} = \frac{\overline{p'}}{\rho} \left[\frac{\partial \overline{u'_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u'_j}}{\partial x_i} \right] \quad (3.73)$$

e ε_{ij} é o termo de dissipação viscosa, dado por

$$\varepsilon_{ij} = 2 \nu \left[\overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_\ell} \frac{\partial u'_j}{\partial x_\ell}} \right] \quad (3.74)$$

Serão apresentadas detalhadamente, nas seções subsequentes, todas as modelagens mencionadas.

3.2.2.1 MODELAGEM DO TERMO DE TRANSPORTE DIFUSIVO (D_{ij})

A existência do termo de correlação tripla entre as flutuações de velocidade, $\overline{u'_i u'_j u'_\ell}$, é o principal problema intrínseco à preparação de modelagens para o processo físico de difusão turbulenta. Daly & Harlow (1970) propuseram o seguinte modelo, EQ. 3.75, para resolver este termo, usando a hipótese da difusão gradiente generalizada.

$$D_{ij} = \frac{\partial}{\partial x_\ell} \left[\nu \frac{\partial}{\partial x_\ell} (\overline{u'_i u'_j}) \right] + c_s \frac{\partial}{\partial x_\ell} \left[\frac{\kappa}{\varepsilon} \overline{u'_k u'_\ell} \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_k} \right] \quad (3.75)$$

Contudo, o uso da EQ. 3.75 pode implicar em instabilidades numéricas. Este problema pode ser solucionado por meio de um modelo de difusão gradiente simplificado (Lien & Leschziner, 1994), observado na EQ. 3.76, com uma difusividade turbulenta escalar, que portanto apresenta um caráter isotrópico.

$$D_{ij} = \frac{\partial}{\partial x_\ell} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\kappa} \right) \frac{\partial}{\partial x_\ell} (\overline{u'_i u'_j}) \right] \quad (3.76)$$

Com $\sigma_\kappa = 0,82$, e a viscosidade turbulenta definida como no modelo $\kappa - \varepsilon$, pela seguinte expressão (Rezende, 2009)

$$v_t = C_\mu \frac{\kappa^2}{\varepsilon} \quad (3.77)$$

sendo $C_\mu = 0,09$. A energia cinética turbulenta κ é calculada pela EQ. 3.14.

3.2.2.2 MODELAGEM DO TERMO DE DISSIPACÃO TURBULENTA (ε_{ij})

O ajuste do termo dissipativo é similar ao utilizado no modelo $\kappa-\varepsilon$, estando suposto neste caso que o processo de dissipação viscosa acontece de uma forma isotrópica nas menores escalas, resultando assim em

$$\varepsilon_{ij} = \frac{2}{3} \varepsilon \delta_{ij} \quad (3.78)$$

A taxa de dissipação da energia cinética turbulenta ε é resolvida por meio de sua equação de transporte (EQ. 3.79), proposta por Hanjalic (1994).

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial \overline{u_j} \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + \left[\frac{c_{1\varepsilon} P_{ii}}{\rho} - c_{2\varepsilon} \varepsilon \right] \frac{\varepsilon}{\kappa} \quad (3.79)$$

As constantes da EQ. 3.79 são apresentadas na TAB. 3.2.

TAB. 3.2 - Constantes do modelo RSM para equação de ε

Constante	Valor
$c_{1\varepsilon}$	1,44
$c_{2\varepsilon}$	1,92
σ_ε	0,5

3.2.2.3 MODELAGEM DO TERMO DE PRESSÃO Φ_{ij} - MODELO LRR

O modelo LRR (Launder, Reece & Rody, 1975) foi um dos primeiros modelos de segunda ordem a ser instituído. Empregando uma técnica de eliminação da flutuação da pressão por meio da equação de Poisson (Launder & Sandham, 2001), se deduz que a relação pressão-deformação pode ser decomposta em dois termos:

$$\Phi_{ij} = \Phi_{ij,1} + \Phi_{ij,2} \quad (3.80)$$

O termo $\Phi_{ij,1}$ avalia o auxílio das interações das flutuações da velocidade para a redistribuição, e $\Phi_{ij,2}$ é a contribuição subordinada ao gradiente de velocidade média, ou seja, a deformação média (Rezende, 2009).

Cada contribuição da EQ. 3.80 é normalmente modelada individualmente. Rotta (1951) sugeriu modelar a primeira parte, assumindo que $\Phi_{ij,1}$ é proporcional à anisotropia da turbulência, resultando assim na seguinte equação

$$\Phi_{ij,1} = -C_{LRR,1} \frac{\varepsilon}{\kappa} \left[\overline{u_i' u_j'} - \frac{2}{3} \kappa \delta_{ij} \right] \quad (3.81)$$

Para a segunda parcela da EQ. 3.80, relativa ao gradiente da velocidade média, foi desenvolvido o modelo a seguir (Launder et al., 1975; Naot et al., 1970)

$$\Phi_{ij,2} = -C_{LRR,2} \left(P_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} P_{kk} \right) \quad (3.82)$$

O modelo LRR foi transformado (Gibson & Launder, 1978), para estarem incorporados os efeitos de parede, originando a expressão

$$\Phi_{ij} = \Phi_{ij,1} + \Phi_{ij,2} + \Phi_{ij,w} \quad (3.83)$$

onde o termo $\Phi_{ij,w}$ é definido como

$$\begin{aligned} \Phi_{ij,w} = & C_{LRR,3} \frac{\varepsilon}{\kappa} \left(\overline{u'_k u'_m} n_k n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2} \overline{u'_i u'_k} n_j n_k - \frac{3}{2} \overline{u'_i u'_k} n_j n_k \right) f_w + \\ & + C_{LRR,4} \left(\phi_{km,2} n_k n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2} \phi_{ik,2} n_j n_k - \frac{3}{2} \phi_{jk,2} n_i n_k \right) f_w \end{aligned} \quad (3.84)$$

e n_i é o componente unitário da direção i normal à parede. O termo $\Phi_{ij,w}$ cresce as tensões cisalhantes paralelas à parede, enquanto amortece a tensão normal perpendicular à parede.

A função de escala f_w causa um abrandamento da contribuição do termo $\Phi_{ij,w}$ conforme o fluxo se distancia da parede, ficando calculado por (Rezende, 2009)

$$f_w = \frac{\kappa^{3/2} / \varepsilon}{2,5d} \quad (3.85)$$

sendo d a distância à parede.

Launder & Shima (1989) sugeriram que os valores de $C_{LRR,1}$, $C_{LRR,2}$, $C_{LRR,3}$ e $C_{LRR,4}$ consistam em funções das invariáveis das tensões de Reynolds e do número de Reynolds turbulento, calculado por

$$Re_t = (\kappa^2 / \nu \varepsilon) \quad (3.86)$$

com estas constantes formuladas por

$$C_{LRR,1} = 1 + 2,58A\sqrt{A_2} \left\{ 1 - \exp\left[-(0,0067Re_t)^2\right] \right\} \quad (3.87)$$

$$C_{LRR,2} = 0,75\sqrt{A_2} \quad (3.88)$$

$$C_{LRR,3} = -\frac{2}{3}C_{LRR,1} + 1,67 \quad (3.89)$$

$$C_{LRR,4} = \max \left[\frac{\frac{2}{3}C_{LRR,2} - \frac{1}{6}}{C_{LRR,2}}, 0 \right] \quad (3.90)$$

O parâmetro A e os invariantes A_2 e A_3 são calculados pelas expressões

$$A = \left[1 - \frac{9}{8}(A_2 - A_3) \right] \quad (3.91)$$

$$A_2 = a_{ik}a_{ki} \quad (3.92)$$

$$A_3 = a_{ik}a_{kj}a_{ji} \quad (3.93)$$

a_{ij} é o tensor anisotrópico dado por

$$a_{ij} = \left(\frac{-\overline{u'_i u'_j} + \frac{2}{3}\kappa\delta_{ij}}{\kappa} \right) \quad (3.94)$$

3.2.2.4 EQUAÇÃO DE TRANSPORTE DO MODELO RSM

Deste modo, tendo em vista as modelagens anteriormente descritas, a equação de transporte completa para o modelo RSM é dada pela expressão

$$\begin{aligned} \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial t} + \overline{u_\ell} \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_\ell} &= \frac{\partial}{\partial x_\ell} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\kappa} \right) \frac{\partial}{\partial x_\ell} (\overline{u'_i u'_j}) \right] - \\ &- \left[\overline{u'_i u'_\ell} \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_\ell} + \overline{u'_j u'_\ell} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_\ell} \right] + \Phi_{ij,1} + \Phi_{ij,2} + \Phi_{ij,w} - \frac{2}{3} \varepsilon \delta_{ij} \end{aligned} \quad (3.95)$$

Nota-se que neste modelo, para o caso bidimensional, existem mais quatro equações de transporte ($\overline{u'u'}$, $\overline{v'v'}$, $\overline{u'v'}$ e \mathcal{E}) a serem solucionadas, além das equações da conservação da quantidade de movimento linear e da continuidade.

3.2.2.5 TRATAMENTO DO MODELO RSM PRÓXIMO À PAREDE

Os modelos SST $\kappa-\omega$ e de Spalart-Allmaras (SA) foram desenvolvidos para serem empregados através de camadas limite, e desta maneira ocorre uma imposição de um maior refinamento da malha junto à região da parede, resultando em $y^+ \cong 1$. O valor de y^+ é calculado por

$$y^+ = \frac{u_\tau d}{\nu} \quad (3.96)$$

onde d é a distância à parede, u_τ é a velocidade de atrito, e τ_s é a tensão cisalhante na parede, definidos pela EQ. 3.97 e pela EQ. 3.98, respectivamente.

$$u_\tau = \sqrt{\frac{|\tau_s|}{\rho}} \quad (3.97)$$

$$\tau_s = \mu \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right)_{d=0} \quad (3.98)$$

O modelo RSM foi projetado primeiramente para escoamentos turbulentos sem a influência da região de parede. Devido as malhas apresentarem um valor de $y^+ \cong 1$ neste estudo é apropriado que exista um tratamento peculiar deste modelo, para esta região em particular (Rezende, 2009).

Com o objetivo de analisar a performance do escoamento junto à parede ($y^+ \cong 1$) no modelo RSM, o domínio completo é repartido em duas regiões (Chen & Patel, 1988). A primeira região se encontra adjacente à parede da placa, e desta forma o

fluxo é fortemente influenciado pela viscosidade do fluido. A segunda região, designada completamente turbulenta, fica longe da parede. A determinação destas duas regiões é originada pela subsequente expressão para o número de Reynolds

$$Re_y = \frac{d\sqrt{\kappa}}{\nu} \quad (3.99)$$

sendo κ a energia cinética turbulenta, calculada pela EQ. 3.14, e d é a distância à parede da placa plana.

O escoamento é solucionado pelo modelo RSM, na região totalmente turbulenta ($Re_y > 200$), de acordo com o comentado nas seções precedentes. Na região adjacente à parede ($Re_y < 200$) é utilizado o modelo de Wolfshtein (1969), que emprega equações iguais de transporte de quantidade de movimento linear e para o cálculo de κ a do modelo RSM, mas neste novo modelo, o cálculo da viscosidade turbulenta é determinado por

$$\nu_{t,2r} = C_\nu \ell_{2r} \sqrt{\kappa} \quad (3.100)$$

onde $C_\nu = 0,09$, e o comprimento de escala ℓ_{2r} é definido como (Chen & Patel, 1988)

$$\ell_{2r} = dC_\ell^* \left(1 - e^{-(Re_y/A_\nu)} \right) \quad (3.101)$$

Com a finalidade de realizar uma melhor transição do valor da viscosidade turbulenta da região junto à parede, para a região completamente turbulenta, normalmente se aplica o esquema proposto por Jongen & Marx (1997)

$$\nu_{t,transição} = \lambda_\varepsilon \nu_t + (1 - \lambda_\varepsilon) \nu_{t,2r} \quad (3.102)$$

onde ν_t foi determinada na EQ. 3.77. A função de mistura λ_ε , na EQ. 3.102, fica estabelecida de maneira que seu valor permaneça igual a zero nas regiões próximas à parede, e igual à 1 na região completamente turbulenta, sendo obtida por

$$\lambda_{\varepsilon} = \frac{1}{2} \left[1 + \tanh \left(\frac{Re_y - 200}{A} \right) \right] \quad (3.103)$$

onde a constante $A = 26,558$ é determinada de modo a administrar a eficiência da transição entre ambas regiões (Rezende, 2009). A taxa de dissipação da energia cinética turbulenta ε é calculada através da equação a seguir

$$\varepsilon = \frac{\kappa^{3/2}}{\ell_{\varepsilon}} \quad (3.104)$$

onde comprimento de escala ℓ_{ε} é obtido pela expressão (Chen & Patel, 1988)

$$\ell_{\varepsilon} = d C_{\ell}^* \left(1 - e^{\frac{-Re_y}{A_{\varepsilon}}} \right) \quad (3.105)$$

O valor encontrado para ε , obtido por meio da EQ. 3.104, é empregado somente na região adjacente à parede. As constantes usadas no modelo são apresentadas na TAB. 3.3.

TAB. 3.3 - Constantes para tratamento do modelo RSM junto à parede.

Constante	Valor
C_{ν}	0,09
C_{ℓ}^*	$C_{\ell}^* = \kappa C_{\nu}^{-3/4}$
A_{ν}	70
A_{ε}	$2C_{\ell}^*$

4 MÉTODO NUMÉRICO

O intuito deste capítulo é descrever o Método de Volumes Finitos e os esquemas numéricos utilizados para alcançar os resultados apresentados neste presente estudo.

O método de Volumes Finitos é o mais recomendado para simulações de escoamentos em torno da placa plana fina, pois possibilita uma grande flexibilidade na sua utilização e uma maior exatidão nos resultados (Collie et al., 2008).

Para a realização de todas as simulações computacionais deste estudo, se optou pelo software Fluent 6.3.26. Para as simulações de escoamentos de fluidos, o programa Fluent apresenta muitas alternativas. O programa possui vários esquemas para calcular os fluxos convectivos nas faces dos volumes de controle, dentre eles: *Upwind* de Primeira Ordem, *Upwind* de Segunda Ordem, *Quick*, Diferenças Centrais e *Power Law*. Procurando elevar a ordem de precisão da discretização, o esquema *Quick* foi empregado na maioria das simulações realizadas.

Neste problema em estudo considerou-se o escoamento em regime permanente. Objetivando resolver o acoplamento velocidade e pressão o software Fluent novamente proporciona muitas opções, tais como: os algoritmos SIMPLE (Patankar, 1980), PISO (Issa, 1986), e SIMPLER (Vandormaal & Raithby, 1984). Em todas as simulações foi empregado o algoritmo SIMPLE, em razão da sua reconhecida performance vista em uma ampla variedade de problemas. A técnica de *Multigrid* (Hutchinson & Raithby, 1986) foi empregada para solucionar o sistema algébrico.

4.1 CARACTERÍSTICAS DO MÉTODO DE VOLUMES FINITOS

O Método de Volumes Finitos (MVF) é certamente uma das técnicas de discretização mais apropriadas para a resolução de escoamentos. Criado com base na teoria analítica de volume de controle da dinâmica dos fluidos, a primeira etapa

do MVF é repartir o domínio em diversos volumes de controle, e cada variável a ser calculada fica localizada no centróide do volume de controle.

A segunda etapa consiste em integrar a forma diferencial das equações de governo em cada volume de controle, onde são empregados perfis de interpolação para calcular a variação da grandeza buscada (pressão, velocidade, e outras variáveis de interesse) entre os centróides de cada volume de controle. A equação originada neste procedimento é denominada equação de discretização.

Desta forma, a solução obtida obedece a conservação de grandezas como quantidade de movimento, massa, energia entre outras. Este atributo possui plena validade para todo o domínio computacional e também é satisfeito completamente para qualquer volume de controle (Rezende, 2009).

4.2 DISCRETIZAÇÃO E SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO GERAL DE TRANSPORTE

A equação geral de transporte, para o escoamento em análise, tem a forma

$$\frac{\partial \rho \phi}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j \phi}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) + S_\phi \quad (4.1)$$

sendo ϕ a variável de interesse, Γ_ϕ o coeficiente de difusão relativo à ϕ , e S_ϕ é o termo de geração de ϕ por unidade de volume.

O MVF, conforme descrito na seção precedente, consiste em integrar a equação de transporte, EQ. 4.1, sobre cada volume de controle, originando uma equação de discretização que obedece o princípio de conservação no volume de controle. A discretização das equações de governo do escoamento pode ser gerada empregando-se a equação transiente de conservação para o transporte de uma variável escalar ϕ . Integrando-se assim a EQ. 4.1 para um volume de controle \forall arbitrário, temos

$$\int_{\forall} \frac{\partial \rho \phi}{\partial t} d\forall + \int_A \rho \phi u_j n_j dA = \int_A \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x_j} n_j dA + \int_{\forall} S_\phi d\forall \quad (4.2)$$

sendo n_j o vetor unitário normal à superfície do volume de controle e dA o tamanho do elemento de área da superfície de controle. Para todos os volumes de controle no domínio computacional a EQ. 4.2 deve ser resolvida.

Para um determinado volume de controle e suas fronteiras, a discretização da EQ.4.2 é expressa por

$$\frac{\partial \rho \phi}{\partial t} \forall + \sum_f^{N_{\text{faces}}} \rho_f u_{fj} \phi_f n_{fj} A_f = \sum_f^{N_{\text{faces}}} \Gamma_\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right)_f n_{fj} A_f + S_\phi \forall \quad (4.3)$$

N_{faces} é o número de faces que constituem o volume de controle, ϕ_f é o valor de ϕ convectada através da face f , $\rho_f u_{fj} \phi_f n_{fj} A_f$ é o fluxo de massa através da face, A_f é igual a área da face f , o vetor n_{fj} é o vetor unitário normal à face f , $\left(\frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right)_f = \nabla \phi_f$ é o gradiente de ϕ na face f , e \forall é o volume da célula. O termo transiente $(\partial \rho \phi / \partial t) \forall$ é considerado nulo pois o escoamento em estudo se encontra em regime permanente. O programa FLUENT resolve a EQ. 4.3 para casos de três ou duas dimensões, com malhas estruturadas ou não-estruturadas podendo apresentar células com geometrias diversas.

A equação geral de transporte de um escalar discretizada, EQ. 4.3, possui a variável escalar ϕ não conhecida, localizada no centro do volume de controle, e da mesma forma, os valores de ϕ também são desconhecidos nas células adjacentes a esse volume de controle. As equações de transporte frequentemente são não-lineares. Uma forma linearizada da EQ. 4.3 pode ser definida por

$$a_P \phi_{c_0} = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b \quad (4.4)$$

sendo a_P e a_{nb} os coeficientes principal e vizinhos linearizados para resolução de ϕ_{c_0} , e o índice nb faz referência às células vizinhas ou adjacentes.

Para todos os volumes de controle, a quantidade de células adjacentes é estabelecida de acordo com a malha projetada, ficando igual ao número de faces

que o volume de controle possui, exceto no caso das células situadas no contorno. Portanto, para todas as células na malha empregada, podem ser definidas equações análogas à EQ. 4.4.

4.2.1 DISCRETIZAÇÃO ESPACIAL

Nos centros dos volumes de controle são calculados os valores discretos da variável escalar ϕ . No entanto, nos termos advectivos da EQ. 4.3 os valores das faces ϕ_f necessitam ser conhecidos, e assim são interpolados por meio dos valores centrais destes volumes de controle. Neste estudo foram empregados os esquemas *Upwind* de Primeira Ordem, *Upwind* de Segunda Ordem e *Quick*.

4.2.1.1 ESQUEMA *UPWIND*

O esquema *Upwind*, desenvolvido por Patankar (1980), é fundamentado na observação de que as grandezas transportadas são convectadas no sentido do escoamento, isto é, o valor da face ϕ_f fica definido por meio do valor de ϕ_{up} da célula que está localizada a montante, com relação ao sentido da velocidade principal do escoamento, resultando assim em

$$\phi_f = \phi_{up} \quad (4.5)$$

O esquema distinguido pela EQ. 4.5 é designado de *Upwind* de Primeira Ordem, e foi usado como primeira aproximação para os campos de pressão e velocidade em determinadas simulações e para a resolução do problema pelo modelo RSM.

O emprego de funções de interpolação que utilizam uma maior quantidade de pontos, leva a uma precisão de maior ordem. A precisão de segunda ordem, por

exemplo, é conseguida interpolando ϕ_f por meio de uma expansão de Taylor da solução ϕ em torno da célula central, isto é

$$\phi_f = \phi_{c_0} + (\nabla\phi \cdot \vec{r})_{up} \quad (4.6)$$

sendo ϕ_{c_0} o valor de ϕ da célula central, e $(\nabla\phi)_{up}$ seu gradiente no volume de controle localizado a montante da face, referente ao sentido do escoamento, e \vec{r} é o vetor deslocamento que une o centro da célula a montante à face do volume de controle. O esquema da EQ. 4.6 é designado *Upwind* de Segunda Ordem.

O gradiente de ϕ , $\nabla\phi$, situado em um volume de controle de centro c_0 é calculado por meio do teorema de Green-Gauss, e fica sendo determinado na sua forma discretizada como

$$(\nabla\phi)_{c_0} = \frac{1}{\nabla} \sum_f \overline{\phi}_f \vec{A}_f \quad (4.7)$$

sendo ∇ o volume da célula com centro em c_0 e o vetor $\vec{A}_f = \vec{n}_f A_f$ a área da face. O valor da face $\overline{\phi}_f$ é determinado pela média aritmética dos valores dos centros dos volumes de controle adjacentes à face, e portanto

$$\overline{\phi}_f = \frac{\phi_{c_0} + \phi_{c_1}}{2} \quad (4.8)$$

4.2.1.2 ESQUEMA *QUICK*

O esquema *QUICK* foi desenvolvido por Leonard & Mokhtari (1990) com o objetivo de aumentar a precisão no cálculo do valor de ϕ_f . Este esquema é fundamentado em uma média ponderada compreendendo os esquemas de Diferença Central e *Upwind* de Segunda Ordem.

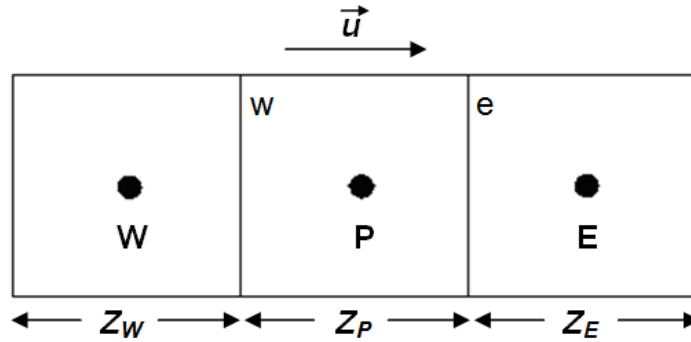


FIG. 4.1 : Volume de Controle Unidimensional.

O valor de ϕ_e para a face e, na FIG. 4.1, fica sendo calculado por

$$\phi_e = \beta \left[\frac{Z_E}{Z_P + Z_E} \phi_P + \frac{Z_P}{Z_P + Z_E} \phi_E \right] + (1 - \beta) \left[\frac{Z_W + 2Z_P}{Z_W + Z_P} \phi_P - \frac{Z_P}{Z_W + Z_P} \phi_W \right] \quad (4.9)$$

Para $\beta = 0$ corresponde ao esquema *Upwind* de Segunda Ordem, e para $\beta = 1$ gera o esquema de Diferença Central. Fazendo $\beta = 1/8$ o esquema *QUICK* tradicional é originado (Leonard,1979).

4.3 DISCRETIZAÇÃO DAS EQUAÇÕES DE NAVIER-STOKES

As equações da quantidade de movimento linear e da continuidade que governam a dinâmica dos fluidos são somente casos particulares da equação de transporte, EQ. 4.1, entretanto, algumas particularidades desta equação exigem um maior cuidado. Pode-se mencionar, em meio a estas, a ocorrência da variável u_j surgir no termo de convecção, quando u_j assume o lugar de ϕ , motivando o acoplamento entre as equações dos diferentes componentes da velocidade e ainda a não-linearidade do termo convectivo.

Uma outra particularidade existente, vista quando $\phi = u_j$, ocorre no caso do termo de fonte incluir o gradiente de pressão que não é conhecido, causando deste modo uma maior dificuldade, já que não existe uma equação de conservação da pressão.

A finalidade desta seção, conseqüentemente, é apresentar detalhadamente a discretização das equações da continuidade e da quantidade de movimento, e ainda indicar os métodos utilizados para as suas resoluções neste presente estudo.

Todo o esquema sugerido na seção 4.2 pode ser empregado para discretizar a equação de quantidade de movimento linear. No entanto, é apropriado tornar explícita a pressão na equação discretizada, já que a pressão é desconhecida. Para um componente genérico da equação de quantidade de movimento linear temos

$$a_p^u u_{c_0} = \sum_{nb} a_{nb}^u u_{nb} + \sum_f p_f n_f A_f + S \quad (4.10)$$

A EQ. 4.10, conforme mencionado anteriormente, poderia ser solucionada pelos métodos apresentados na seção 4.2, entretanto os fluxos de massa nas faces e o campo de pressão são desconhecidos, e precisam ser encontrados como elementos da solução. Este assunto será abordado em detalhes na próxima seção.

É constatada, observando-se a EQ. 4.10, a existência da necessidade do valor da pressão nas faces das células da malha. Sabendo ainda que os valores de velocidade e pressão ficam posicionados nos centros dos volumes de controle, pois o algoritmo de resolução usa um esquema co-localizado. Desta forma, a pressão na face é interpolada por meio da seguinte expressão proposta por Rhie & Chow (1983)

$$p_f = \frac{\frac{p_{c_0}}{a_{p,c_0}^u} + \frac{p_{c_1}}{a_{p,c_1}^u}}{\frac{1}{a_{p,c_0}^u} + \frac{1}{a_{p,c_1}^u}} \quad (4.11)$$

sendo a_{p,c_0}^u e a_{p,c_1}^u os coeficientes calculados através da equação de quantidade de movimento, a EQ. 4.10. A velocidade na face do volume de controle precisa ser

resolvida de maneira a assegurar a conservação de massa, podendo ser definida através de sua equação discretizada por

$$\sum_f^{N_{\text{faces}}} \rho u_{nf} A_f = 0 \quad (4.12)$$

Com a finalidade de atender à EQ. 4.12 é imprescindível relacionar as velocidades armazenadas no centro da célula com a velocidade normal à face do volume de controle, u_{nf} . Devido a isto, u_{nf} é interpolado por meio de uma expressão que usa os coeficientes a_p^u da equação de quantidade de movimento como fatores de ajustamento (Rhie & Chow, 1983), a EQ. 4.10, portanto

$$u_{nf} = \hat{u}_f + d_f (p_{c0} - p_{c1}) \quad (4.13)$$

sendo

$$\hat{u}_f = \frac{a_{p,c0}^u u_{nc0} + a_{p,c1}^u u_{nc1}}{a_{p,c0}^u + a_{p,c1}^u} \quad (4.14)$$

onde d_f é calculado pela expressão

$$d_f = \frac{A_f}{(a_{p,c0}^u + a_{p,c1}^u) / 2} \quad (4.15)$$

e p_{c0} , p_{c1} e u_{nc0} , u_{nc1} são as pressões e as velocidades normais situadas no interior das células que ficam posicionadas em cada lado da face f .

4.3.1 ACOPLAMENTO VELOCIDADE-PRESSÃO

Com a finalidade de solucionar o acoplamento velocidade-pressão foi usado nas

simulações realizadas o algoritmo SIMPLE (Patankar,1980). Este algoritmo utiliza passos com estimativa e correção, conforme o método de Chorin (Chorin,1969), sendo o recomendado para problemas em regime permanente.

O algoritmo SIMPLE (*Semi-Implicit Pressure Linked Equations*) é fundamentado na suposição de que a velocidade obtida pela resolução da equação de conservação de quantidade de movimento, u_f^* , somente atenderá à equação de conservação de massa, se o campo de pressão estiver adequadamente calculado. Portanto, é necessário corrigir tanto a velocidade como a pressão e, desta forma, são empregados os parâmetros de correção u_f^l e p^l para corrigir os valores da velocidade e da pressão, respectivamente, resultando nas seguintes equações de correção

$$\begin{aligned} u_{nf} &= u_{nf}^* + u_f^l \\ p_{c0} &= p_{c0}^* + p_{c0}^l \end{aligned} \quad (4.16)$$

Neste método é admitida uma relação direta entre a correção da pressão p^l e a correção da velocidade da face u_f^l das células adjacentes, através da seguinte expressão

$$u_f^l = d_f \left(p_{c0}^l - p_{c1}^l \right) \quad (4.17)$$

onde o valor de d_f é fornecido pela EQ. 4.15.

A correção da pressão é calculada de forma a assegurar a conservação de massa, logo, para gerar uma equação para resolver a pressão, a expressão de correção da velocidade, obtida pela combinação da EQ. 4.16 com a EQ. 4.17, é introduzida na equação discretizada da conservação de massa, a EQ. 4.12, decorrendo em

$$a_P p_{c0}^l = \sum_{nb} a_{nb} p_{nb}^l + b \quad (4.18)$$

A fonte de massa do volume de controle é o termo b , calculado por

$$b = \sum_f^{N_{\text{faces}}} \rho u_{nf}^* A_f \quad (4.19)$$

Posteriormente à resolução da equação de correção da pressão, o fluxo de massa nas faces dos volumes de controle e a pressão no centro da célula são corrigidos com a EQ. 4.16.

4.3.1.1 ARRANJO CO-LOCALIZADO

A localização relativa das variáveis na malha computacional é conhecida como arranjo de variáveis, cuja característica principal é a posição relativa entre as componentes do vetor velocidade e a pressão. Diversos arranjos são possíveis, porém, para sistemas coordenados ortogonais, dois tipos são utilizados: o arranjo co-localizado e o arranjo desencontrado (Maliska, 2004). No presente trabalho foi empregado o arranjo co-localizado.

O arranjo é denominado co-localizado quando são utilizados os mesmos volumes de controle para todas as variáveis. O arranjo é chamado desencontrado quando volumes de controle distintos são utilizados para variáveis distintas.

O arranjo co-localizado é o mais usado dentre os dois tipos mencionados, sendo a escolha natural pela maior simplicidade de controle dos índices das variáveis na implementação computacional (Maliska, 2004). Empregar o arranjo co-localizado significa usar um único volume de controle para realizar as integrações das equações diferenciais do problema. Isto significa que o cálculo das áreas para determinação dos fluxos de todas as propriedades do escoamento é o mesmo.

É conhecido o fato de que o emprego do arranjo co-localizado, em muitos casos, implica em uma convergência mais rápida quando comparado ao arranjo desencontrado e apresenta a vantagem de poder ser estendido a situações onde não-ortogonalidades estão presentes, bem como em situações tridimensionais, casos em que o uso de arranjos desencontrados pode tornar-se inviável.

A busca da generalização dos métodos atuais de solução de escoamentos praticamente eliminaram o uso de arranjos desencontrados (Maliska, 2004).

4.4 MÉTODO PARA SOLUÇÃO DO SISTEMA ALGÉBRICO (*MULTIGRID*)

Tendo como finalidade gerar a resolução do sistema algébrico o software Fluent emprega o método *Multigrid* (Raithby & Hutchinson, 1986). Esta técnica torna a convergência mais rápida por meio de uma sucessão de correções em uma série de graus de refinamento da malha. O número de iterações e o tempo de processamento demandado para conseguir uma solução convergida são diminuídos pela utilização deste método, especialmente quando a malha possui uma grande quantidade de células (Rezende, 2009).

O método *Multigrid* é fundamentado na percepção de que cada faixa de freqüência de erro precisa ser diminuída no espaçamento mais apropriado. Este método utiliza uma série de malhas M_1, \dots, M_n , cada vez mais grossas, afim de que os componentes dos erros de baixa freqüência sejam eliminados com eficiência. Os componentes do erro correlatos a cada nível de refinamento de malha são reduzidos eficazmente, fazendo com que o processo de convergência se torne mais rápido.

Os erros de alta freqüência (erros locais) são retirados de forma rápida por esta técnica, isto é, o efeito da solução em um volume de controle é rapidamente informado ao volume de controle vizinho. Contudo, o método é menos eficaz na diminuição de erros de baixa freqüência (erros globais). Assim, por este motivo, o desempenho deste método é reduzido conforme se cresce a quantidade de volumes de controle na malha.

4.4.1 CRITÉRIO DE CONVERGÊNCIA

O resíduo R^ϕ da equação de transporte discretizada, EQ. 4.4, pode ser definido, na sua forma normalizada, por meio da expressão

$$R^\phi = \frac{\sum_{células} \left[\sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b - a_P \phi_P \right]}{\sum_{células} [a_P \phi_P]} \quad (4.20)$$

O operador somatório usado ($\sum_{\text{células}}$) indica que o termo entre colchetes está sendo somado para cada volume de controle da malha. Foi admitido, para todas as simulações computacionais realizadas, a convergência da solução pelo critério

$$R^\phi < 10^{-6} \quad (4.21)$$

4.5 CARACTERÍSTICAS DO ALGORITMO USADO NA SOLUÇÃO DO ESCOAMENTO

Para solução do escoamento incompressível em estudo, o algoritmo usado utiliza a metodologia segregada, em que as equações governantes do escoamento são solucionadas de forma sequencial e individual, para se obter a resolução de cada uma de suas variáveis. Uma equação evolutiva para a pressão que determine um campo de pressão correto é empregada nesta metodologia, e quando este campo de pressão for incluído nas equações de quantidade de movimento linear, faça gerar velocidades que do mesmo modo atendam à equação da continuidade.

Nesta acepção, o algoritmo emprega a técnica das projeções (Chorin,1969), onde a ressalva da continuidade do campo de velocidade fica obtida solucionando uma equação para pressão, ou correção da pressão. Essa equação da pressão é conseguida por meio das equações de conservação de massa e de quantidade de movimento linear de forma que o campo de velocidade, corrigido pela pressão, atenda à condição de incompressibilidade do escoamento.

O método de solução compreende iterações onde o sistema completo de equações discretizadas é solucionado de modo repetido, até que a solução se encontre convergida, tendo em vista que as equações governantes do problema se apresentam acopladas e são não-lineares. Foi usado um computador com processador Pentium Dual-Core 2,3 GHz com 2 Gb de memória RAM para cada simulação RANS. O tempo de processamento computacional para cada caso simulado com o modelo Spalart-Allmaras(SA) foi em torno de 06 dias, com o modelo SST foi de aproximadamente 08 dias, e com o modelo RSM em torno de 25 dias.

5 RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

As simulações foram efetuadas para os ângulos de inclinação $\alpha = 2^{\circ}$ e 4° com base no trabalho de Crompton (2001), que contém dados sobre o escoamento em torno da placa plana e fina para os ângulos de incidência $\alpha = 1^{\circ}, 2^{\circ}, 3^{\circ}, 4^{\circ}$, e 5° graus, utilizando um número de Reynolds $Re = 2,13 \times 10^5$ que é calculado em função da velocidade da corrente livre U_{∞} e da corda c da placa, pela seguinte expressão

$$Re = \frac{U_{\infty} c}{\nu} = 2,13 \times 10^5 \quad (5.1)$$

Por meio de comparações com os dados experimentais do trabalho de Crompton (2001) é analisada a qualidade das simulações. Os resultados das simulações numéricas exibidos neste capítulo têm por finalidade prover conhecimentos relevantes a respeito da eficiência e versatilidade dos três modelos de turbulência RANS utilizados, e uma maior compreensão dos fenômenos físicos presentes, possuindo ainda o objetivo de complementar os estudos de Crompton (2001), Collie (2005), Sampaio (2006) e Rezende (2009).

As simulações numéricas foram executadas utilizando os modelos de Spalart-Allmaras (Spalart & Allmaras, 1992), SST $\kappa-\omega$ (Menter, 2003), e RSM (Lauder, 1989), em regime permanente, usando uma malha bidimensional com o domínio computacional sugerido por Collie (2005) e Rezende (2009).

A malha utilizada, sendo a mesma do trabalho de Rezende (2009), é estruturada e não uniforme e foi nomeada de malha 150K.

Com o objetivo de aumentar a ordem de precisão da discretização, o esquema *Quick* foi empregado na realização das simulações numéricas dos modelos de Spalart-Allmaras e SST $\kappa-\omega$.

No trabalho de Rezende (2009), com a malha 150K mencionada, e com o esquema de discretização espacial *Quick* utilizado para $\alpha = 1^{\circ}$ em suas simulações, não foi possível obter solução convergida com o modelo RSM. Desta forma foi empregado o esquema *Upwind* de Primeira Ordem para a obtenção dos resultados

das simulações numéricas do modelo RSM neste presente trabalho, para ambos ângulos de inclinação em análise.

5.1 DADOS EXPERIMENTAIS

A pesquisa efetuada por Crompton(2001) é baseada em medições experimentais do fluxo em torno de uma placa plana e fina, com pequenos ângulos de inclinação.

Crompton realizou uma pesquisa experimental detalhada sobre a estrutura da bolha desenvolvida neste escoamento, que vem sendo pesquisada desde os estudos de Gault (1957). O método experimental empregado para se medir os campos de velocidade, e outras variáveis turbulentas, foi a Velocimetria Laser Doppler (*Laser Doppler Velocimetry – LDV*). Sondas de pressão estática dispostas sobre a placa plana foram usadas por Crompton para aferir as pressões na superfície. Crompton(2001) usou uma velocidade de corrente livre igual a 20 m/s e um número de Reynolds $Re=2,13 \times 10^5$.

Neste escoamento em análise as propriedades físicas do fluido, que é o ar em pressão atmosférica, são admitidas como constantes.

Crompton(2001) utilizou uma placa plana com 160 mm de corda, 800 mm de envergadura e 6 mm de espessura, neste experimento realizado em túnel de vento. A placa foi confeccionada em aço para oferecer uma maior rigidez, e sua extremidade principal foi chanfrada a 20° para produzir uma ponta afiada, levando assim à separação da camada cisalhante livre imediatamente nesta extremidade. Na FIG. 5.1 uma vista transversal desta placa é desenhada.

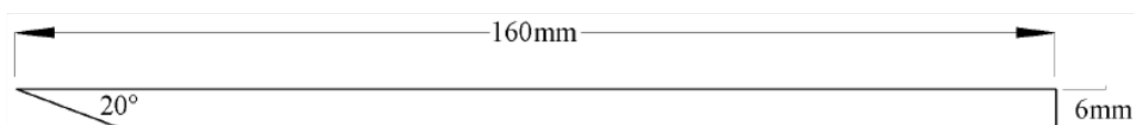


FIG. 5.1 - Medidas da placa plana utilizada por Crompton (2001).

Em $\alpha = 5^\circ$ os experimentos revelaram que o escoamento está separado em aproximadamente toda a extensão da corda da placa. No caso de $\alpha = 6^\circ$ não ocorre mais o recolamento da camada cisalhante livre.

Crompton (2001) aferiu para todo o domínio, a intensidade de turbulência, calculada na seguinte forma

$$I = \frac{\sqrt{\frac{1}{3}(\overline{u'_i u'_i})}}{U_\infty} = \frac{\sqrt{\frac{2}{3}K}}{U_\infty} \quad (5.2)$$

tendo seu valor aproximadamente igual a 0,05 %.

Foi notificado por Crompton (2001) que o erro máximo nos resultados gerados por meio de suas medições foi de 2%. Os erros foram atribuídos ao método de medição utilizado e à influência das paredes do túnel de vento.

As variáveis turbulentas e os perfis de velocidade dentro da camada limite foram medidos nos experimentos desempenhados por Crompton (2001) em nove estações distribuídas sobre a placa plana, de acordo com os esquemas descritos na TAB. 5.1 e FIG. 5.2. Também foram fornecidos dados relativos à distribuição de pressão sobre a placa. Com a finalidade de comparar os resultados alcançados com as diferentes simulações realizadas com os dados experimentais disponíveis, estes foram gerados nas mesmas nove estações.

TAB. 5.1 - Posição das nove estações de medição.

ESTAÇÃO	POSIÇÃO (x/c)	ESTAÇÃO	POSIÇÃO (x/c)	ESTAÇÃO	POSIÇÃO (x/c)
1	0,031	4	0,375	7	0,750
2	0,125	5	0,500	8	0,875
3	0,250	6	0,625	9	1,000

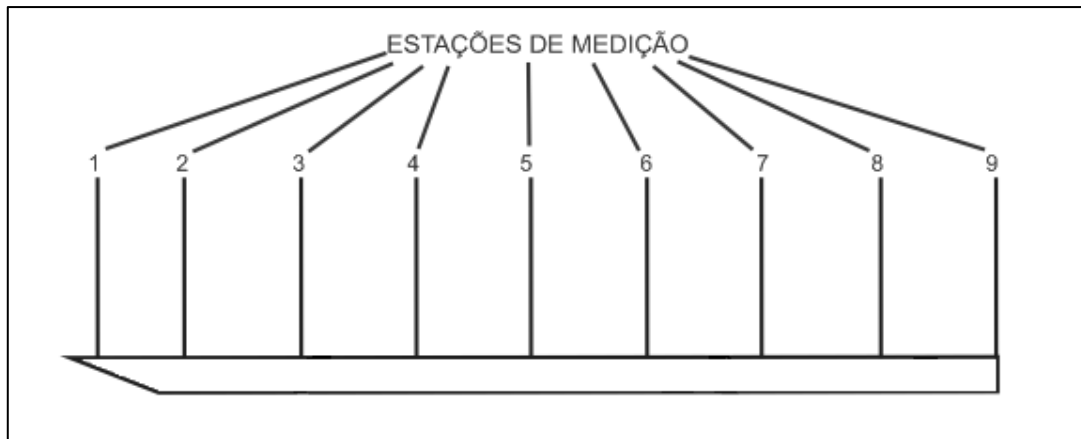


FIG. 5.2 - Distribuição das estações de medição sobre a placa.

5.2 DOMÍNIO COMPUTACIONAL E CONDIÇÕES DE CONTORNO

O domínio computacional utilizado é esquematizado na FIG. 5.3, com a placa com corda c encontrada dentro do domínio. As condições de entrada do escoamento localizam-se à esquerda e abaixo do domínio, enquanto que as condições de saída situam-se nas fronteiras acima e à direita da FIG. 5.3. Este domínio bidimensional descrito foi usado em todas as simulações deste trabalho.



FIG. 5.3 - Detalhes do domínio computacional usado (Rezende, 2009).

Collie et al. (2008) e Rezende(2009) realizaram uma ampla sequência de testes preliminares para determinar as dimensões deste domínio computacional observado, assim como a geometria da malha a ser empregada. Segundo Rezende(2009), o domínio descrito na FIG. 5.3 demonstrou-se apropriado, pois as condições de contorno distantes da placa possuem influências desprezíveis na resolução do escoamento junto às regiões de interesse.

Foi definida a velocidade de corrente livre U_∞ na entrada do escoamento no domínio computacional, inclinada do ângulo α relativo à posição horizontal, tendo em vista estabelecer o ângulo de incidência na placa e manter o mesmo número de Reynolds $Re=2,13 \times 10^5$ usado por Crompton (2001), usando a seguinte expressão

$$\vec{u}_{entrada} = U_\infty \cos(\alpha) \vec{i} + U_\infty \sin(\alpha) \vec{j} \quad (5.3)$$

Com o objetivo de determinar a influência da intensidade de turbulência da entrada do domínio nos resultados deste problema em estudo, vários testes foram desempenhados. Rezende(2009) concluiu que o valor da intensidade da turbulência da corrente livre é irrelevante para a determinação do escoamento sobre a placa, devido à alta geração de turbulência sobre a mesma. Os resultados apresentados neste capítulo, para todas as simulações, foram gerados considerando a intensidade de turbulência da corrente livre igual a 0,001%.

As condições de contorno na entrada do domínio computacional são velocidade prescrita pela EQ. 5.3, propriedades físicas do fluido e comprimento da corda da placa de acordo com o número de Reynolds $Re = 2,13 \times 10^5$ usado por Crompton (2001) e a intensidade da turbulência da corrente livre igual a 0,001%. As condições de contorno na saída do domínio computacional são fluido na pressão atmosférica e intensidade da turbulência do escoamento igual a 0,001%. As condições de contorno localizadas sobre as superfícies superior, inferior e laterais da placa plana são as condições de não-deslizamento ($u_{wall} = 0$, $v_{wall} = 0$) e impermeabilidade, onde u_{wall} e v_{wall} são os componentes da velocidade do fluido adjacentes às paredes da placa.

A FIG. 5.4 é um desenho do domínio computacional (feito fora de escala), repartido em blocos auxiliares, usados para facilitar a distribuição da malha, sendo assinaladas as dimensões destes blocos.

A TAB. 5.2 informa a quantidade de volumes de controle no plano, referentes à malha usada neste trabalho, para cada bloco situado no interior do domínio, representados na FIG. 5.4.

A malha utilizada, sendo a mesma do trabalho de Rezende(2009), é estruturada e não uniforme, conforme relatado anteriormente, e possui 149389 células, as quais são concentradas na região da placa plana, e foi nomeada de malha 150K. Como pode ser observado na TAB. 5.2, o bloco 25 possui o maior número de volumes de controle, se tornando o bloco principal, pois um dos objetivos fundamentais deste trabalho é capturar a bolha de recirculação longa formada sobre a placa.

1	2	3	4	5	6	7	64	
8	9	10	11	12	13	14	14,8	
15	16	17	18	19	20	21	0,6	
22	23	24	25	26	27	28	0,6	
29	30	31	PLACA		61	62	63	0,6
37	38	39	32	33	34	35	36	0,2
			40	41	42	43	44	0,4
45	46	47	48	49	50	51	52	15,4
53	54	55	56	57	58	59	60	32
48	14,8	1,2	16	2	46	176		

FIG. 5.4 - Domínio computacional repartido em blocos e suas dimensões (Rezende, 2009).

A FIG. 5.5 mostra a malha 150K usada. Pode-se notar que a malha é bastante refinada na região da placa, diminuindo o seu refinamento em direção às fronteiras. A FIG. 5.6 exhibe os detalhes desta malha sobre toda a placa plana, e a FIG. 5.7 mostra em detalhe a região da extremidade em forma de ponta afiada.

TAB. 5.2 - Subdivisões da malha utilizada para os blocos da FIG. 5.3 (Rezende, 2009).

Bloco	Número Total de Volumes		Bloco	Número Total de Volumes		Bloco	Número Total de Volumes
1	56		22	861		43	432
2	144		23	2214		44	168
3	328		24	5043		45	168
4	3360		25	51660		46	432
5	64		26	984		47	984
6	144		27	2214		48	5016
7	56		28	861		49	5016
8	154		29	413		50	192
9	396		30	1062		51	432
10	902		31	2419		52	168
11	9240		32	12331		53	35
12	176		33	12331		54	90
13	396		34	472		55	205
14	154		35	1062		56	1045
15	154		36	413		57	1045
16	396		37	168		58	40
17	902		38	432		59	90
18	9240		39	984		60	35
19	176		40	5016		61	160
20	396		41	5016		62	360
21	154		42	192		63	140

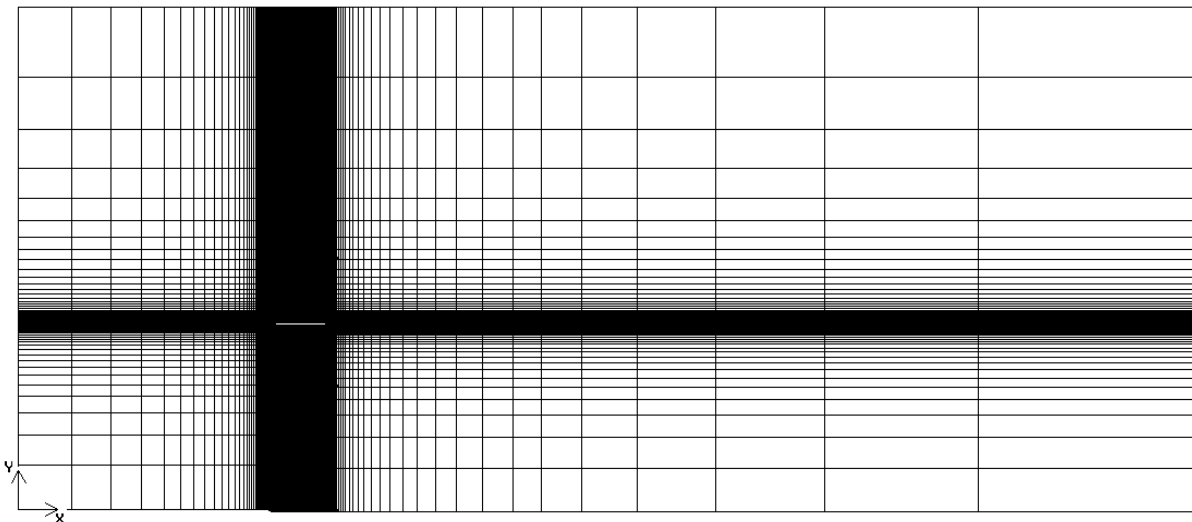
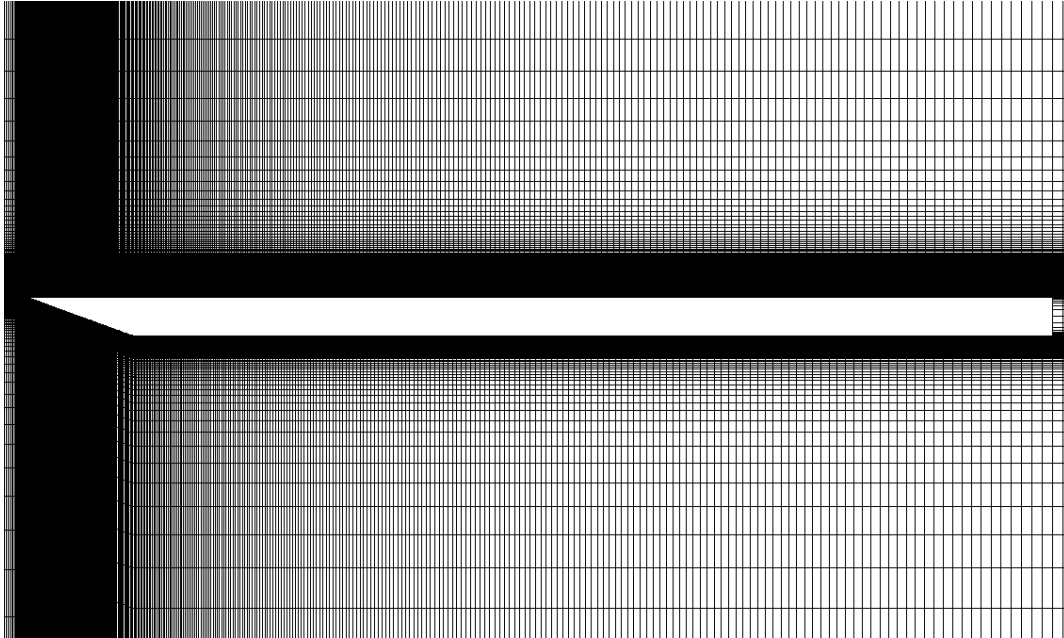
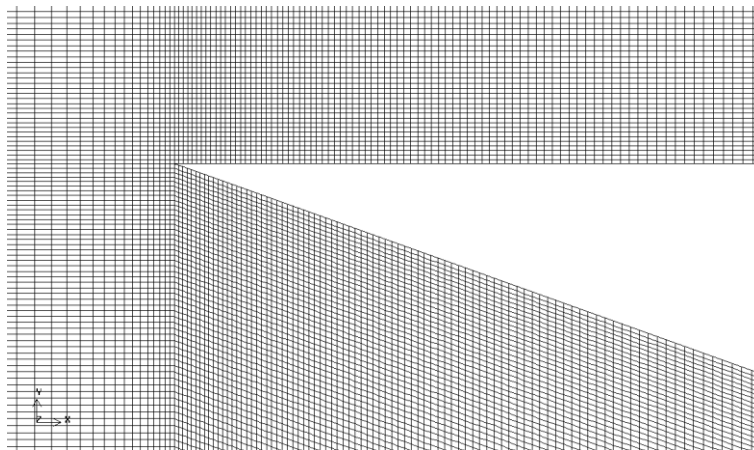


FIG. 5.5 - Malha 150K usada na discretização do problema para o plano x-y. (Domínio completo).



**FIG. 5.6 - Malha 150K usada na discretização do problema para o plano x-y.
(Região da placa).**



**FIG. 5.7 - Malha 150K usada na discretização do problema para o plano x-y.
(Região da extremidade em forma de ponta afiada).**

A menor célula da malha 150K encontra-se no interior do bloco 25, bem próximo à ponta afiada da placa, e suas medidas de largura e altura foram determinadas iguais a $0,00015625 \times 0,00015625c$. A malha empregada foi projetada de forma a assegurar $y^+ \leq 1$, calculado pela EQ. 3.96, para o primeiro ponto de malha sobre toda a placa plana.

As simulações computacionais foram executadas primeiramente utilizando o modelo de Spalart-Allmaras com o ângulo de incidência de dois graus ($\alpha = 2^\circ$), e em seguida com este mesmo modelo e o ângulo de incidência de quatro graus ($\alpha = 4^\circ$). Em uma segunda etapa foram realizadas as simulações com o modelo SST $\kappa-\omega$ para os dois ângulos de inclinação. E em uma terceira etapa foram efetuadas as simulações computacionais usando o modelo RSM.

5.3 RESULTADOS OBTIDOS

Os resultados conseguidos com os três modelos RANS escolhidos e descritos no Capítulo 3 são apresentados a seguir, para ambos ângulos de incidência empregados ($\alpha = 2^\circ$ e 4°).

Os comprimentos de recolamento (X_R) calculados com os modelos RANS de Spalart-Allmaras (denominado SA), SST $\kappa-\omega$ (mencionado simplesmente como SST) e Tensões de Reynolds (designado RSM), são fornecidos na TAB. 5.3, reunido ao dado obtido experimentalmente por Crompton (2001).

TAB. 5.3 - Comprimentos de recolamento normalizados (X_R/c) e os respectivos erros.

	$\alpha = 2^\circ$		$\alpha = 4^\circ$	
	X_R/c	Erro(%)	X_R/c	Erro(%)
Experimental Crompton (2001)	0.275	-	0.726	-
SA (<i>Quick</i>)	0.286	4.0 %	0.716	1.4 %
SST (<i>Quick</i>)	0.295	7.3 %	0.738	1.6 %
RSM (<i>Upwind</i>)	0.303	10.2%	0.747	2.9%

Avaliando a TAB. 5.3 nota-se que todos os modelos superestimaram o valor do comprimento de recolamento, sendo que o modelo Spalart-Allmaras proporcionou as melhores previsões deste parâmetro. Pode-se observar que para o ângulo de inclinação $\alpha = 2^\circ$ somente três estações de medição se localizam no interior do comprimento de recolamento, inclusive para o caso do modelo RSM, pois $(X_R/C)_{RSM} = 0.303 < 0,375$. Para $\alpha = 4^\circ$ temos seis estações no interior da bolha pois $(X_R/C)_{RSM} = 0.747 < 0,750$.

O resultado menos satisfatório foi obtido com o modelo RSM. Isto se deve ao fato da presença de uma anomalia nas linhas de corrente do escoamento sobre a placa plana neste modelo, que será discutida em detalhes nas próximas seções.

5.3.1 CAMPO DE VELOCIDADE

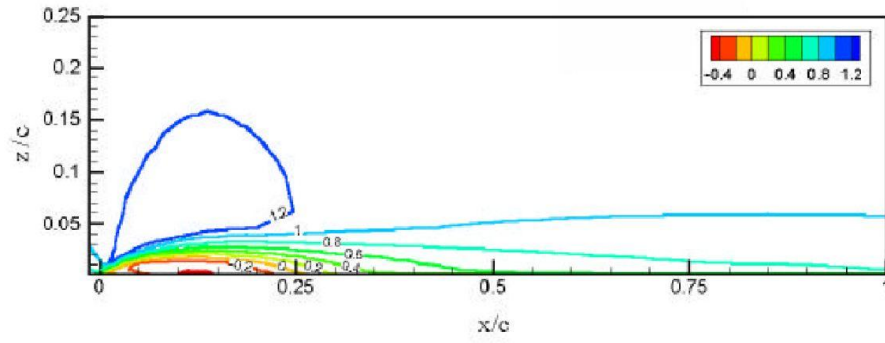
Os contornos de velocidade média u/U_∞ constante conseguidos através das simulações numéricas realizadas com os modelos RANS para os ângulos de inclinação $\alpha = 2^\circ$ e 4° , e dos experimentos de Crompton (2001), são apresentados na FIG. 5.8 e na FIG. 5.9, respectivamente. Foi notado que todos os modelos RANS testados estão em conformidade com os experimentos efetuados em túnel de vento.

Nota-se nestes gráficos uma maior discordância, em relação aos dados experimentais, das curvaturas dos contornos de velocidade média para o valor 1,2 situados na região próxima ao bordo de ataque. Isto ocorre porque os modelos Spalart-Allmaras(SA) e SST $\kappa-\omega$ não possuem a capacidade de prever a rápida transição de regime laminar para turbulento deste escoamento em análise e o fato do modelo RSM frequentemente exibir determinadas deficiências em escoamentos externos sobre paredes com valor de $y^+ \leq 1$, além deste modelo apresentar uma anomalia nas linhas de corrente na região de recolamento para os dois ângulos de inclinação avaliados.

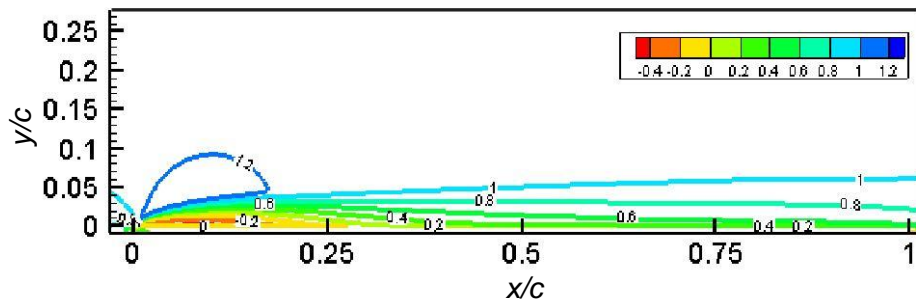
A existência de acentuados gradientes de velocidade é vista nos gráficos da FIG. 5.8 e da FIG. 5.9 através da observação de mínimos espaçamentos entre os contornos de velocidade situados próximo à região do bordo de ataque. A alteração brusca da velocidade próximo à ponta afiada da placa gera no escoamento um

intenso cisalhamento. Este fenômeno é observado em muitos escoamentos que incidem sobre geometrias que apresentam arestas afiadas, originando uma camada cisalhante livre. A camada cisalhante é uma considerável fonte geradora de turbulência, causada por instabilidades que aparecem entre as camadas do fluido que se movimentam a velocidades distintas. A transição da camada cisalhante laminar para o regime turbulento, neste escoamento, ocasiona um crescimento desta camada de cisalhamento, o que contribui para a formação da bolha principal e o recolamento à jusante do bordo de ataque da placa.

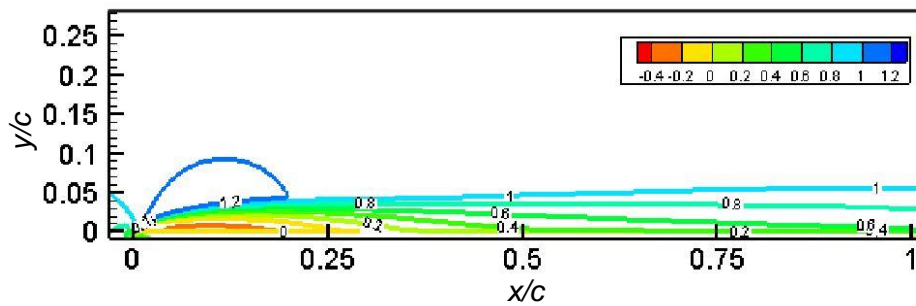
A FIG. 5.10 e a FIG. 5.11 apresentam a evolução dos perfis de velocidade para as nove estações de medição, numa abordagem qualitativa. Observa-se a reversão do escoamento próximo à extremidade de ataque e o desenvolvimento da camada limite turbulenta após o ponto de recolamento. Nota-se que os três modelos RANS utilizados mostraram resultados concordantes qualitativamente com os experimentos realizados em túnel de vento.



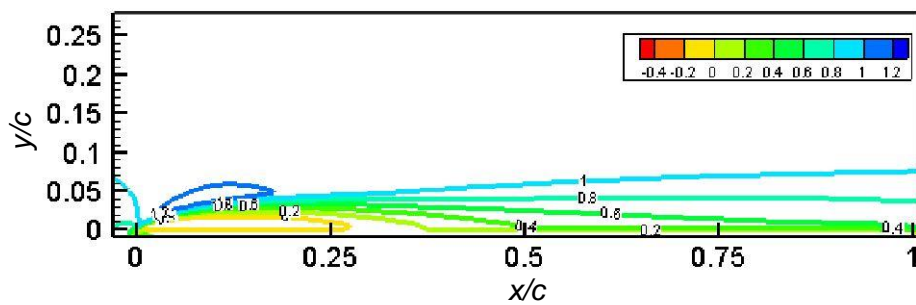
(a) Experimental (Crompton,2001).



(b) Modelo Spalart-Allmaras (SA).

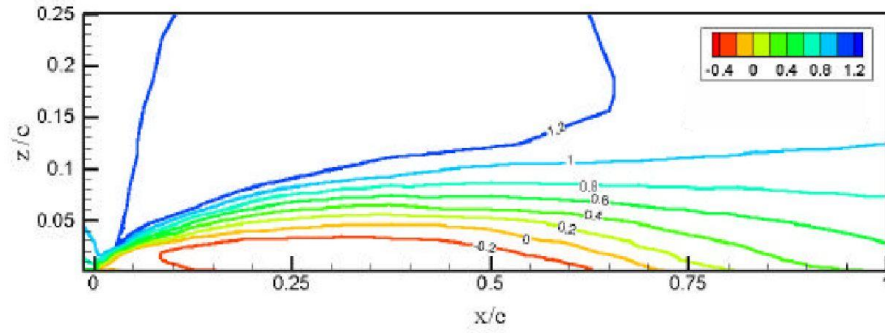


(c) Modelo SST.

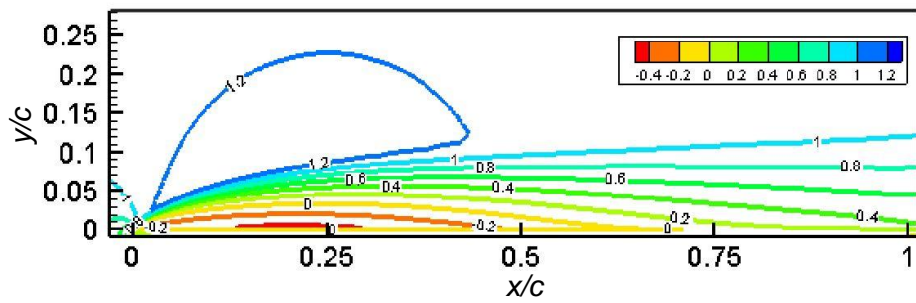


(d) Modelo RSM.

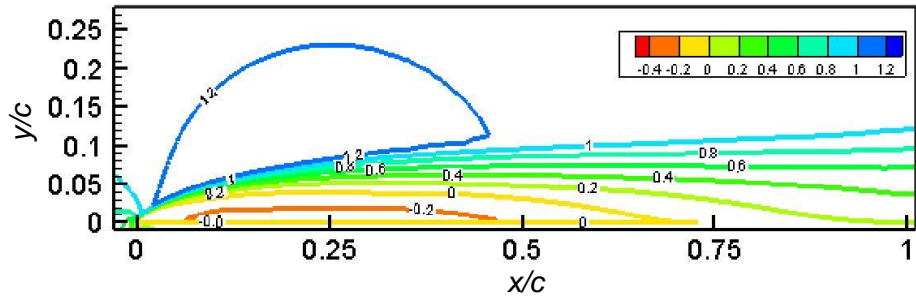
FIG. 5.8 - Contornos de velocidade média u/U_∞ para $\alpha = 2^\circ$.



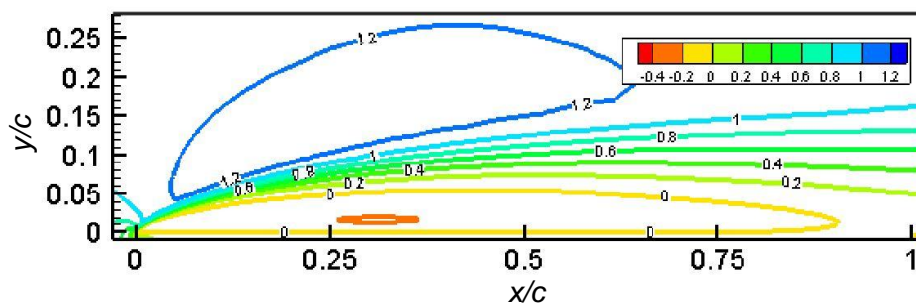
(a) Experimental (Crompton,2001).



(b) Modelo Spalart-Allmaras (SA).

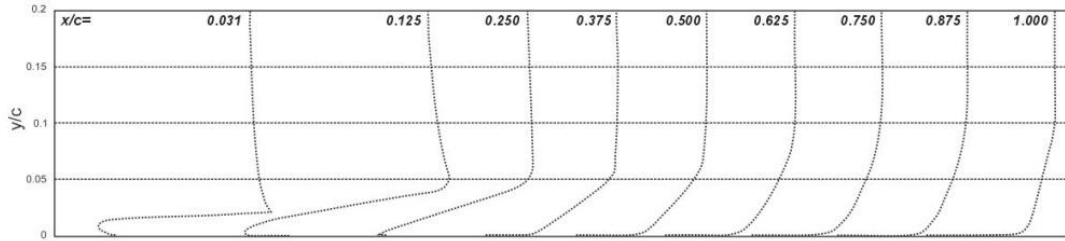


(c) Modelo SST.

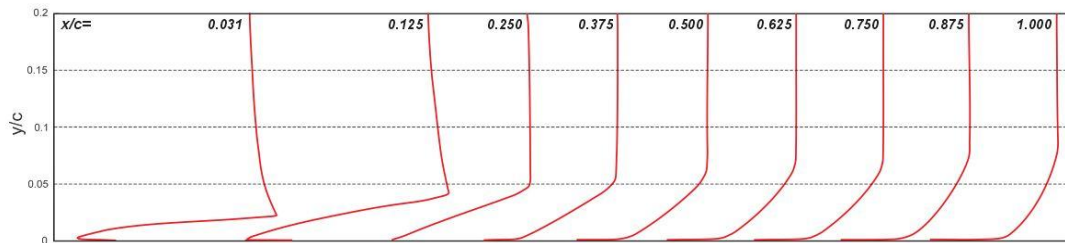


(d) Modelo RSM.

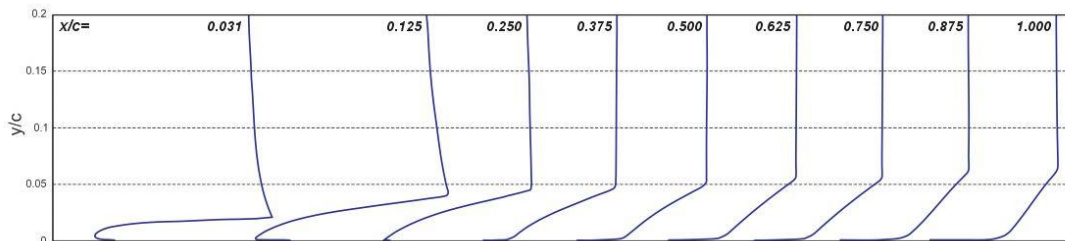
FIG. 5.9 - Contornos de velocidade média u/U_∞ para $\alpha = 4^\circ$.



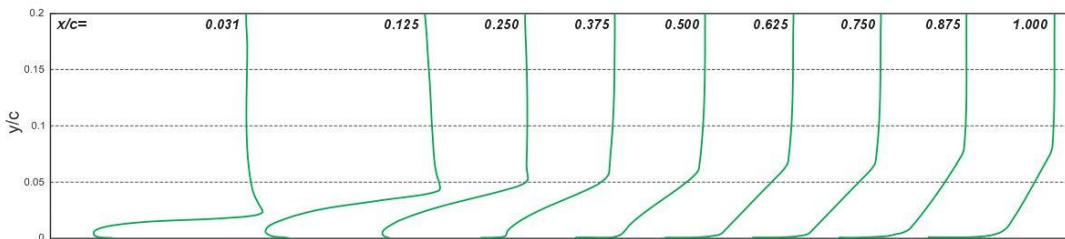
(a) Experimental (Crompton,2001).



(b) Modelo Spalart-Allmaras.

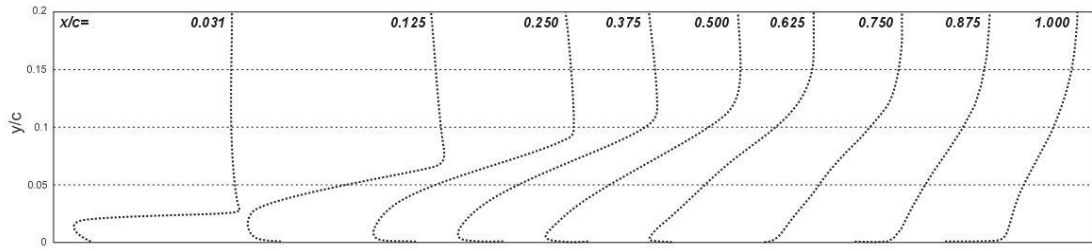


(c) Modelo SST.

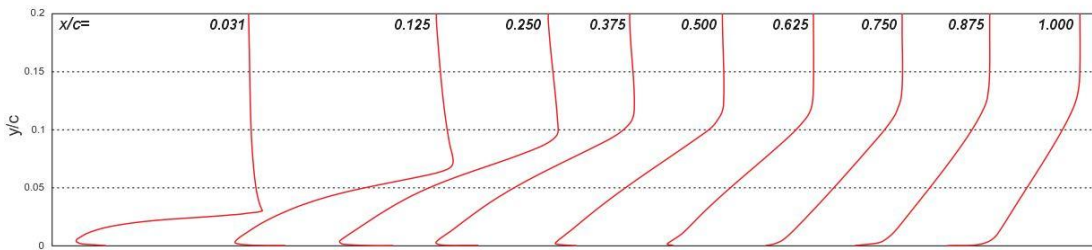


(d) Modelo RSM.

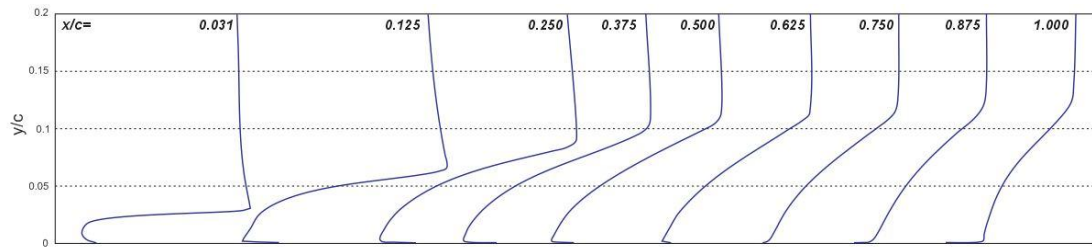
FIG. 5.10 - Evolução dos perfis de velocidade u/U_∞ para $\alpha = 2^\circ$.



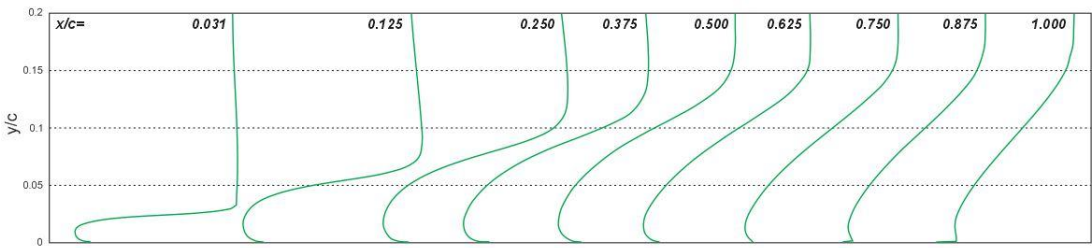
(a) Experimental (Crompton,2001).



(b) Modelo Spalart-Allmaras.



(c) Modelo SST.



(d) Modelo RSM.

FIG. 5.11 - Evolução dos perfis de velocidade u/U_∞ para $\alpha = 4^\circ$.

Para $\alpha = 2^0$ apenas as três primeiras estações de medição estão posicionadas dentro do comprimento de recolamento, conforme citado anteriormente. A FIG.5.12 apresenta os perfis do componente x de velocidade média para estas três estações em função da coordenada y normalizada pela medida da corda c , para os três modelos de turbulência RANS em análise.

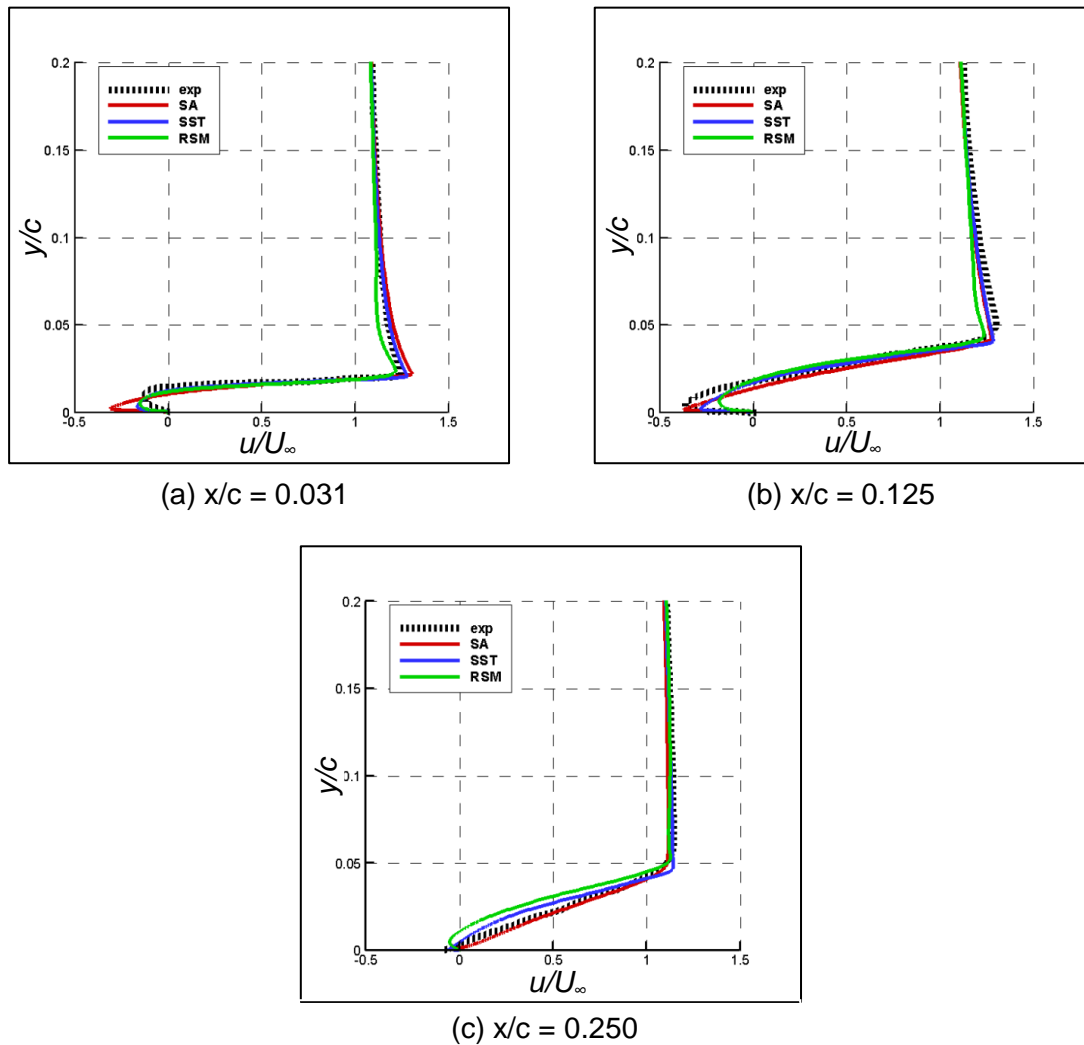
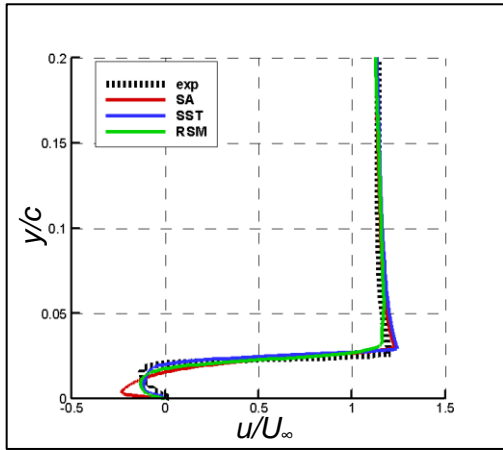
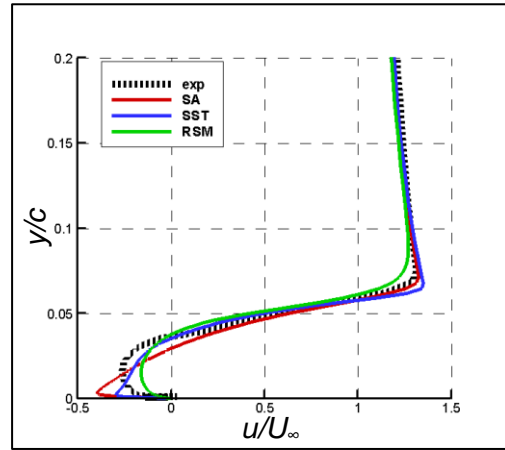


FIG. 5.12 - Perfis de velocidade u/U_∞ para as estações antes do recolamento, $\alpha = 2^0$

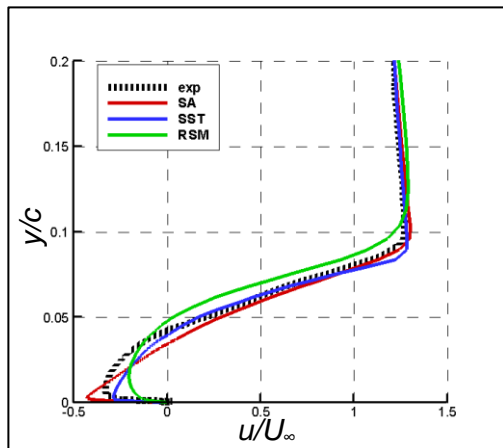
A FIG.5.13 apresenta os perfis do componente x de velocidade média para seis estações de medição antes do ponto de recolamento para o ângulo $\alpha = 4^0$.



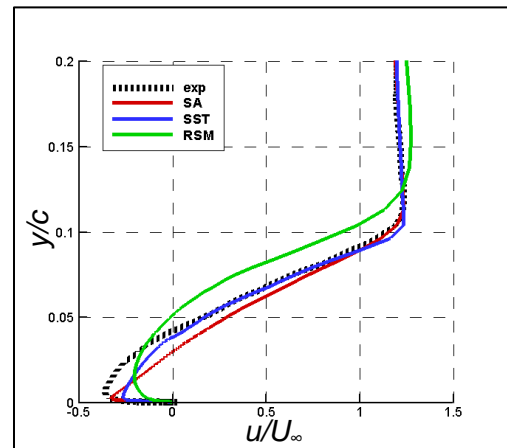
(a) $x/c = 0.031$



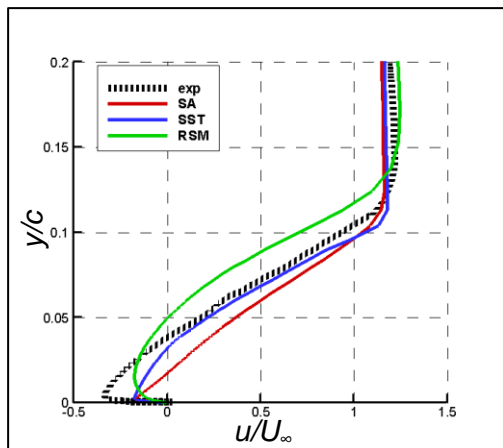
(b) $x/c = 0.125$



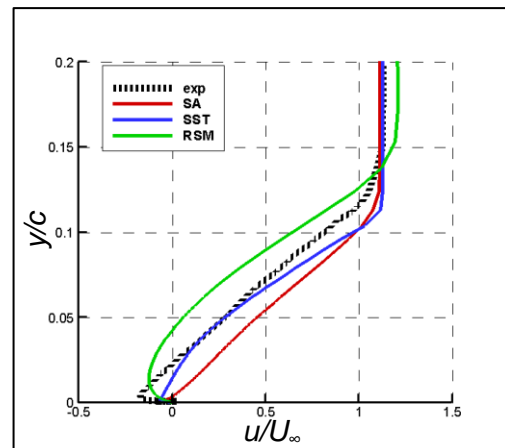
(c) $x/c = 0.250$



(d) $x/c = 0.375$



(e) $x/c = 0.500$



(f) $x/c = 0.625$

FIG. 5.13 - Perfis de velocidade u/U_∞ para as estações antes do recolamento, $\alpha = 4^\circ$.

Observa-se nos gráficos da FIG. 5.12 e da FIG. 5.13 a reversão do escoamento próximo à extremidade de ataque, notando-se também que todos os modelos apresentaram resultados compatíveis com os dados experimentais de Crompton(2001).

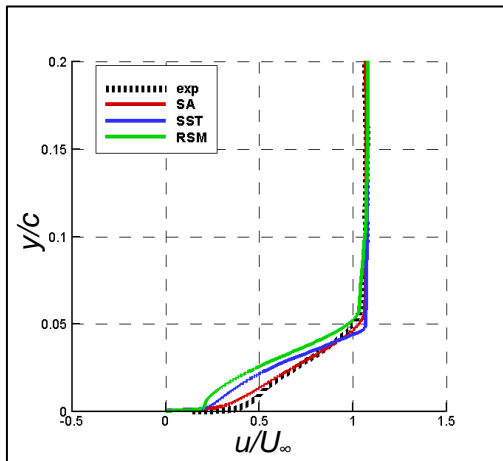
A fração do escoamento que segue a montante, a partir do ponto de recolamento, é acelerada devido à presença do gradiente de pressão favorável, desenvolvendo uma camada limite inversa. Os dados experimentais mostram que a máxima velocidade média reversa do escoamento para o ângulo $\alpha = 2^\circ$ é igual a $-0.39U_\infty$, e para o caso de $\alpha = 4^\circ$ foi $-0.38U_\infty$, em regiões situadas próximo ao centro da bolha de separação.

Os modelos Spalart-Allmaras (SA), SST $\kappa-\omega$ e RSM exibiram os valores $-0.388U_\infty$, $-0.290U_\infty$, e $-0.194U_\infty$, respectivamente, para a máxima velocidade média reversa, para o ângulo de inclinação $\alpha = 2^\circ$, que são todos menores (em módulo) que o valor máximo encontrado experimentalmente. Para o ângulo de incidência $\alpha = 4^\circ$, os modelos de Spalart-Allmaras, SST $\kappa-\omega$ e RSM mostraram os valores $-0.431U_\infty$, $-0.293U_\infty$, e $-0.212U_\infty$, respectivamente.

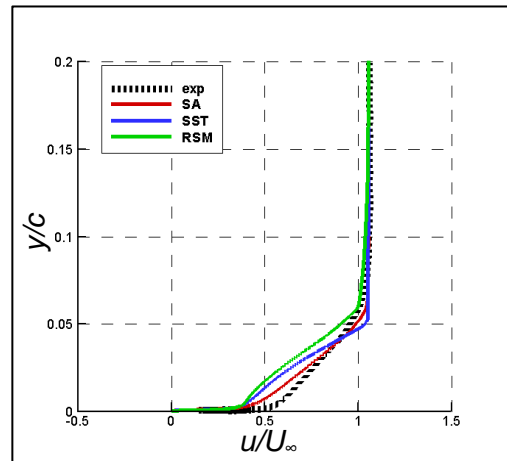
Nota-se que para $\alpha = 4^\circ$ o modelo Spalart-Allmaras mostrou uma velocidade máxima reversa maior que a encontrada experimentalmente. Isto é explicado porque este modelo diminui bastante a energia cinética turbulenta na camada de mistura, e desta forma não é capaz de prever com exatidão a transição do escoamento, gerando um pico de velocidade reversa junto à placa. A taxa de mistura é menor nos modelos SST e RSM, causando um também menor valor da velocidade média dentro da bolha.

A fração do escoamento que prossegue em direção inversa dentro da bolha, para montante, sofre um processo de relaminarização (Crompton,2001). Este processo é originado pelo intenso gradiente de pressão favorável, que leva a porção interna da camada cisalhante a possuir características laminares.

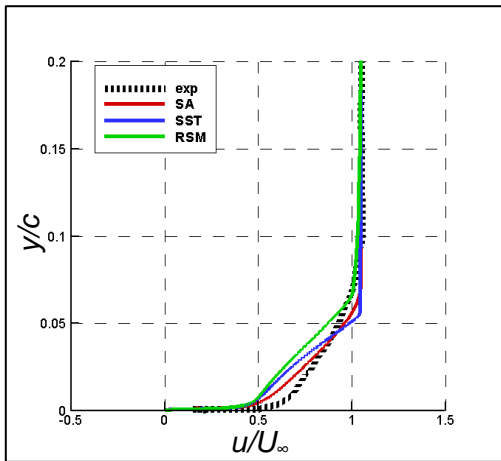
O modelo RSM apresenta o perfil mais laminar dentre os três modelos RANS em análise. Isto é ocasionado por este modelo apresentar melhor distribuição das tensões turbulentas no interior da bolha de separação. A FIG. 5.14 e a FIG. 5.15 mostram os perfis de velocidade à jusante do ponto de recolamento para $\alpha = 2^\circ$ e 4° .



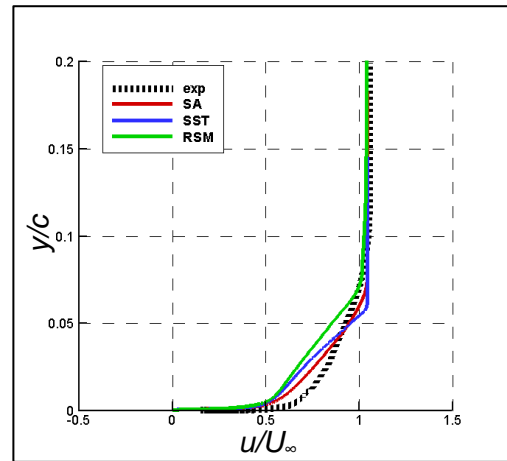
(a) $x/c = 0.375$



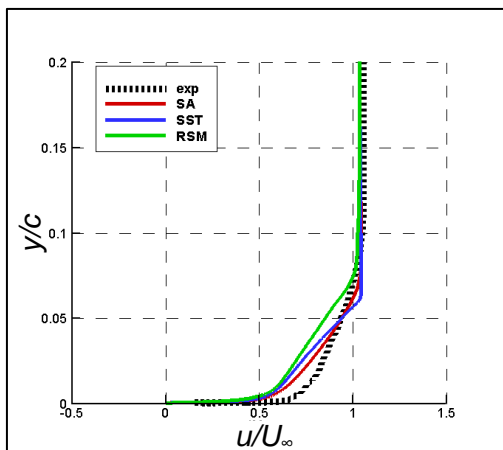
(b) $x/c = 0.500$



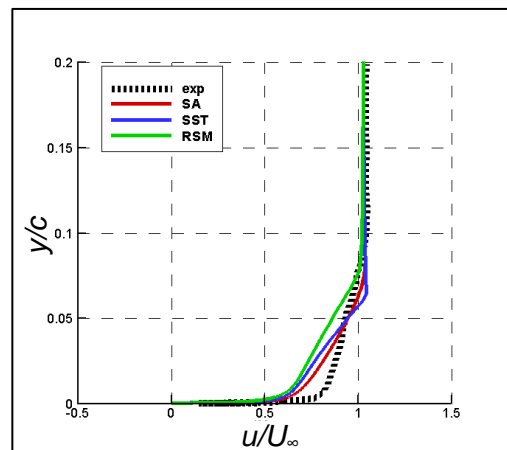
(c) $x/c = 0.625$



(d) $x/c = 0.750$



(e) $x/c = 0.875$



(f) $x/c = 1.000$

FIG. 5.14 - Perfis de velocidade u/U_∞ para as estações após o recolamento, $\alpha = 2^\circ$.

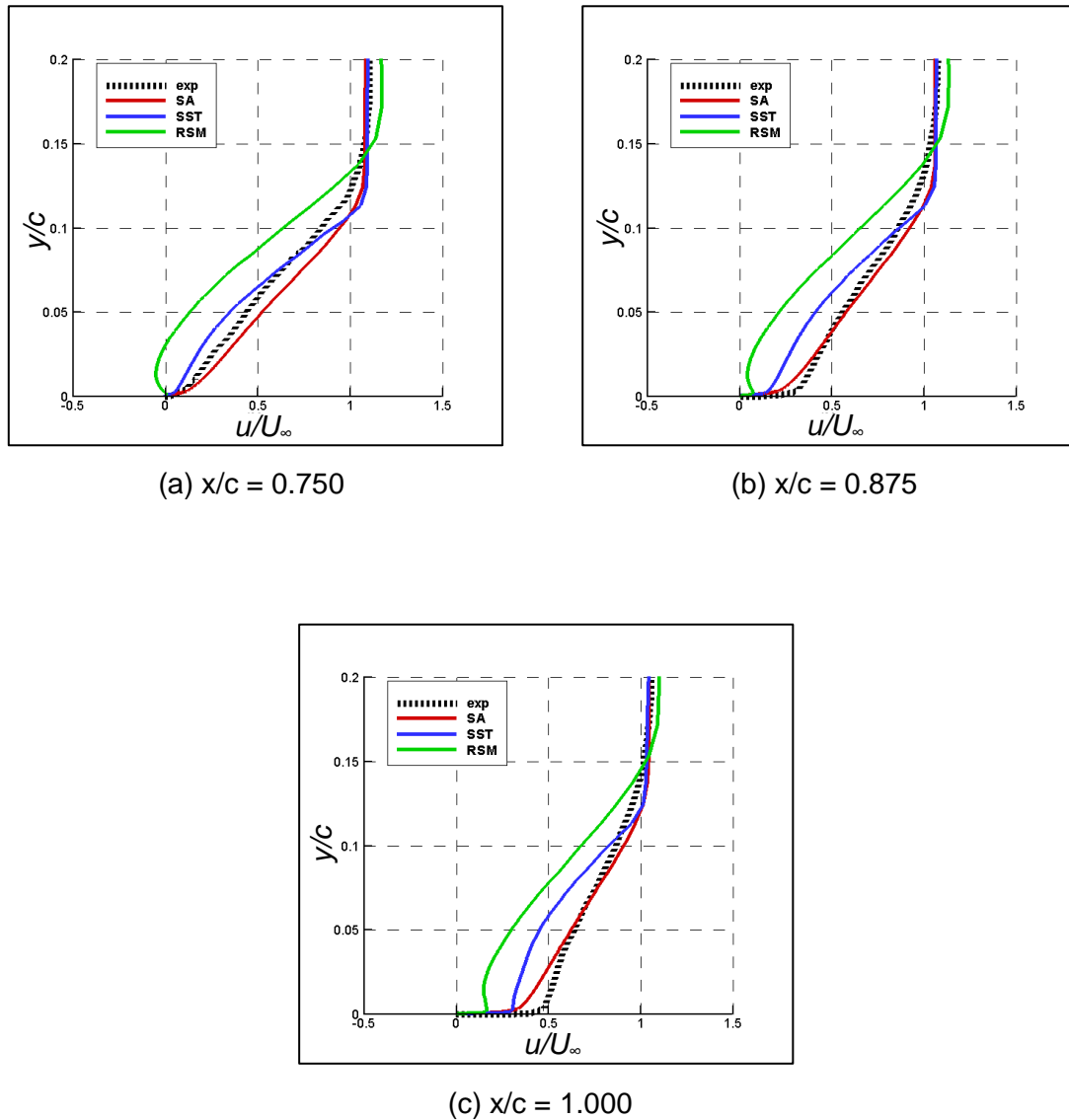


FIG. 5.15 - Perfis de velocidade u/U_∞ para as estações após o recolamento, $\alpha = 4^\circ$.

De maneira geral, os resultados encontrados com os três modelos RANS mostraram concordância com os resultados experimentais alcançados por Crompton (2001).

Segundo Horton (1969), o perfil da camada limite desenvolvido próximo ao ponto X_R , em seguida ao recolamento, é distinto de um perfil de camada limite turbulento regular, sendo esta camada caracterizada por um acréscimo linear da velocidade desde bem próximo à parede até a fronteira da camada limite.

Os gráficos da FIG. 5.14 e da FIG. 5.15 demonstram que esta camada limite se forma desde o ponto de recolamento, e é acelerada em razão do aumento da taxa

de mistura por meio de sua fronteira superior. A subcamada laminar se desenvolve, experimentalmente ou numericamente, por meio de uma região fina com gradientes de velocidade elevados. À jusante do escoamento, mais distante do ponto de recolamento, a camada limite inicia a expor o perfil característico de uma camada limite turbulenta.

A FIG. 5.16 mostra, para os ângulos de incidência $\alpha = 2^\circ$ e 4° , os perfis de velocidade média em unidade de parede, onde u é normalizada pela velocidade de atrito u_τ , ou seja $u^+ = u / u_\tau$, na estação 8 ($x/c = 0.875$), e para y^+ é usada uma escala logarítmica. A EQ. 3.96 e a EQ. 3.97 fornecem os cálculos de y^+ e u_τ . Uma camada limite turbulenta experimental, com gradiente de pressão nulo (*Zero Pressure Gradient – ZPG*) (Österlund, 1999) também é utilizada como referência nesta avaliação. Crompton não forneceu em seus resultados as tensões cisalhantes na parede, e por isso a sua curva experimental não está presente.

Analisando-se a FIG. 5.16, é visto que os modelos SST e Spalart-Allmaras (SA) mostraram resultados satisfatórios, na subcamada laminar e região logarítmica, e também na avaliação usando o perfil ZPG experimental (Österlund, 1999). No entanto, o modelo RSM não apresentou bons resultados, pois não foi capaz de prever os perfis da região logarítmica e da sub-camada laminar, e esta deficiência nestas previsões trouxeram alguns comprometimentos para os resultados deste modelo, como a presença de uma anomalia nas linhas de corrente na região do ponto de recolamento, que será discutida a seguir.

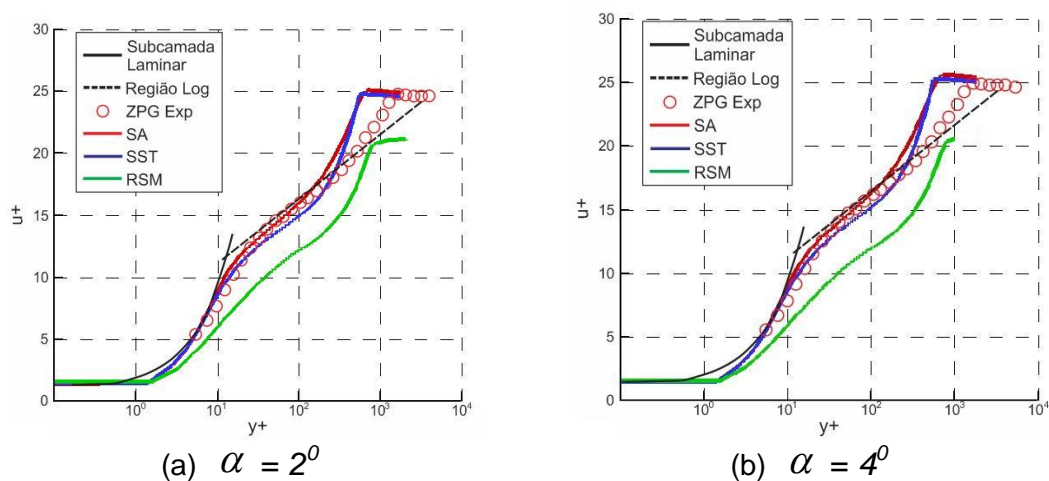


FIG. 5.16 - Perfis de velocidade para u^+ em $x/c = 0.875$, $\alpha = 2^\circ$ e 4° .

O problema da anomalia, relatado anteriormente, sucedido com o modelo RSM, pode ser esclarecido através da FIG. 5.17, que exibe as linhas de corrente encontradas com uma simulação deste modelo, para as regiões da placa e de recolamento.

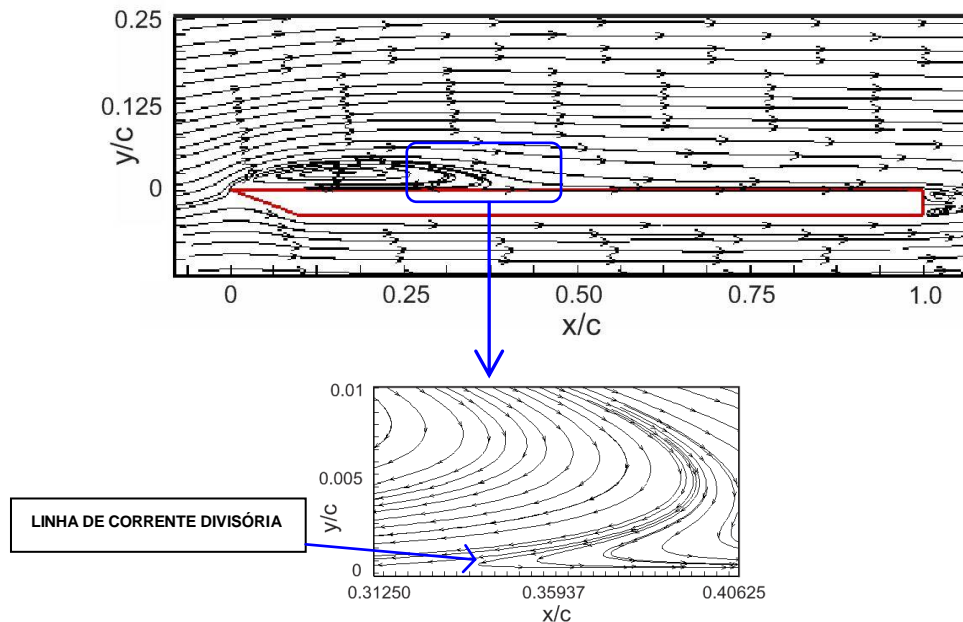
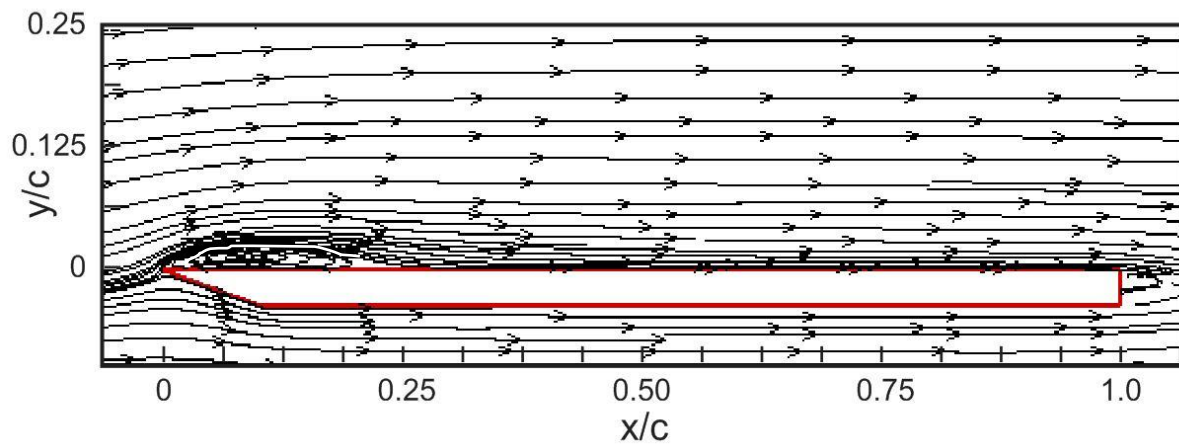


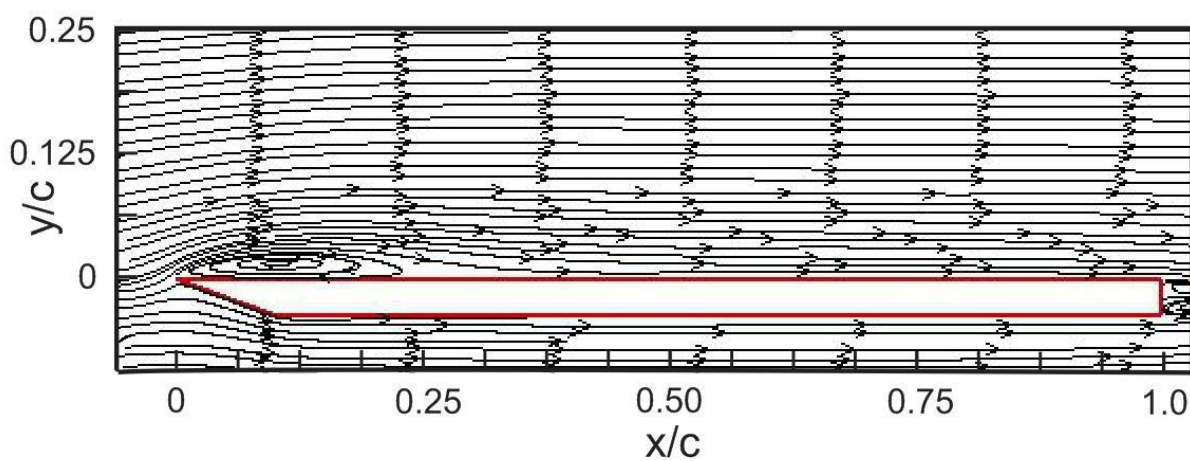
FIG. 5.17 - Linhas de corrente do modelo RSM com o detalhe da anomalia apresentada, $\alpha = 2^\circ$.

Observa-se na FIG. 5.17 que as linhas de corrente para o modelo RSM, apresentam uma curvatura irrealista, na forma de uma dobra, no sentido de montante, próximo ao ponto de recolamento. Avalia-se como um resultado ilegítimo, referente à uma inclinação para trás da linha de corrente que reparte o escoamento no ponto de recolamento, e que influenciou, neste modelo, todo o escoamento sobre a placa plana.

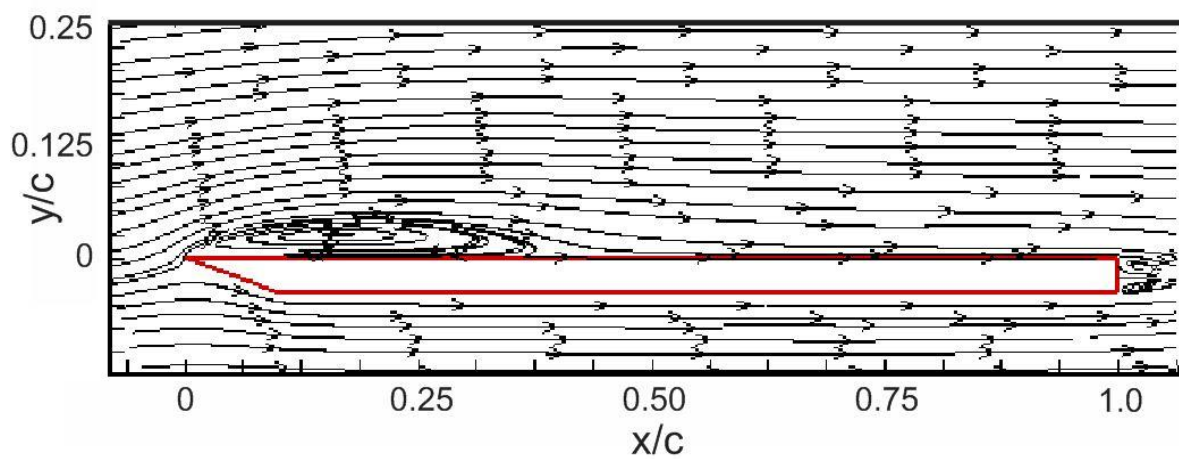
Na FIG. 5.18 e na FIG. 5.19 são apresentadas as linhas de corrente para os três modelos RANS em análise, destacando a região da placa plana. Nota-se que as linhas de corrente obtidas com os modelos Spalart-Allmaras e SST são análogas, no entanto, as linhas de corrente do modelo RSM apresentam a anomalia mencionada, para os dois ângulos de incidência em estudo ($\alpha = 2^\circ$ e 4°).



(a) Modelo Spalart-Allmaras.

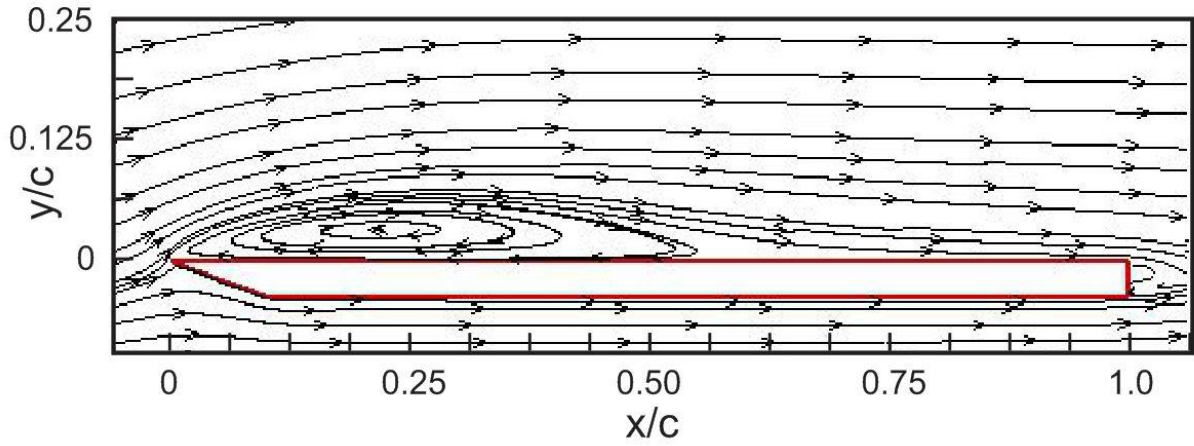


(b) Modelo SST.

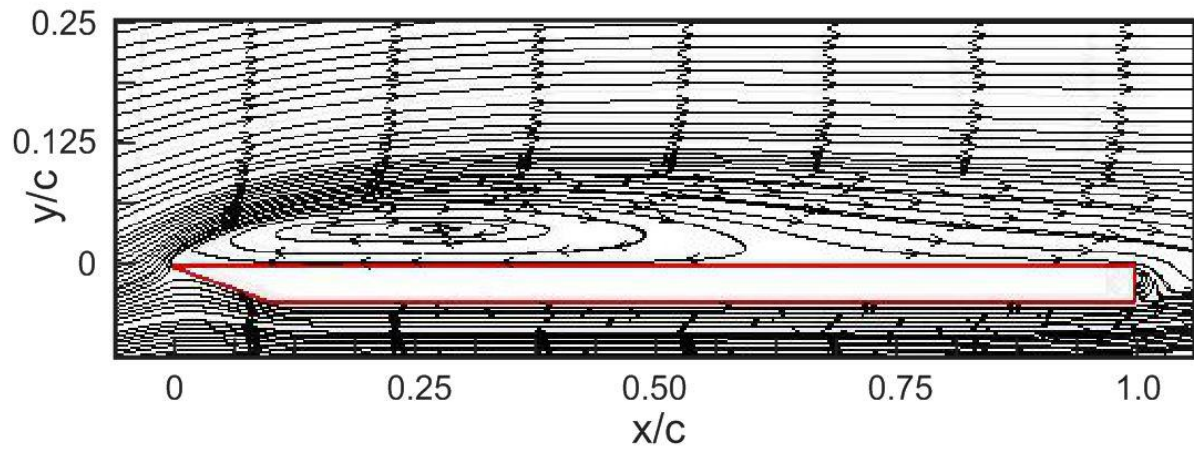


(c) Modelo RSM.

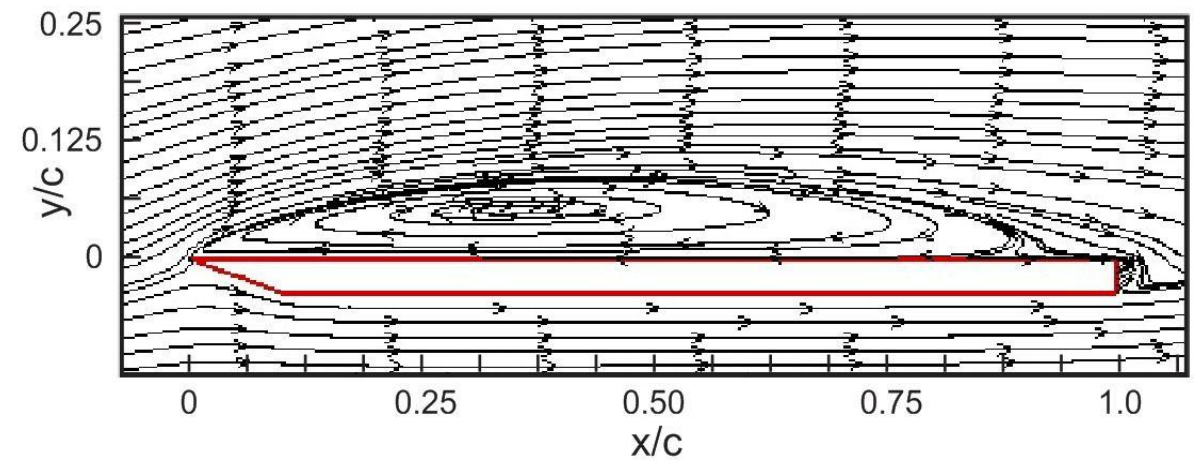
FIG. 5.18 - Linhas de corrente para os modelos RANS (Região da Placa), $\alpha = 2^\circ$.



(a) Modelo Spalart-Allmaras.



(b) Modelo SST.



(c) Modelo RSM.

FIG. 5.19: Linhas de corrente para os modelos RANS (Região da Placa), $\alpha = 4^\circ$.

Hanjalic e Jakirlic (1998) fazem referência sobre a mesma espécie de anomalia nos seus resultados obtidos com o modelo RSM LRR no escoamento sobre um degrau, nas regiões junto à área de recolamento. Segundo estes autores, o problema citado torna-se mais frequente quando se emprega malhas refinadas, como no caso deste trabalho.

Lasher e Taulbee (1992) atribuíram às origens da anomalia, em parte à inconformidade dos coeficientes do modelo RSM LRR, para o termo de pressão Φ_{ij} , e em parte ao modelo de dissipação viscosa ε_{ij} . Já os modelos Spalart-Allmaras e SST não apresentaram esta anomalia em suas linhas de corrente.

A relaminarização do fluxo reverso no interior da bolha de separação principal diminui o gradiente de velocidade junto à superfície da placa, em razão da redução das características turbulentas (Rezende, 2009). Desta forma, a camada limite reversa se depara com um gradiente adverso de pressão, que existe na parte frontal da bolha principal, originando uma nova separação e a formação de uma bolha de recirculação secundária. Este fenômeno foi observado para todos os cinco ângulos de incidência ($\alpha = 1^\circ, 2^\circ, 3^\circ, 4^\circ$ e 5°) estudados nos experimentos de Crompton(2001).

Nas simulações realizadas neste trabalho somente o modelo SST capturou a bolha secundária para o ângulo de incidência de quatro graus ($\alpha = 4^\circ$). A FIG. 5.20(a) apresenta as linhas de corrente para o modelo SST para o ângulo $\alpha = 4^\circ$, mostrando em detalhe a bolha de separação secundária presente.

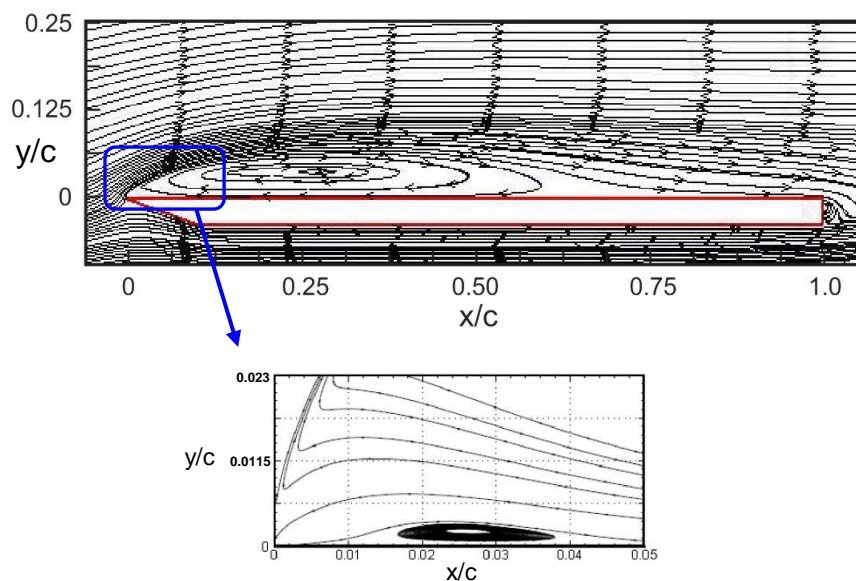


FIG. 5.20(a) - Linhas de corrente do modelo SST com o detalhe da bolha de separação secundária, $\alpha = 4^\circ$.

O escoamento reverso separa de uma maneira similar ao notado para uma bolha curta laminar, recolando junto à extremidade de ataque, quando se depara com um forte gradiente adverso de pressão, gerado pela separação da camada cisalhante. A posição de recolamento é definida pelo gradiente de pressão externo, ao contrário da bolha curta ocorrida em aerofólios de bordas arredondadas, e o comprimento da bolha secundária estará sujeito à localização do ponto de separação do escoamento reverso. A bolha secundária gira no sentido contrário à bolha de separação principal, mas tem uma influência bem grande na camada cisalhante principal.

A maior implicação da bolha secundária é em fazer crescer a turbulência da camada cisalhante livre, logo após a separação do escoamento no bordo de ataque, causado pela velocidade oposta em seu interior. Em consequência é ampliado o gradiente de velocidade na camada de mistura, com uma consecutiva interferência na transição do escoamento. Portanto, a força motriz para a bolha de recirculação secundária é o fluxo efetivo na região de separação do escoamento reverso e o gradiente adverso de pressão próximo ao bordo de ataque, não sendo esta função atribuída à camada cisalhante principal que é contrária a sua rotação.

O comprimento da bolha de separação secundária obtido por Crompton (2001) foi de 4,8% do comprimento da corda c . Como o processo de relaminarização do escoamento reverso no modelo SST é iniciado com um maior atraso, o comprimento da bolha secundária calculado por este modelo foi menor, com o valor aproximado de 4,0% de c . A TAB. 5.4 apresenta o comprimento da bolha de recirculação secundária normalizado pelo comprimento da corda da placa c e o erro calculado com relação ao dado experimental de Crompton (2001).

TAB. 5.4 - Comprimento da bolha secundária (X_S/c) e o respectivo erro obtido.

	$\alpha = 4^\circ$	
	X_S / c	Erro(%)
Experimental Crompton (2001)	0.048	-
SA (QUICK)	-	-
SST (QUICK)	0.040	16.67 %
RSM (Upwind)	-	-

A FIG. 5.20(b) apresenta as linhas de corrente para o modelo SST para o ângulo $\alpha = 2^\circ$, mostrando o detalhe da região do bordo de ataque em forma ampliada, onde pode ser verificado a ausência da bolha de separação secundária para este ângulo de incidência nos resultados deste modelo.

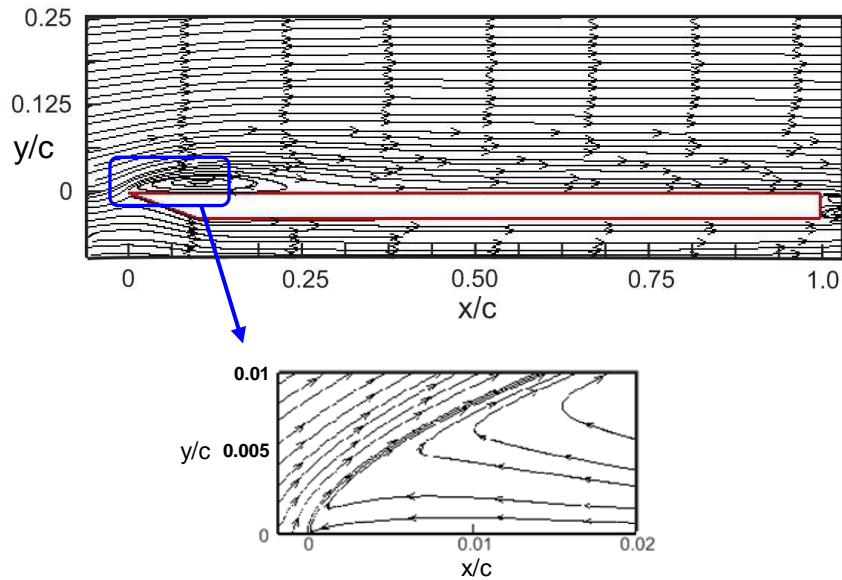
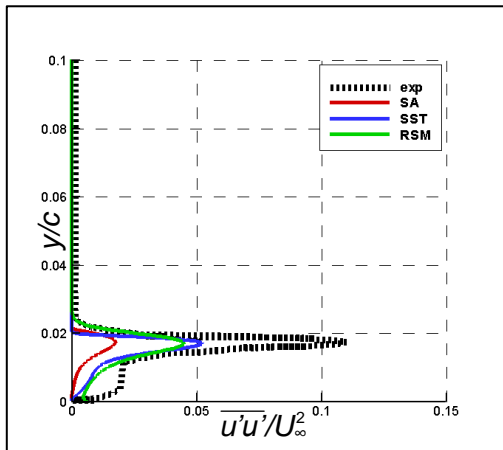


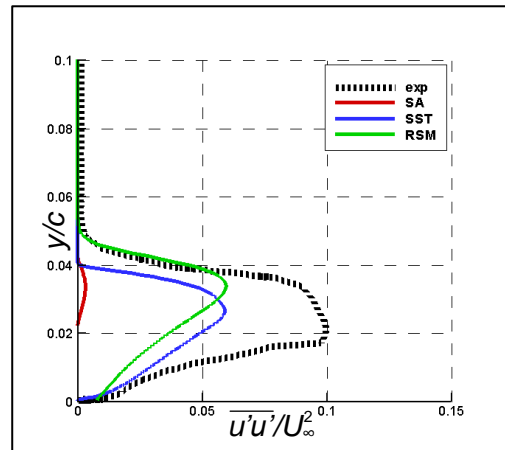
FIG. 5.20(b) - Linhas de corrente do modelo SST com o detalhe da região do bordo de ataque em forma ampliada, $\alpha = 2^\circ$.

5.3.2 ESTATÍSTICAS DE SEGUNDA ORDEM

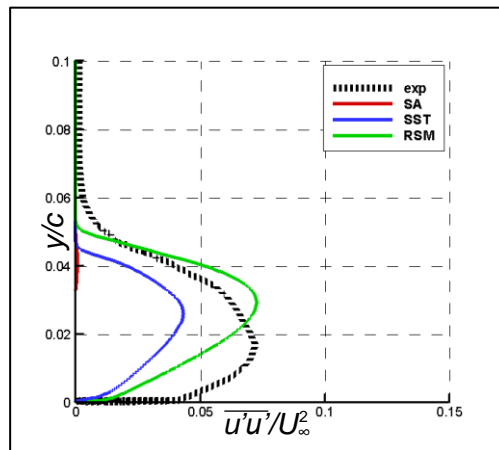
A turbulência desempenha uma influência expressiva no desenvolvimento à jusante do escoamento, sobretudo quando a separação é iminente. O campo de velocidade e, por conseguinte, o campo de pressão sobre a placa dependem decisivamente do campo de turbulência existente no escoamento. Assim, uma previsão correta das estatísticas de segunda ordem é essencial para a solução de todas as variáveis do escoamento. A FIG.5.21, a FIG.5.22, a FIG.5.23 e a FIG. 5.24 apresentam as estatísticas de segunda ordem $\overline{u' u'}$ calculadas pelos três modelos RANS, com os respectivos resultados experimentais, para os ângulos de incidência $\alpha = 2^\circ$ e 4° nas estações situadas antes e após o ponto de recolamento.



(a) $x/c = 0.031$



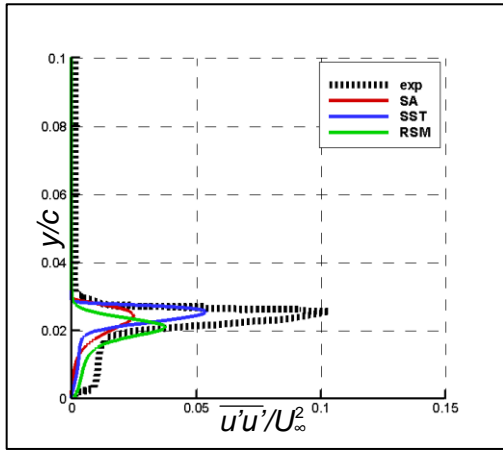
(b) $x/c = 0.125$



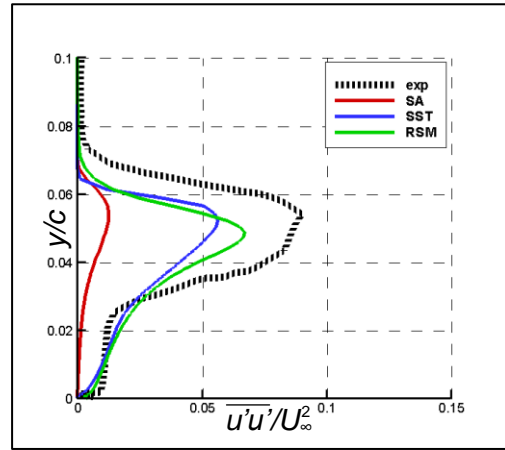
(c) $x/c = 0.250$

FIG. 5.21 - Perfis de $\overline{u'u'}/U_\infty^2$ para as estações situadas antes do recolamento. Modelos RANS, $\alpha = 2^\circ$.

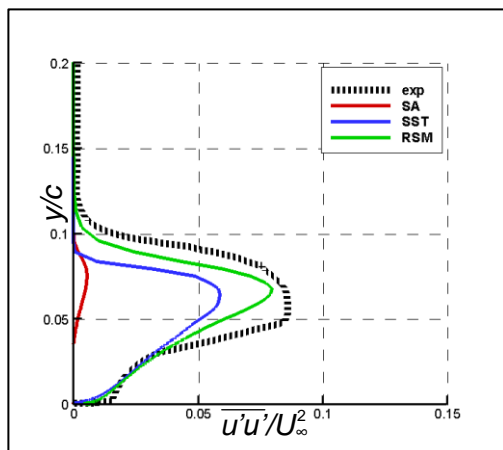
Pode-se perceber na FIG. 5.21(a) referente à estação 1 ($x/c=0.031$) que as ligeiras modificações nas inclinações do perfil de $\overline{u'u'}/U_\infty^2$ e a forma principal da curva na região próxima à parede não foram previstas satisfatoriamente pelos três modelos RANS. Na FIG. 5.21(b) da estação 2 ($x/c=0.125$), os modelos SST e RSM expõem um comportamento análogo para a tensão turbulenta normal comparado aos resultados de Crompton (2001), com relação ao formato do perfil de



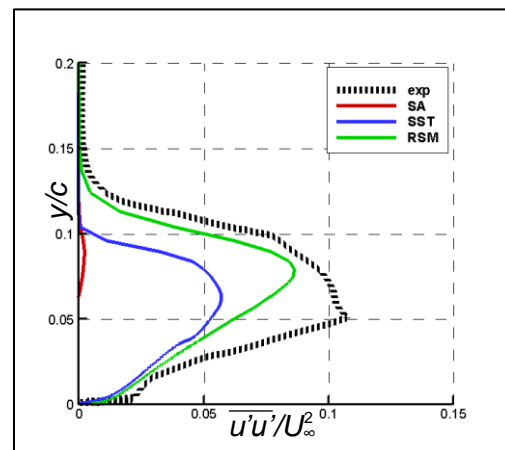
(a) $x/c = 0.031$



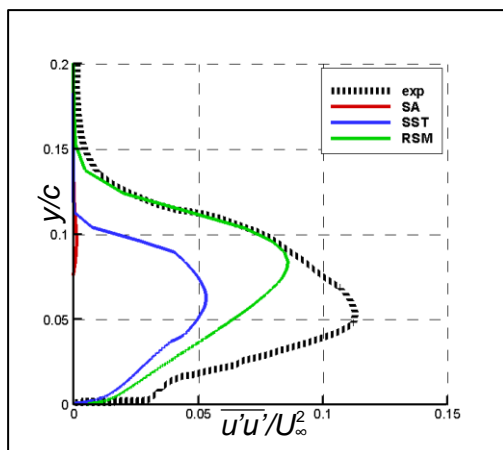
(b) $x/c = 0.125$



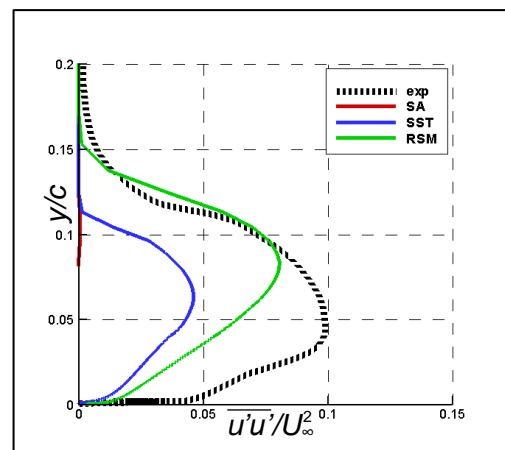
(c) $x/c = 0.250$



(d) $x/c = 0.375$

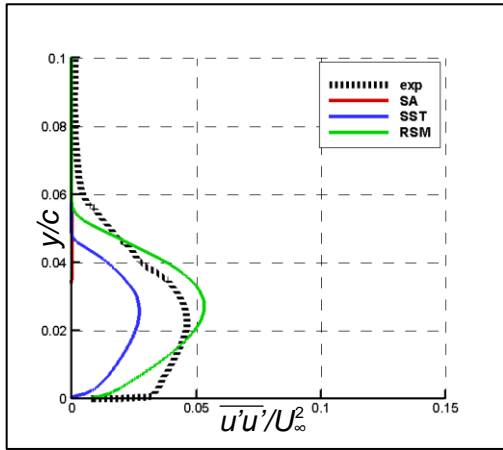


(e) $x/c = 0.500$

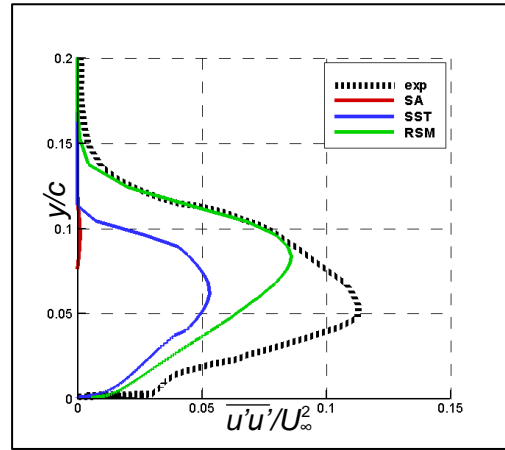


(f) $x/c = 0.625$

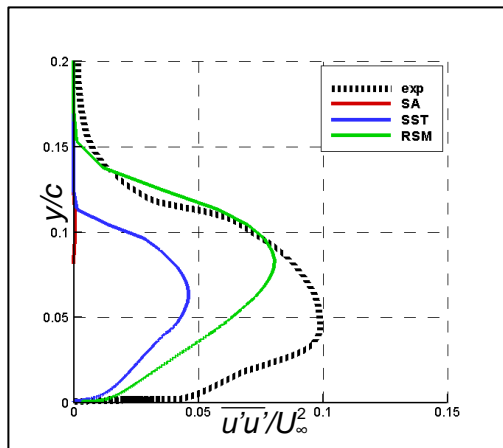
FIG. 5.22 - Perfis de $\overline{u'u'}/U_\infty^2$ para as estações situadas antes do recolamento. Modelos RANS, $\alpha = 4^\circ$.



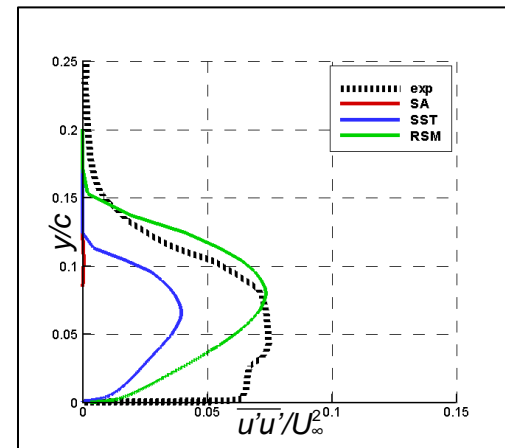
(a) $x/c = 0.375$



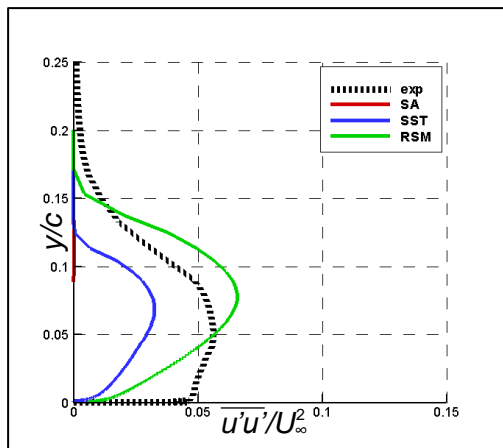
(b) $x/c = 0.500$



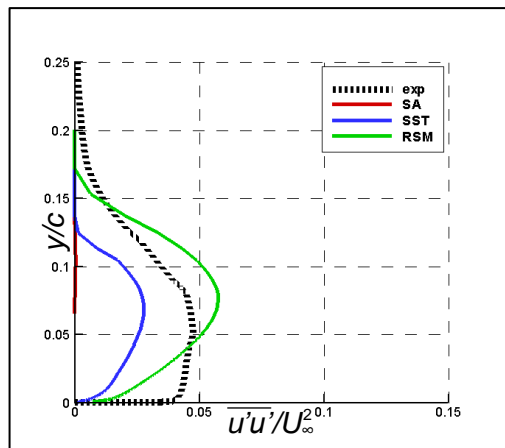
(c) $x/c = 0.625$



(d) $x/c = 0.750$



(e) $x/c = 0.875$



(f) $x/c = 1.000$

FIG. 5.23 - Perfis de $\overline{u'u'}/U_\infty^2$ para as estações situadas após o recolamento. Modelos RANS, $\alpha = 2^\circ$.

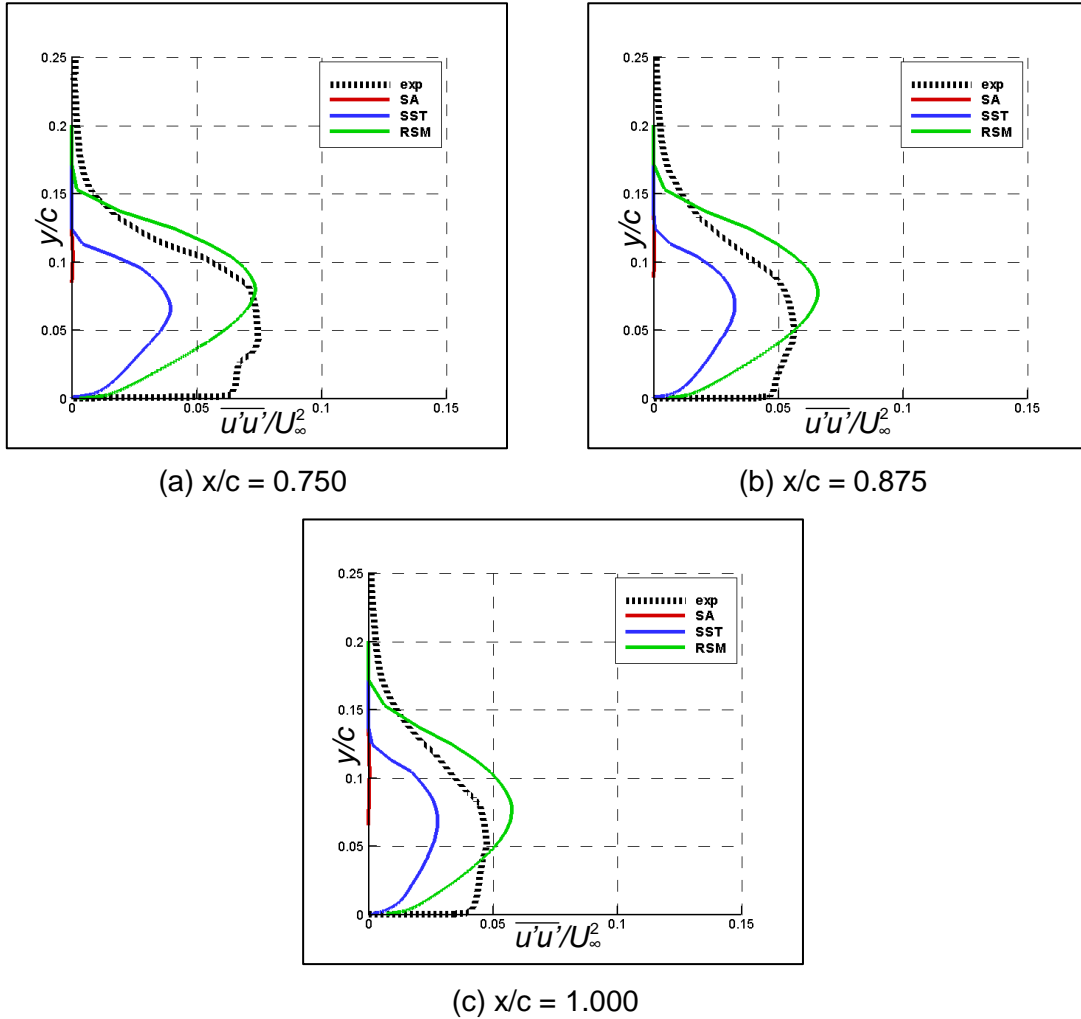


FIG. 5.24 - Perfis de $\overline{u'u'}/U_\infty^2$ para as estações situadas após o recolamento. Modelos RANS, $\alpha = 4^\circ$.

$\overline{u'u'}/U_\infty^2$, porém apresentando diferença na intensidade. Observando os resultados alcançados para as grandezas de segunda ordem $\overline{u'u'}$ na FIG. 5.21, na FIG. 5.22, na FIG. 5.23 e na FIG. 5.24, nota-se que o modelo RSM obteve as melhores previsões entre os modelos analisados, tendo em vista que as magnitudes de $\overline{u'u'}$, o comportamento e o formato das curvas encontradas por este modelo foram as mais concordantes com os experimentos realizados em túnel de vento. Isto é devido, sobretudo, ao fato de que no modelo RSM os componentes $\overline{u'u'}$, $\overline{v'v'}$ e $\overline{u'v'}$ do tensor de Reynolds são determinados por suas equações de transporte,

diferentemente dos modelos SA e SST. Observamos também que o modelo de Spalart-Allmaras (SA) obteve previsões desprezíveis para $\overline{u'u'}$, mostrando-se não ser um modelo adequado para calcular as estatísticas de segunda ordem.

O modelo de Spalart-Allmaras (SA) possui uma menor taxa de mistura na camada cisalhante livre devido ao uso de sua função de amortecimento viscoso, e isto causa a geração de menores valores de flutuações de velocidade média nas regiões próximas à superfície da placa. Outro motivo do baixo desempenho do modelo SA nos cálculos de $\overline{u'u'}$ é a inexistência de um termo de representação das flutuações da pressão na equação da tensão de Reynolds deste modelo (EQ. 3.18).

O modelo SST alcançou resultados bem melhores do que o modelo SA, mas não superiores aos encontrados pelo modelo RSM. Este modelo que se comporta como o modelo $\kappa-\omega$ próximo à parede, e como o modelo $\kappa-\varepsilon$ na parte externa da camada limite, dentro da camada cisalhante livre resolve a equação de transporte de ε , gerando assim uma redução na taxa de dissipação da energia cinética turbulenta nesta região, sendo este o motivo principal da boa performance deste modelo nas previsões das grandezas de segunda ordem na maioria das estações de medição localizadas sobre a placa plana.

Observa-se também nos gráficos de $\overline{u'u'}$ apresentados nesta seção, que as regiões de maior intensidade desta variável estão localizadas mais próximas à parede nos dados experimentais de Crompton quando sendo comparado aos três modelos RANS usados. Nota-se ainda que a presença da anomalia nas linhas de corrente do modelo RSM, em ambos ângulos de incidência ($\alpha = 2^\circ$ e 4°), mencionada na seção anterior (seção 5.3.1), causou alguns desvios nas previsões deste modelo para os cálculos de $\overline{u'u'}$, principalmente na região mais próxima à parede.

Em seguida, na FIG. 5.25, FIG. 5.26, FIG. 5.27, FIG. 5.28, FIG. 5.29 e FIG. 5.30, são mostrados os contornos das tensões de Reynolds $\overline{u'u'}$, $\overline{v'v'}$ e $\overline{u'v'}$ normalizados pelo quadrado da velocidade da corrente livre U_∞^2 , obtidos para ambos ângulos de inclinação em análise ($\alpha = 2^\circ$ e 4°), referentes aos três modelos de turbulência RANS empregados. Cada gráfico de contorno apresenta duas imagens, onde a imagem superior mostra a região da placa plana contendo todo o comprimento da placa, e a imagem inferior mostra os contornos em tamanho maior, do bordo de ataque

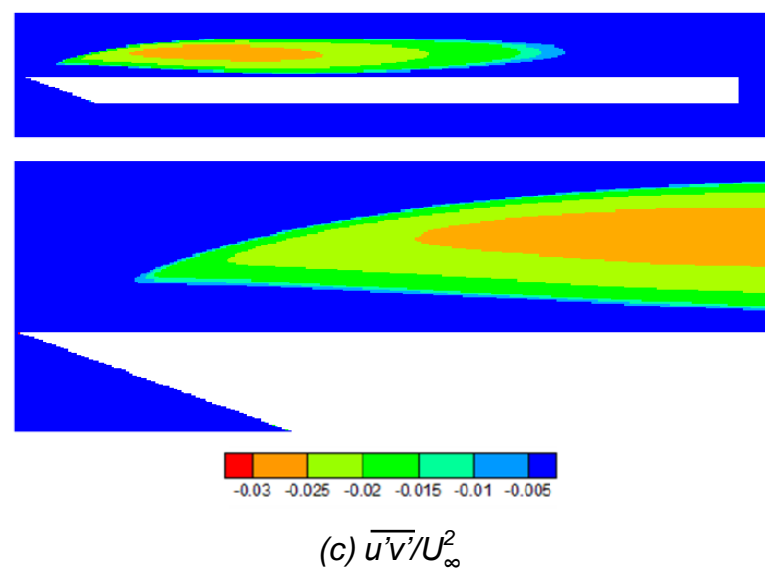
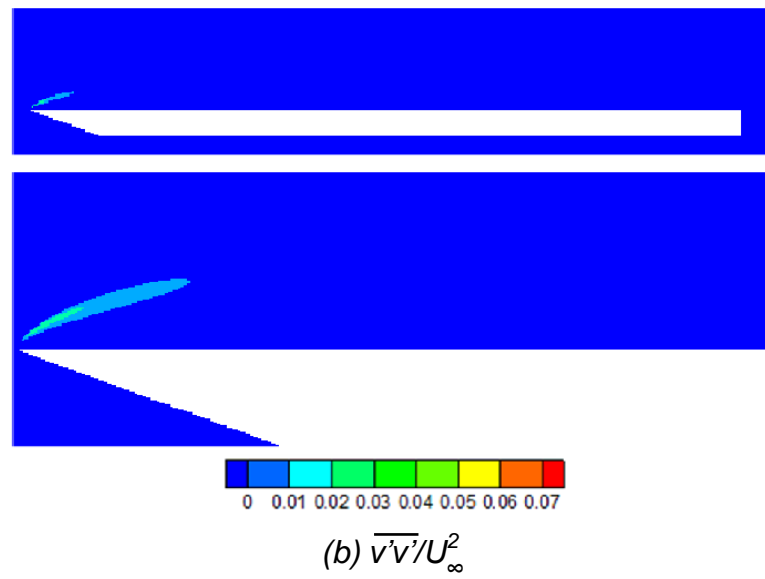
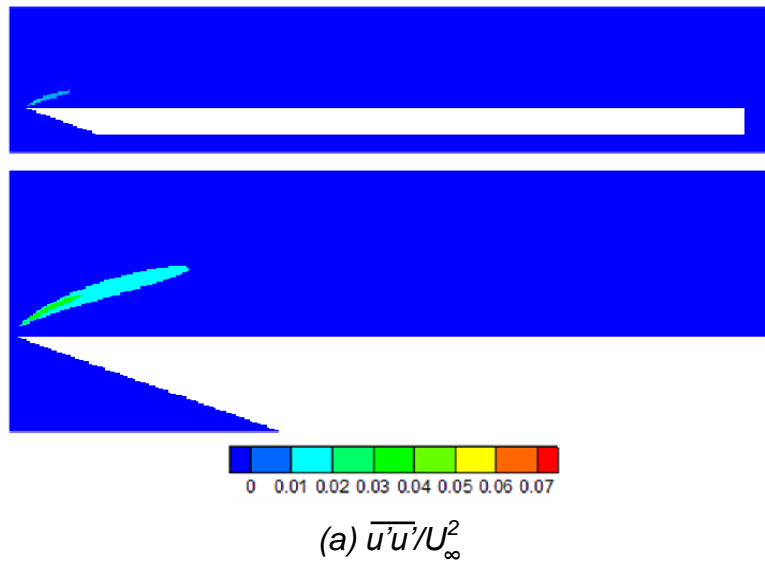


FIG. 5.25 - Contornos das tensões de Reynolds - Modelo SA ($\alpha = 2^\circ$).

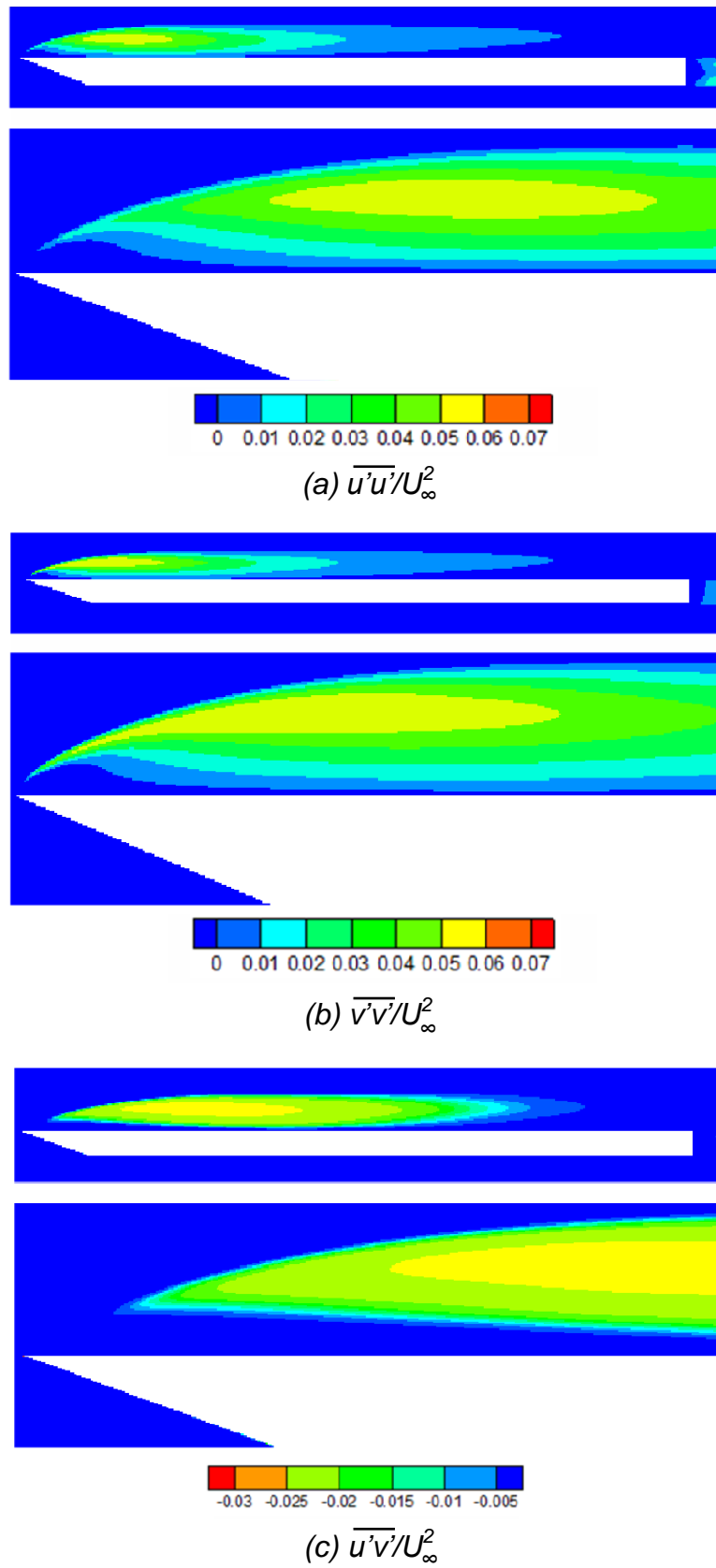


FIG. 5.26 - Contornos das tensões de Reynolds - Modelo SST ($\alpha = 2^\circ$).

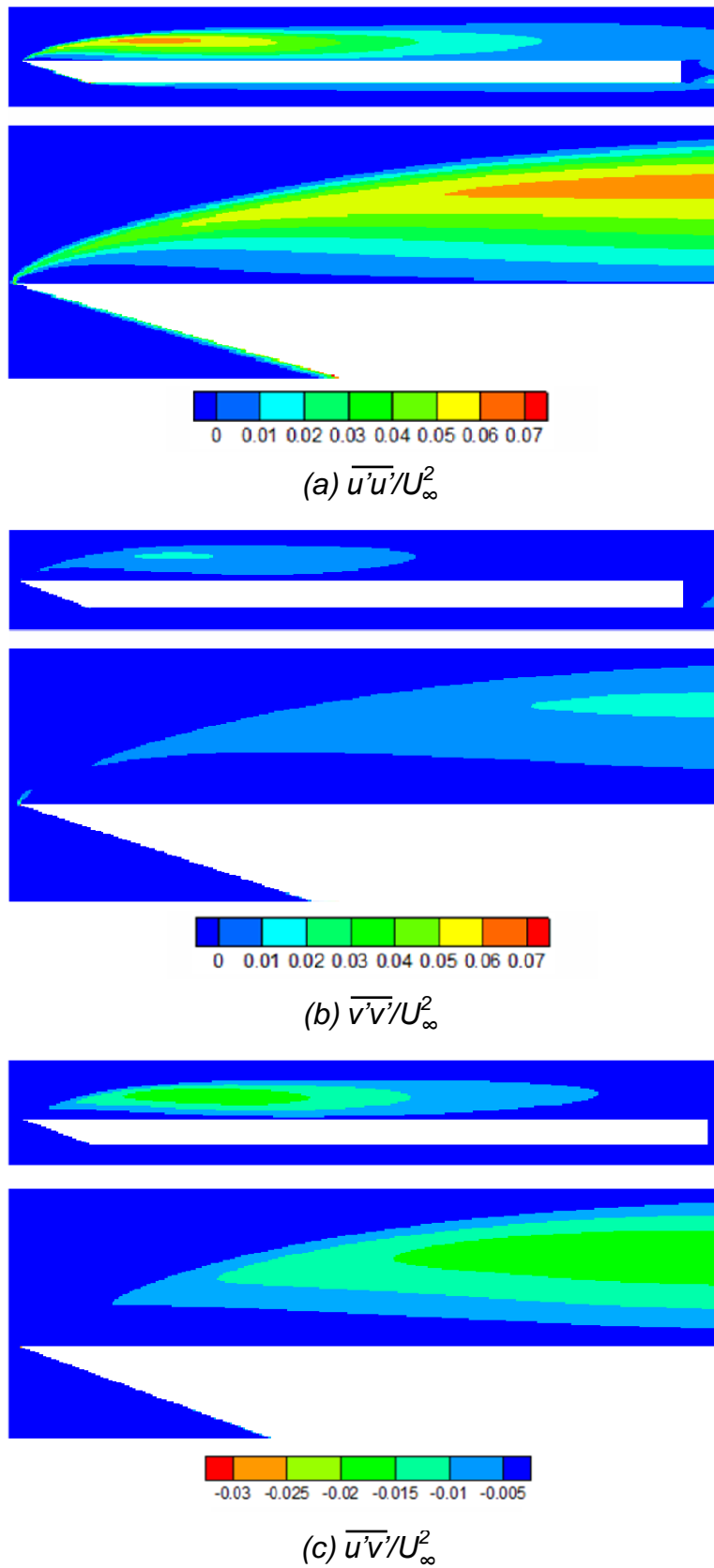


FIG. 5.27 - Contornos das tensões de Reynolds - Modelo RSM ($\alpha = 2^\circ$).

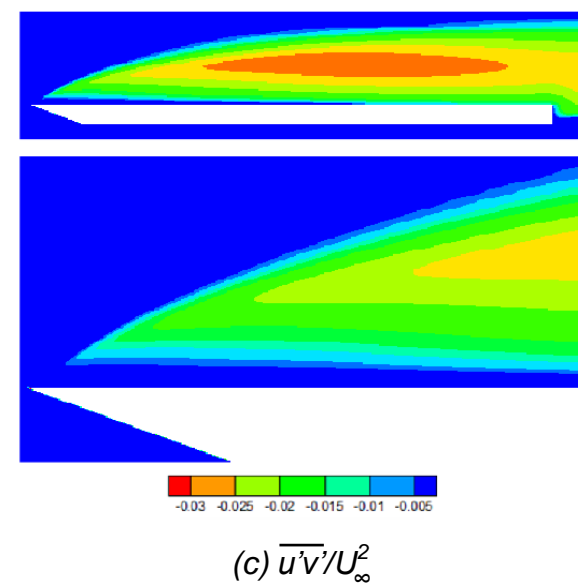
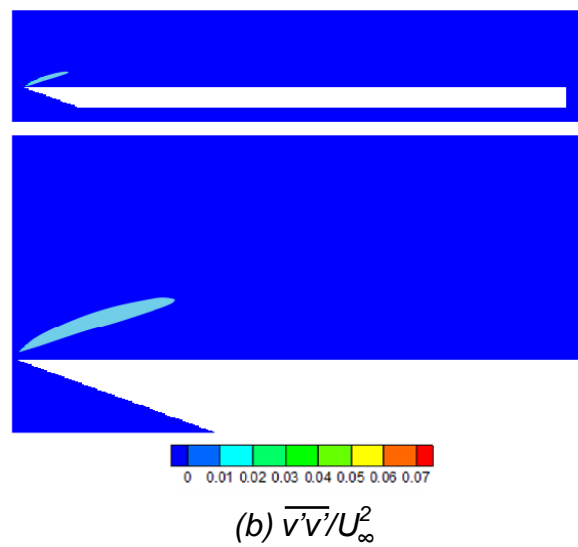
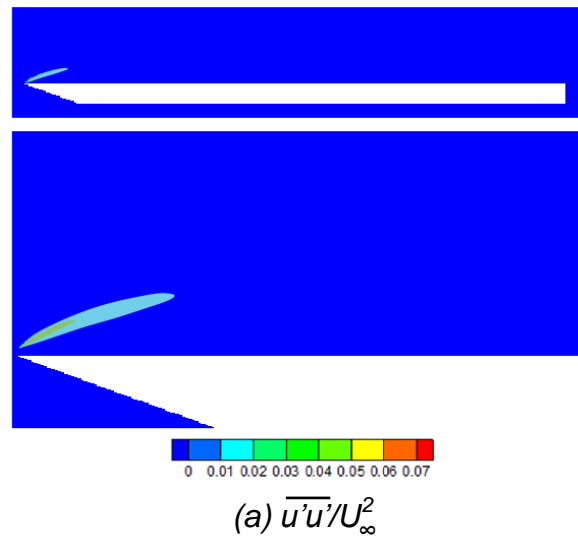


FIG. 5.28 - Contornos das tensões de Reynolds - Modelo SA ($\alpha = 4^\circ$).

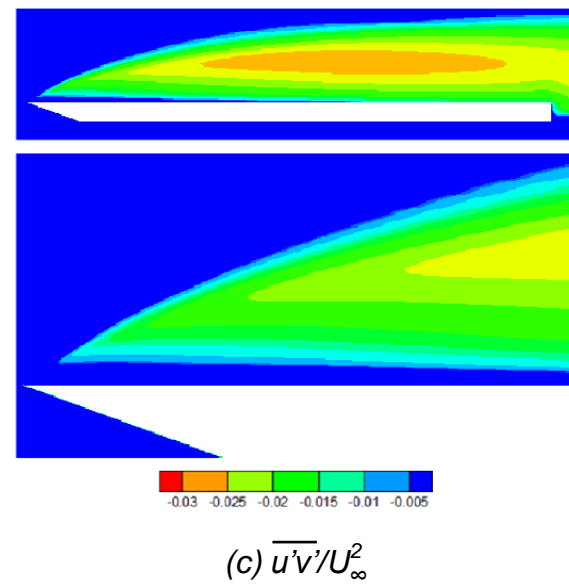
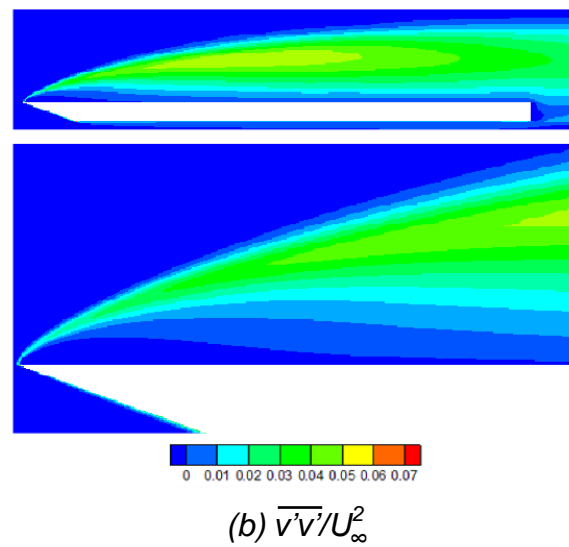
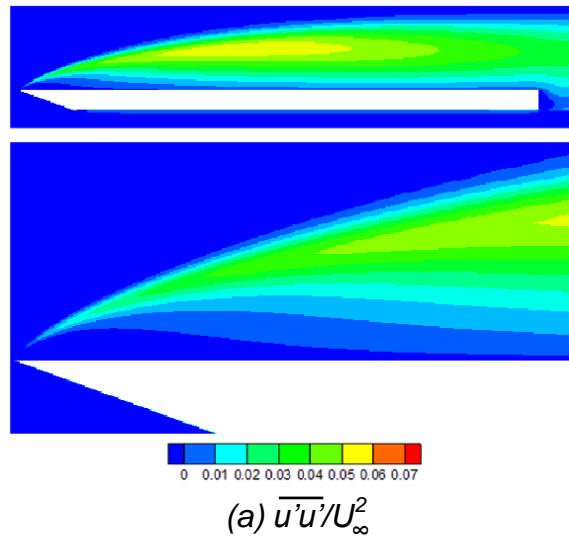


FIG. 5.29 - Contornos das tensões de Reynolds - Modelo SST ($\alpha = 4^\circ$).

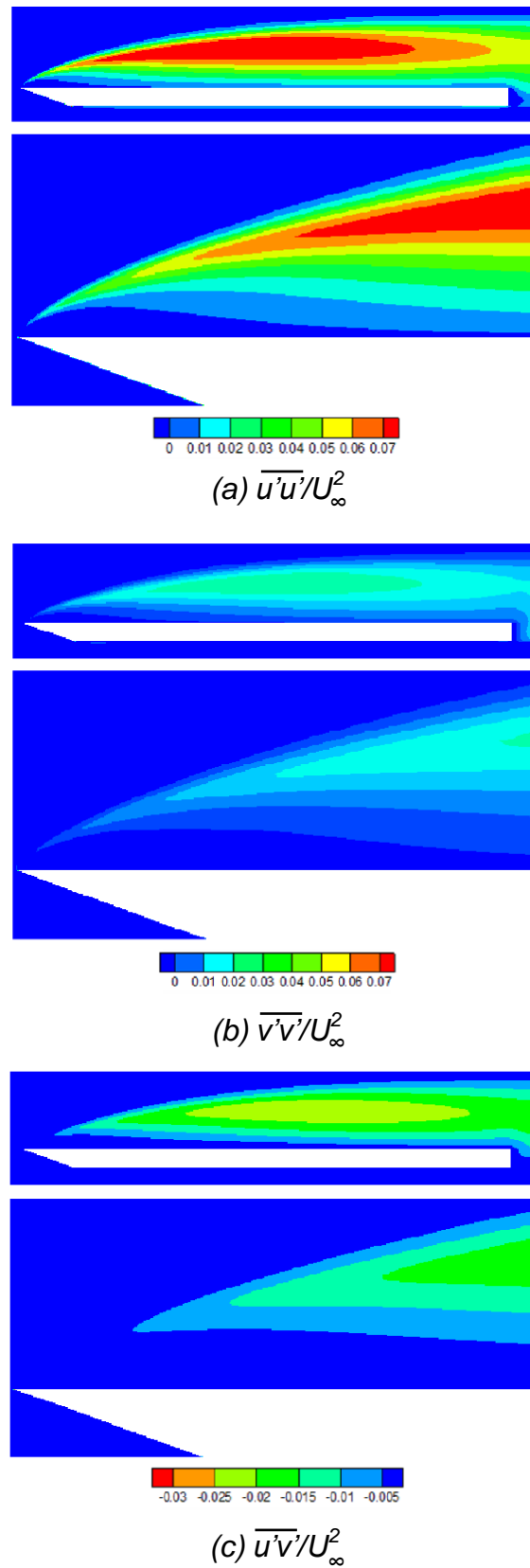


FIG. 5.30 - Contornos das tensões de Reynolds - Modelo RSM ($\alpha = 4^\circ$).

afiado até o comprimento de $0,3 c$.

Percebe-se através dos contornos das tensões de Reynolds obtidos pelo modelo de Spalart-Allmaras (SA), na FIG. 5.25 e na FIG. 5.28, que este modelo não consegue calcular adequadamente as tensões turbulentas normais $\overline{u'u'}$ e $\overline{v'v'}$, revelando um forte amortecimento das tensões normais, conforme também observado nos seus resultados de $\overline{u'u'}$ encontrados em cada estação de medição, e mencionados anteriormente. No entanto, as tensões cisalhantes $\overline{u'v'}$ tiveram melhores resultados neste modelo.

Como pode ser notado na FIG. 5.26 e na FIG. 5.29, o modelo SST mostrou uma anisotropia muito baixa, que pode ser observada pelas grandes semelhanças dos contornos de $\overline{u'u'}$ e $\overline{v'v'}$ gerados nas simulações deste modelo em ambos ângulos de incidência. Isto era esperado, pois este modelo utiliza a hipótese de Boussinesq, que sintetiza toda a complexidade das estruturas turbulentas através de uma única constante escalar, que é a viscosidade turbulenta ν_t . Novamente, pela observação dos contornos das tensões de Reynolds obtidos, é nítido que o modelo SST prevê melhores resultados das grandezas de segunda ordem do que o modelo de Spalart-Allmaras (SA).

O modelo RSM apresentou os melhores resultados para as estatísticas de segunda ordem, como pode ser verificado através dos contornos de $\overline{u'u'}$, $\overline{v'v'}$ e $\overline{u'v'}$ na FIG. 5.27 e na FIG. 5.30, onde nota-se para este modelo as diferentes características dos contornos gerados para os três componentes do tensor de Reynolds, e desta forma pode-se observar que este modelo capturou a anisotropia da turbulência neste escoamento em análise. Constata-se ainda pelos gráficos de contornos deste modelo, que a intensidade do componente $\overline{u'u'}$ foi maior do que dos componentes $\overline{v'v'}$ e $\overline{u'v'}$, como é o corretamente esperado.

5.3.3 DISTRIBUIÇÃO DE PRESSÃO

O coeficiente de pressão é a variável empregada na avaliação da distribuição de pressão sobre a placa, sendo determinado pela seguinte expressão

$$C_P = \frac{p - p_\infty}{0,5 \rho U_\infty^2} \quad (5.4)$$

onde p é a pressão estática, p_∞ é a pressão na corrente livre, ρ é a massa específica do fluido e U_∞ é a velocidade da corrente livre. As curvas de coeficiente de pressão C_p sobre a placa obtidas para os três modelos RANS, e os dados experimentais de Crompton(2001) são apresentados a seguir, na FIG. 5.31 e na FIG. 5.32, para ambos ângulos de inclinação ($\alpha = 2^\circ$ e 4°).

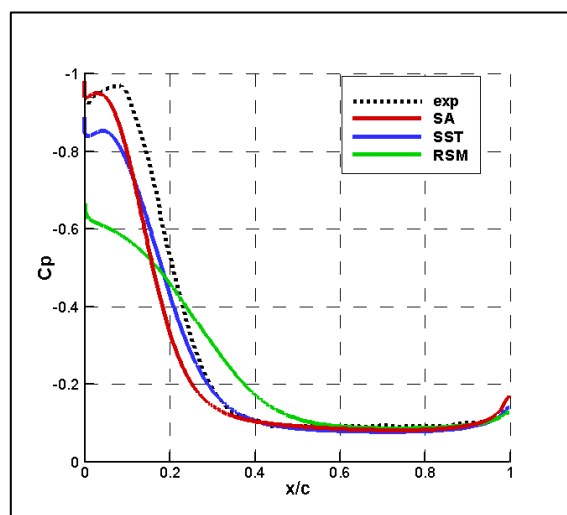


FIG. 5.31 - Coeficientes de pressão sobre a placa ($\alpha = 2^\circ$).

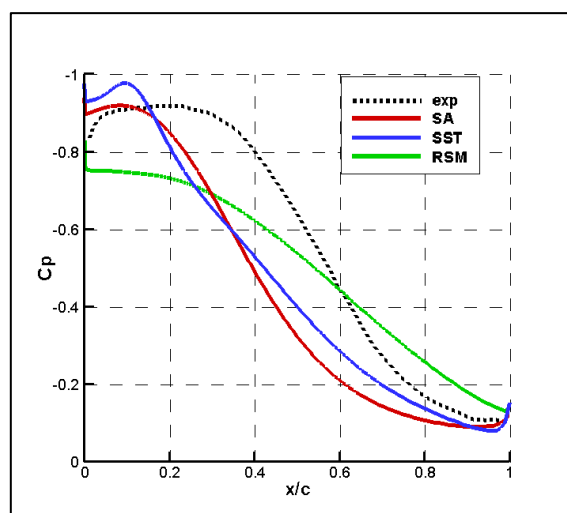


FIG. 5.32 - Coeficientes de pressão sobre a placa ($\alpha = 4^\circ$).

Conforme mencionado anteriormente, os modelos SA e SST não calcularam com uma precisão adequada a taxa de mistura na camada cisalhante livre, provocando assim um aumento de pressão estática na região da bolha principal (visto na FIG. 5.31 e na FIG. 5.32), devido às menores velocidades médias obtidas nesta região por estes modelos. Pode ainda ser notado, principalmente na FIG. 5.31, que estes modelos conseguiram simular corretos coeficientes de pressão sobre a placa na região após o recolamento, até o bordo de fuga.

Os resultados de C_p expostos pelo modelo RSM, para $\alpha = 2^\circ$ e 4° , não foram satisfatórios, como pode ser observado na FIG. 5.31 e na FIG. 5.32. Novamente é verificado que o problema da anomalia nas linhas de corrente na região de recolamento causou desvios consideráveis nos resultados deste modelo, sendo desta forma considerado um modelo não indicado para prever a distribuição de pressão sobre a placa, nas condições deste escoamento em estudo. É percebido também que o modelo de Spalart-Allmaras (SA) conseguiu melhores resultados nas previsões de distribuição de pressão do que o modelo RSM, principalmente para o ângulo de inclinação $\alpha = 2^\circ$ (FIG. 5.31).

Numa análise geral, pode-se afirmar que o modelo SST obteve os melhores resultados nas previsões da distribuição de pressão, simulando melhor a transição de regime laminar para turbulento na região do bordo de ataque do que os outros dois modelos usados, e conseguindo prever a bolha de recirculação secundária, o que pode ser notado pelo ápice mais alto da sua curva na FIG. 5.32.

5.3.4 RESUMO DAS PRINCIPAIS VANTAGENS E DESVANTAGENS APRESENTADAS PELOS MODELOS DE TURBULÊNCIA ANALISADOS

A TAB. 5.5 exhibe de uma forma breve e sintetizada algumas das principais vantagens e desvantagens apresentadas pelos modelos de turbulência de Spalart-Allmaras(SA), SST $\kappa-\omega$ e RSM.

TAB. 5.5 – Tabela comparativa para os modelos de turbulência RANS.

MODELO	VANTAGENS	DESVANTAGENS
SA	<ul style="list-style-type: none"> - Proporciona bons resultados para escoamentos de camada limite com gradientes de pressão adversos. - Demanda um esforço computacional menor. - Não apresentou problemas de convergência nas simulações numéricas realizadas. 	<ul style="list-style-type: none"> - Apresentou resultados insatisfatórios para as estatísticas de segunda ordem do escoamento em estudo. - Este modelo ainda não foi amplamente testado. - Possui uma falta de submodelos para outros tipos de escoamentos.
SST	<ul style="list-style-type: none"> - Apresenta bons resultados para os escoamentos que envolvem gradientes de pressão adversos e separação. - Tem demonstrado ter uma redução substancial relativo à dependência nas condições de contorno para ω na corrente livre. - Não apresentou problemas de convergência nas simulações numéricas. 	<ul style="list-style-type: none"> - Não capturou a anisotropia dos componentes das tensões de Reynolds do escoamento em estudo. - Demanda um esforço computacional relativamente maior que o modelo SA. - Em algumas situações o modelo não consegue capturar todas as estruturas principais do escoamento.
RSM	<ul style="list-style-type: none"> - Transporte e anisotropia das tensões turbulentas são inteiramente avaliadas. - Desenvolve corretamente a anisotropia dos componentes das tensões de Reynolds do escoamento em estudo. - Modelo RANS mais completo fisicamente. 	<ul style="list-style-type: none"> - Equações de momento e grandezas turbulentas estão fortemente acopladas. - Demanda o maior esforço computacional dentre todos os modelos. - Apresentou uma anomalia nas linhas de corrente na região de recolamento no escoamento em estudo.

6 CONCLUSÃO

O escoamento em torno de uma placa plana fina com bordo de ataque afiado foi pesquisado em detalhes através de uma abordagem numérica, onde três modelos de turbulência RANS foram empregados, modelos de Spalart-Allmaras (Spalart & Allmaras, 1992), SST $\kappa-\omega$ (Shear-Stress Transport $\kappa-\omega$) (Menter, 2003) e RSM (Reynolds Stress Model) (Launder et al, 1975; Launder & Shima, 1989), usando-se dois ângulos de inclinação da placa ($\alpha = 2^\circ$ e 4°), onde foram apresentados uma série de resultados que complementam os estudos anteriores de Crompton (2001), Collie (2005), Sampaio (2006) e Rezende (2009).

Foi usado um domínio bidimensional, com uma malha estruturada e não-uniforme, com maior refinamento próximo às superfícies superior e inferior da placa, para a correta previsão de todas as estruturas importantes presentes neste escoamento em estudo. As soluções foram determinadas no regime permanente. Os resultados alcançados foram comparados aos dados experimentais de Crompton (2001).

O esquema QUICK foi utilizado nas simulações com os modelos de Spalart-Allmaras e SST, para se alcançar uma maior ordem de precisão da discretização. Para o modelo RSM foi empregado o esquema UPWIND por ser mais robusto e assim minimizar os problemas de convergência que este modelo costuma apresentar. O acoplamento velocidade-pressão foi resolvido através do algoritmo SIMPLE para todos os casos analisados. O programa FLUENT 6.3.26 resolveu todos os sistemas de equações algébricas através do método MULTIGRID. Desta forma, com o emprego desta metodologia numérica descrita, a estabilidade numérica das simulações realizadas foi alcançada para todos os modelos RANS.

O modelo de Spalart-Allmaras (SA), que utiliza a hipótese de Boussinesq, não foi capaz de prever corretamente as grandezas turbulentas de segunda ordem em nenhuma estação de medição, e isto levou, conseqüentemente, à não captura da bolha de recirculação secundária em ambos ângulos de incidência ($\alpha = 2^\circ$ e 4°). Foi também observado que este modelo proporcionou as melhores previsões de comprimento de recolamento X_R dentre os três modelos de turbulência utilizados.

Tendo em vista o seu tempo de processamento computacional mais baixo, comparado aos modelos SST e RSM, em torno de 06 dias, e os seus resultados para coeficientes de pressão sobre a placa, perfis de velocidade média, e comprimentos de recolamento, pode-se concluir que este modelo foi relativamente hábil para previsão das estatísticas de primeira ordem do escoamento em estudo, embora certamente não teve um resultado global melhor do que o modelo SST.

O modelo RSM exibiu os melhores resultados nas estatísticas de segunda ordem do escoamento em análise, mostrando uma maior concordância dos perfis de $\overline{u'u'}$ com os dados experimentais, e descrevendo corretamente a anisotropia existente neste complexo escoamento, observada pelos seus gráficos de contornos das tensões de Reynolds (FIG. 5.27 e FIG. 5.30), onde foi visto que os modelos SA e SST não alcançaram eficácia nesta questão.

Os valores dos comprimentos de recolamento X_R encontrados com o modelo RSM apresentaram os maiores erros percentuais com relação aos dados experimentais de Crompton (2001), dentre os três modelos RANS usados. Este fato está relacionado principalmente à ocorrência da anomalia nas linhas de corrente apresentada por este modelo, na região do ponto de recolamento, exibida através da FIG. 5.17, que causou nítidos desvios nos resultados deste modelo. Este comportamento anômalo ainda foi certamente responsável pela concordância insatisfatória das previsões de distribuição de pressão sobre a placa obtidas pelo modelo RSM, principalmente para o ângulo de ataque $\alpha = 2^\circ$, como pode ser verificado na FIG. 5.31 e na FIG. 5.32. Foi notado ainda que este modelo não capturou a segunda bolha de separação. Assim, considerando os desvios encontrados nos resultados de X_R e C_P do modelo RSM, o seu maior tempo de processamento computacional dentre todos os modelos, que foi de aproximadamente 25 dias e a anomalia nas linhas de corrente mencionada, é possível concluir que o modelo RSM teve dificuldades em exibir bons resultados nas previsões de distribuição de pressão e comprimentos de recolamento.

O modelo SST mostrou uma concordância relativamente satisfatória dos perfis de $\overline{u'u'}$ com os dados experimentais, embora não conseguindo descrever corretamente a anisotropia existente no escoamento, como pode ser observado através de seus gráficos de contornos das tensões de Reynolds na FIG. 5.26 e na FIG. 5.29. Em consequência dos resultados de perfis de $\overline{u'u'}$ e dos também

satisfatórios perfis de velocidade média gerados, a captura da bolha de recirculação secundária foi proporcionada pelo modelo SST, para o ângulo de inclinação $\alpha=4^{\circ}$, que possui um maior comprimento de recolamento do que para $\alpha=2^{\circ}$. Neste caso o processo de relaminarização da camada limite reversa é mais completo e, desta maneira, a bolha de recirculação secundária é formada para este maior ângulo de inclinação da placa plana fina ($\alpha=4^{\circ}$).

As distribuições de pressão obtidas com o modelo SST foram as mais concordantes com os dados experimentais de Crompton(2001) dentre os modelos analisados, que foram influenciadas também pela previsão da segunda bolha de recirculação, no caso de $\alpha=4^{\circ}$. Observou-se que os comprimentos de recolamento calculados por este modelo de turbulência tiveram bons resultados, de acordo com a TAB. 5.3, mostrando erros percentuais superiores aos encontrados pelo modelo de Spalart-Allmaras, mas apresentando inferiores erros percentuais do que os exibidos pelo modelo RSM.

Tendo em vista o tempo de processamento computacional gasto pelo modelo SST, que foi em torno de 08 dias e, numa análise geral, de todos os dados obtidos através das simulações computacionais realizadas, foi concluído que o resultado global do modelo SST $\kappa-\omega$ foi o melhor e mais completo, dentre os três modelos RANS em estudo, para ambos ângulos de incidência em análise ($\alpha=2^{\circ}$ e 4°).

Por fim, este trabalho proporcionou um maior entendimento do comportamento do escoamento turbulento em torno de uma placa plana com bordo de ataque afiado, em pequenos ângulos de incidência, acrescentando certamente novas e importantes informações à respeito deste complexo e relevante problema físico.

6.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

- Realização de simulações computacionais empregando a modelagem LES, para os ângulos de incidência de 2° e 4° , e efetuar um estudo comparativo com os resultados obtidos neste trabalho.
- Realização de simulações computacionais empregando uma modelagem híbrida

RANS/LES, para os ângulos de incidência de 2° e 4° , e efetuar comparações com os resultados obtidos neste trabalho. Comparar ainda estes resultados com os de simulações computacionais utilizando a modelagem LES.

- Efetuação de um estudo de otimização da malha utilizada neste trabalho, com objetivo de um aperfeiçoamento nos resultados das simulações numéricas.
- Realização de experimentos em túnel de vento utilizando a placa plana idêntica à usada neste trabalho, para os ângulos de incidência de 2° e 4° , e fazer estudos comparativos com simulações computacionais empregando uma modelagem híbrida RANS/LES.
- Realização de experimentos em túnel de vento utilizando a placa plana idêntica à usada neste trabalho, para os ângulos de incidência de 2° e 4° , e fazer estudos comparativos com simulações computacionais empregando a modelagem LES.

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABRUNHOSA, J. D. M. **Simulação de Escoamento Turbulento Complexo com Modelagem Clássica e de Grandes Escalas**. Tese de Doutorado- Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2003. 403 p.
- APPARAO, R.B.K.; SQUIRES, K.D.; FORSYTHE, J.R. **Prediction of the Flow over an Airfoil at Maximum Lift**. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 42^o Aerospace Sciences Meeting, Reno, Nevada, 2004.
- ARAUJO, F. N.; REZENDE, A.L.T. **Influence of the Angle of Attach on the Leading Edge Bubble in a Flow Over a Thin Flat Plate**. Proceedings of the 21st International Congress of Mechanical Engineering (COBEM), Natal, 2011.
- ARAUJO, F. N. ; REZENDE, A. L. T. **Numerical Simulation of the Anisotropic Turbulence in a Flow Over a Thin Flat Plate with RANS Models**. Proceedings of the 32th Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering (CILAMCE), Ouro Preto, 2011.
- ARAUJO, F. N. ; REZENDE, A. L. T. **Numerical Simulation of Turbulence Anisotropy with Reynolds Averaged Navier-Stokes Models**. Anais do XIII Simpósio de Aplicações Operacionais em Áreas de Defesa (SIGE), São José dos Campos, 2011.
- ARAUJO, F. N. ; REZENDE, A.L.T. **Simulação Numérica da Bolha de Separação em um Escoamento sobre uma Placa Plana Fina Inclinada através de Modelos RANS**. Anais da X Conferência Brasileira de Dinâmica, Controle e Aplicações (DINCON), Águas de Lindóia, 2011.
- ARAUJO, F. N. ; REZENDE, A.L.T. **Numerical Comparison of the Turbulence Using Eddy-Viscosity Models and Reynolds-Stress Transport Equations**. Anais do VII Congresso Nacional de Engenharia Mecânica (CONEM), São Luís, 2012.
- ASSATO, M. **Análise Numérica do Escoamento Turbulento em Geometrias Complexas Usando Modelos não Lineares e uma Formulação Implícita**. Tese de Doutorado - Departamento de Engenharia Aeronáutica e Mecânica, Instituto Tecnológico da Aeronáutica. São José dos Campos, 2001.

- BRADSHAW, P.F. ; FERRIS, D.H. ; ATWELL, N.P. **Calculation of Boundary Layer Development Using the Turbulent Energy Equation.** Journal of Fluid Mechanics, 28:593-616, 1967.
- CHEN, H. C. ; PATEL, V. C. **Near-Wall Turbulence Models for Complex Flows Including Separation.** AIAA Journal, 26(6):641-648, 1988.
- CHORIN, A.J. **On the Convergence of Discrete Approximations to the Navier-Stokes Equations,** Mathematics of Computation, 23:341-353, 1969.
- COLLIE, S. **Application of Computational Fluid Dynamics to Two-Dimensional Downwind Sail Flows.** PhD thesis, Departments of Mechanical Engineering and Engineering Science of the University of Auckland, 2005.
- COLLIE, S. ; GERRITSEN, M. ; JACKSON, P. **Performance of Two-Equation Turbulence Models for Flat Plate Flows with Leading Edge Bubbles.** Journal of Fluids Engineering - Transactions of the Asme, 130(2): 021201, 2008.
- CRABTREE, L. F. **The Formation of Regions of Separated Flow on Wing Surfaces.** Technical Report RM-3122, Aeronautical Research Council, London, 1957.
- CROMPTON, M. J. ; BARRET, R. V. **Investigation of the Separation Bubble Formed Behind the Sharp Leading Edge of a Flat Plate at Incidence.** Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part G- Journal of Aerospace Engineering, 214(G3), 157-176, 2000.
- CROMPTON, M. J. **The Thin Airfoil Leading Edge Separation Bubble.** PhD thesis, Department of Aerospace Engineering, University of Bristol, 2001.
- DALY, B. J. ; HARLOW, F. H. **Transport Equations in Turbulence.** Physics Fluids, 13:2634-2649, 1970.
- DECK, S. ; DUVEAU, P. ; D'ESPINEY, P. ; GUILLEN, P. **Development and Application of Spalart-Allmaras One Equation Turbulence Model to Three-Dimensional Supersonic Complex Configurations.** Aerospace Science and Technology, 6 (3): 171-183, 2002.
- DESCHAMPS, C. J. **Modelos Algébricos e Diferenciais.** I Escola de Primavera de Transição e Turbulência, p. 99 , 1998.
- FLUENT. **Fluent 6.3 Documentation.** Fluent Inc. Software Version 6.3.26. 2006.

- GATSKI, T.B. **Constitutive Equations for Turbulent Flows.** Theoretical Computational Fluid Dynamics, 18: 345–369, 2004.
- GAULT, D. E. **An Experimental Investigation of Regions of Separated Laminar Flow.** Technical Report NACA TN-3505, 1955.
- GAULT, D.E. **An Investigation at Low Speed of the Flow Over a Simulated Flat Plate at Small Angles of Attack Using Pitot Static and Hot-Wire Probes,** Technical Report TN-3876, NACA, 1957.
- GIBSON, M.M. ; LAUNDER, B.E. **Ground Effects on Pressure-Fluctuations in Atmospheric Boundary-Layer.** Journal of Fluid Mechanics, 86:491-511, 1978.
- GERMANO, M.; PIOMELLI, U.; MOIN, P.; CABOT, W. H. **A Dynamic Subgrid-Scale Eddy Viscosity Model.** Physics of Fluids A 3(7):1760-1765, 1991.
- HANJALIC, K. **Advanced Turbulent Closure Models: a View of Current Status and Future Prospects.** International Journal of Heat and Fluid Flow, 15:178-203, 1994.
- HANJALIC, K. ; JAKIRLIC, S. **Contribution Towards the Second-Moment Closure Modelling of Separating Turbulent Flows.** COMPUTERS & FLUIDS, 27(2):137-156, 1998.
- HORTON, H. R. **A Semi-Empirical Theory for the Growth and Bursting of Laminar Separation Bubbles.** Technical Report ARC CP-1073. Aeronautical Research Council, Londres, 1969, 44p.
- HUTCHINSON, B. R.; RAITHBY, G. D. **A Multigrid Method Based on the Additive Correction Strategy.** Numerical Heat Transfer, 9:511-537, 1986.
- ISSA, R. I. **Solution of Implicitly Discretized Fluid Flow Equations by Operator Splitting.** Journal of Computational Physics, 62:40-65, 1986.
- JONES, W. P. ; LAUNDER, B. E. **Prediction of laminarization with a two-equation model of turbulence.** International Journal of Heat and Mass Transfer. 5:31-34, 1972.
- JONGEN, T. ; MARX, Y.P. **Design of an Unconditionally Stable, Positive Scheme for the K-Epsilon And Two-Layer Turbulence Models.** Computers & Fluids, 26(5):469-487, 1997.

- LAUNDER, B. E. **Second-Moment Closure: Present... and Future?** International Journal of Heat and Fluid Flow, 10(4):282-300, 1989.
- LAUNDER, B. E. ; REECE, G. J. ; RODI, W. **Progress in the Development of a Reynolds-Stress Turbulence Closure.** Journal of Fluid Mechanics, 68(3):537-566, 1975.
- LAUNDER, B. E. ; SHARMA, B. I. **Application of the energy-dissipation model of turbulence to the calculation of flow near a spinning disk.** Letters in Heat and Mass Transfer, 1: 131-138, 1974.
- LAUNDER, B. E. ; SHIMA, N. **Second-Moment Closure for the Near-Wall Sublayer: Development and Application.** AIAA Journal, 27(10):1319-1325, 1989.
- LAUNDER, B.E. ; SANDHAM, N.D. **Closure Strategies for Turbulent and Transitional Flows.** 1st ed. Cambridge University Press, 2001. 600 p.
- LASHER, W.C. ; TAULBEE, D.B. **On the Computation of Turbulent Backstep Flow.** International Journal of Heat and Fluid Flow. 13(1): 30-40, 1992.
- LEONARD, B. P. **A Stable and Accurate Convective Modelling Procedure Based on Quadratic Upstream Interpolation.** Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 19 (1): 59-98, 1979.
- LEONARD, B. P. ; MOKHTARI S. **ULTRA-SHARP Nonoscillatory Convection Schemes for High-Speed Steady Multidimensional Flow.** NASA TM 1-2568 (ICOMP-90-12), NASA Lewis Research Center, 1990.
- LIEN, F. S. ; LESCHZINER, M. A. **Assessment of Turbulent Transport Models Including Non-Linear RNG Eddy-Viscosity Formulation and Second-Moment Closure.** Computers and Fluids, 23(8):983-1004, 1994.
- LILLY, D. K. **A Proposed Modification of the Germano Subgrid-Scale Closure Method.** Physics of Fluids A 4(3): 633-635, 1992.
- MALISKA, C. R. **Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional.** Editora Livros Técnicos e Científicos, 2004, 474 p.
- MENTER, F. R. **Influence of Freestream Values on κ - ω Turbulence Model Predictions,** AIAA Journal, 30(6):1657-1659, 1992.

- MENTER, F. R. **Zonal two-equation κ - ω turbulence models for aerodynamic flows**. AIAA Paper 93-2906, 1993.
- MENTER, F. R. **Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications**, AIAA Journal, 32(8):1598-1605, 1994.
- MENTER, F. R.; KUNTZ, M.; LANGTRY, R. **Ten Years of Industrial with the SST Experience Turbulence Model**, Proceedings of the 4th International Symposium on Turbulence, Heat and Mass Transfer, 625-632 , 2003.
- NAOT, D. ; SHAVIT, A. ; WOLFSHTE, M. **Interactions between Components of Turbulent Velocity Correlation Tensor Due to Pressure Fluctuations**. Israel Journal of Technology, 8(3): 259-279, 1970.
- NEWMAN, B.G.; TSE, M.C. **Incompressible Flow Past a Flat Plate Aerofoil with Leading Edge Separation Bubble**, Aeronautical Journal, 96:57-64, 1992.
- ÖSTERLUND, J. **Experimental Studies of Zero Pressure-Gradient Turbulent Boundary Layer Flow**. PhD thesis - Department of Mechanics, Royal Institute of Technology, Kungl Tekniska Högskolan, Estocolmo, 1999. 194p.
- PATANKAR, S. V. **Numerical Heat Transfer and Fluid Flow**, John Benjamins Publishing, 1980, 197p.
- POPE, S. B. **Turbulent Flows**. 1 ed. Cambridge University Press, 2000, 770 p.
- REZENDE, A.L.T. **Análise Numérica da Bolha de Separação do escoamento turbulento sobre Placa Plana Fina Inclinada**. Tese de Doutorado – Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica, Rio de Janeiro, 2009.
- REZENDE, A.L.T. ; NIECKELE, A. O. **Prediction of the Flow Over a Thin Flat Plate at Shallow Incidence**. Proceedings of the 19th International Congress of Mechanical Engineering – COBEM, 2007.
- REZENDE, A.L.T. ; SAMPAIO, L.E.B. ; NIECKELE, A.O. **Reynolds Average Navier-Stokes Simulation of Highly Anisotropic Turbulence Structures**, Proceedings of the 6th Spring School of Transition and Turbulence – EPTT, 2008.
- REZENDE, A.L.T. ; SAMPAIO, L.E.B. ; NIECKELE, A.O. **Numerical Studies of a Highly Anisotropic Recirculation Bubble in a Thin Flat Plate at Small Angle of Attack**, The Sixth International Symposium on Turbulence and Shear Flow Phenomena, Seoul National University, Seoul, Korea, 2009a.

- REZENDE, A.L.T. ; NIECKELE, A.O. **Evaluation Of Turbulence Models To Predict The Edge Separation Bubble Over A Thin Aerofoil**, Proceedings of the 20th International Congress of Mechanical Engineering – COBEM, 2009b.
- RHIE, C. M. ; W. L. CHOW. **Numerical Study of the Turbulent Flow Past an Airfoil with Trailing Edge Separation**. AIAA Journal, 21(11):1525-1532, 1983. RODI, W. **DNS and LES of Some Engineering Flows**. Fluid Dynamics Research, 38 (2-3): 145-173, 2006.
- ROTTA, J. **Statistische Theorie Nichthomogener Turbulenz**. Zeitschrift für Physik A 129(6): 547-572, 1951.
- SAMPAIO, L. E. B. **Simulação de Grandes Escalas da Bolha de Separação em Placas Finas em Pequeno Ângulo**. Tese de Doutorado - Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica, Rio de Janeiro, 2006.
- SILVA, L.F. **Combustão e Turbulência**. IV Escola de Primavera de Transição e Turbulência. Porto Alegre, p. 205, 2004.
- SPALART, P.R. ; ALLMARAS, S. **A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows**. Technical Report AIAA-92-0439, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1992.
- SPALART, P. R. **Strategies for Turbulence Modelling and Simulations**. International Journal of Heat and Fluid Flow, 21:252-263, 2000.
- SREENIVASAN, K. R. **Fluid Turbulence**. Reviews of Modern Physics, 71 (2): 383-395, 1999.
- VANDOORMAAL, J. P. ; RATHBY, G. D. **Enhancements of the SIMPLE Method for Predicting Incompressible Fluid Flows**. Numerical Heat Transfer, (7):147-163, 1984.
- WILCOX, D.C. **Reassessment of the Scale-Determining Equation for Advanced Scale Models**. AIAA Journal 26(11): 1299-1310, 1988.
- WILCOX, D.C. **Turbulence Modeling for CFD**. 3 ed. Califórnia: DCW Industries, 1998. 522p.
- WOLFSHTEIN, M. **The Velocity and Temperature Distribution of One-Dimensional Flow with Turbulence Augmentation and Pressure Gradient**. International Journal of Heat and Mass Transfer, 12:301-318, 1969.