

**INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA**

**Cap DANIEL GALRÃO DE FRANÇA BLASKIEVICZ**

**SIMULAÇÃO DE SISTEMA PARA SENSORIAMENTO CONSTITUÍDO DE  
ESFERA LEVITADA POR ATUADORES ELETROMAGNÉTICOS**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Curso de Mestrado em Engenharia Mecânica do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ciências em Engenharia Mecânica.

Orientador: Maj Maurício Gruzman – D.Sc.

**Rio de Janeiro**

**2016**

c2016

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

Praça General Tibúrcio, 80 – Praia Vermelha

Rio de Janeiro – RJ CEP: 22290-270

Este exemplar é de propriedade do Instituto Militar de Engenharia, que poderá incluí-lo em base de dados, armazenar em computador, microfilmear ou adotar qualquer forma de arquivamento.

É permitida a menção, reprodução parcial ou integral e a transmissão entre bibliotecas deste trabalho, sem modificação de seu texto, em qualquer meio que esteja ou venha a ser fixado, para pesquisa acadêmica, comentários e citações, desde que sem finalidade comercial e que seja feita a referência bibliográfica completa.

Os conceitos expressos neste trabalho são de responsabilidade do(s) autor(es) e do(s) orientador(es).

620.1 Blaskiewicz, Daniel Galvão de França

B644s Simulação de sistema para sensoriamento constituído de esfera levitada por atuadores eletromagnéticos / Daniel Galvão de França Blaskiewicz; orientado por Maurício Gruzman – Rio de Janeiro: Instituto Militar de Engenharia, 2016.

106p.: il.

Dissertação (Mestrado) – Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2016.

1. Curso de Engenharia Mecânica – teses e dissertações. 2. Dinâmica. 3. Controle. 4. Atuador eletromagnético. I. Gruzman, Maurício II. Título. III. Instituto Militar de Engenharia.

**INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA**

**Cap DANIEL GALRÃO DE FRANÇA BLASKIEVICZ**

**SIMULAÇÃO DE SISTEMA PARA SENSORIAMENTO CONSTITUÍDO DE  
ESFERA LEVITADA POR ATUADORES ELETROMAGNÉTICOS**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Curso de Engenharia Mecânica do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial a obtenção do título em Ciências em Engenharia Mecânica.

Orientador: Maj Mauricio Gruzman – D. Sc.

Aprovada em 6 de maio de 2016 pela seguinte Banca Examinadora:

---

Maj Maurício Gruzman – D.Sc. do IME – Presidente

---

Maj Ricardo Teixeira da Costa Neto – D.Sc. do IME

---

Prof. Luciano Luporini Menegaldo – D.Sc. da UFRJ

Dedico este trabalho a todas as pessoas que me incentivaram a dar mais um passo na longa caminhada que escolhi.

## **AGRADECIMENTOS**

À minha querida esposa Fabiane, por todo apoio prestado para realização deste sonho e por seu amor durante esses anos de estudo.

Aos meus pais Damião e Evanice, meus maiores exemplos de superação, pelo incentivo constante ao estudo.

Ao meu orientador, Dr. Maurício Gruzman, pela paciência, dedicação e pelo conhecimento transmitido.

Aos meus professores da Engenharia Mecânica do IME, pelo conhecimento adquirido desde os tempos de graduação.

Aos professores da Engenharia Elétrica, pela experiência profissional transmitida durante as aulas de controle.

A todos que contribuíram e torceram para que eu chegasse até aqui, meu muito obrigado!

“No meio da dificuldade encontra-se a oportunidade.”

ALBERT EINSTEIN

## SUMÁRIO

LISTA DE ILUSTRAÇÕES .....	9
LISTA DE TABELAS .....	14
LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS .....	15
<b>1 INTRODUÇÃO.....</b>	<b>24</b>
1.1 Objetivo .....	25
1.2 Motivação .....	30
1.3 Organização do trabalho .....	30
1.4 Revisão bibliográfica .....	31
1.4.1 Atuador eletromagnético e controle.....	31
1.4.2 Dinâmica de veículos diversos .....	33
1.4.3 Aplicação de sistema de levitação como esfera de reação .....	33
<b>2 MODELAGEM DO ATUADOR ELETROMAGNÉTICO .....</b>	<b>35</b>
2.1 Princípio de operação .....	35
2.2 Força eletromagnética aplicada à esfera levitada .....	36
2.3 Modelo não-linear do conjunto de atuadores eletromagnéticos .....	43
2.4 Descrição do movimento do corpo no qual os atuadores são montados .....	48
<b>3 CONTROLE .....</b>	<b>52</b>
3.1 Introdução .....	52
3.2 Equação linearizada da força eletromagnética resultante de cada par de atuadores eletromagnéticos .....	52
3.3 Arquitetura de controle .....	54
3.3.1 Controlador PID.....	58
3.4 Sensor de posição .....	60
<b>4 SENSORIAMENTO .....</b>	<b>63</b>

4.1	Introdução .....	63
4.2	Equações de euler para esfera .....	63
<b>5</b>	<b>SIMULAÇÕES E RESULTADOS</b> .....	<b>71</b>
5.1	Introdução .....	71
5.2	Parâmetros utilizados nas simulações.....	71
5.3	Simulações e resultados .....	72
5.3.1	Veículo 1: VANT .....	77
5.3.2	Veículo 2: Embarcação .....	84
5.3.3	Veículo 3: Dirigível .....	90
5.3.4	Veículo 4: ROV .....	96
5.3.5	Veículo 5: Míssil.....	102
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES E SUGESTÕES</b> .....	<b>105</b>
<b>7</b>	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	<b>108</b>



## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIG. 1.1	Modelo de atuador eletromagnético com esfera levitada.....	24
FIG. 1.2	Modelo de atuador eletromagnético triaxial (BARROT, 2008).....	25
FIG. 1.3	Esfera com marcações na superfície.....	26
FIG. 1.4	Esfera com movimento de rotação.....	27
FIG. 1.5	Esfera com rotação inicial em torno de um eixo.....	28
FIG. 1.6	Esfera com rotação inicial em torno de um eixo adequado.....	28
FIG. 1.7	Introdução de correntes elétricas defasadas aos atuadores eletromagnéticos.....	29
FIG. 2.1	Movimento do corpo no qual os atuadores são montados.....	35
FIG. 2.2	Levitador eletromagnético simples.....	36
FIG. 2.3	Perturbação no atuador eletromagnético posicionado em $z_a$ .....	39
FIG. 2.4	Curva de magnetização do material.....	42
FIG. 2.5	Diagrama de corpo livre do sistema.....	43
FIG. 2.6	Sistema de coordenadas inseridas em um veículo.....	48
FIG. 2.7	Orientação do veículo.....	49
FIG. 3.1	Diagrama esquemático para o controle da posição da esfera.....	54
FIG. 3.2	(a) Condição inicial do sistema e (b) translação dos atuadores com esfera deslocada.....	55
FIG. 3.3	Erro de posição em cada par de atuadores eletromagnéticos.....	55
FIG. 3.4	(a) Condição inicial do sistema e (b) translação e rotação dos atuadores.....	56
FIG. 3.5	Força eletromagnética quando $z_a$ coincide com $z_e$ .....	57
FIG. 3.6	Força eletromagnética quando $z_a$ não é coincide com $z_e$ .....	57
FIG. 3.7	Diagrama de blocos do controlador PID.....	59
FIG. 3.8	Diagrama de blocos com controlador proporcional.....	59
FIG. 3.9	Período crítico.....	60
FIG. 3.10	Medição realizada pelo sensor.....	61
FIG. 3.11	Medição realizada pelo sensor.....	61
FIG. 4.1	Sistema de referência para rotação da esfera.....	63
FIG. 4.2	Transformação de coordenadas.....	66
FIG. 4.3	Torque eletromagnético na direção do eixo $z_a$ .....	67
FIG. 5.1	Movimento de rotação no eixo x do corpo.....	72

FIG. 5.2	Resposta da simulação para os ângulos da esfera sem rotação inicial.....	73
FIG. 5.3	Resposta da simulação para os ângulos da esfera sem rotação inicial.....	73
FIG. 5.4	Resposta da simulação para projeção do vetor unitário da esfera em coordenadas do sistema Inercial XYZ.....	74
FIG. 5.5	Corpo parado e velocidade angular inicial no eixo $y_e$ da esfera.....	74
FIG. 5.6	Resposta da simulação para velocidade angular da esfera na direção $y_e$ ..	75
FIG. 5.7	Movimento de rotação no eixo x do corpo e velocidade angular inicial no eixo $y_e$ da esfera.....	75
FIG. 5.8	Resposta da simulação para os ângulos da esfera com velocidade angular inicial no eixo $y_e$ .....	76
FIG. 5.9	Resposta da simulação para projeção do vetor unitário em coordenadas do sistema Inercial.....	76
FIG. 5.10	VANT.....	78
FIG. 5.11	Resultado da simulação para o sistema montado no VANT.....	79
FIG. 5.12	Resultado da simulação para os ângulos da esfera para o VANT quando se aplica velocidade angular inicial ao eixo $y_e$ .....	79
FIG. 5.13	Projeção do vetor unitário da esfera em coordenadas do sistema Inercial para velocidade angular inicial nula da esfera para o VANT.....	80
FIG. 5.14	Projeção do vetor unitário da esfera em coordenadas do sistema de referencial Inercial para velocidade angular inicial de 1000 rpm aplicada ao eixo $y_e$ para o VANT.....	80
FIG. 5.15	Projeção do vetor unitário da esfera em coordenadas do sistema de referencial inercial para velocidade angular inicial de 3000 rpm aplicada ao eixo $y_e$ para o VANT.....	81
FIG. 5.16	Resultado da simulação para o sistema quando o VANT descrevendo uma curva com trepidações.....	82
FIG. 5.17	Projeção do vetor unitário da esfera em coordenadas do sistema Inercial para velocidade angular inicial nula da esfera para o VANT executando curva com trepidações.....	82
FIG. 5.18	Projeção do vetor unitário da esfera em coordenadas do sistema de referencial Inercial para velocidade angular inicial 1000 rpm aplicada ao eixo $y_e$ para o VANT executando curva com trepidações.....	83
FIG. 5.19	Projeção do vetor unitário da esfera em coordenadas do sistema de	

	referencial Inercial para velocidade angular inicial 3000 rpm aplicada ao eixo $y_e$ para o VANT executando curva com trepidações.....	83
FIG. 5.20	Embarcação.....	84
FIG. 5.21	Resultado da simulação para o sistema montado na embarcação.....	85
FIG. 5.22	Resultado da simulação para os ângulos da esfera para a embarcação.....	86
FIG. 5.23	Projeção do vetor unitário da esfera em coordenadas do sistema Inercial para velocidade angular inicial nula da esfera para a embarcação.....	86
FIG. 5.24	Projeção do vetor unitário da esfera em coordenadas do sistema de referencial Inercial para velocidade angular inicial 1000 rpm aplicada ao eixo $y_e$ para a embarcação.....	87
FIG. 5.25	Projeção do vetor unitário da esfera em coordenadas do sistema de referencial Inercial para velocidade angular inicial 3000 rpm aplicada ao eixo $y_e$ para a embarcação.....	87
FIG. 5.26	Resultado da simulação para o sistema montado na embarcação efetuando uma curva com trepidações.....	88
FIG. 5.27	Projeção do vetor unitário da esfera em coordenadas do sistema Inercial para velocidade angular inicial nula da esfera para a embarcação executando um movimento curvo com trepidações.....	89
FIG. 5.28	Projeção do vetor unitário da esfera em coordenadas do sistema de referencial Inercial para velocidade angular inicial 1000 rpm aplicada ao eixo $y_e$ para a embarcação executando um movimento curvo com trepidações.....	89
FIG. 5.29	Projeção do vetor unitário da esfera em coordenadas do sistema de referencial Inercial para velocidade angular inicial 3000 rpm aplicada ao eixo $y_e$ para a embarcação executando um movimento curvo com trepidações.....	90
FIG. 5.30	Dirigível.....	90
FIG. 5.31	Resultado da simulação para o sistema montado no dirigível.....	91
FIG. 5.32	Resultado da simulação para os ângulos da esfera para o dirigível.....	92
FIG. 5.33	Projeção do vetor unitário da esfera em coordenadas do sistema Inercial para velocidade angular inicial nula da esfera para o dirigível.....	93
FIG. 5.34	Projeção do vetor unitário da esfera em coordenadas do sistema de referencial Inercial para velocidade angular inicial 1000 rpm aplicada ao	

	eixo $y_e$ para o dirigível.....	93
FIG. 5.35	Projeção do vetor unitário da esfera em coordenadas do sistema de referencial Inercial para velocidade angular inicial 3000 rpm aplicada ao eixo $y_e$ para o dirigível.....	93
FIG. 5.36	Resultado da simulação para o sistema montado no dirigível realizando uma curva com trepidações.....	94
FIG. 5.37	Projeção do vetor unitário da esfera em coordenadas do sistema Inercial para velocidade angular inicial nula da esfera para o dirigível executando um movimento curvo com trepidação.....	95
FIG. 5.38	Projeção do vetor unitário da esfera em coordenadas do sistema de referencial Inercial para velocidade angular inicial 1000 rpm aplicada ao eixo $y_e$ para o dirigível executando um movimento curvo com trepidação.....	95
FIG. 5.39	Projeção do vetor unitário da esfera em coordenadas do sistema de referencial Inercial para velocidade angular inicial 3000 rpm aplicada ao eixo $y_e$ para o dirigível executando um movimento curvo com trepidação.....	96
FIG. 5.40	ROV.....	96
FIG. 5.41	Resultado da simulação para o sistema montado no ROV.....	97
FIG. 5.42	Resultado da simulação para os ângulos da esfera para o ROV.....	98
FIG. 5.43	Projeção do vetor unitário da esfera em coordenadas do sistema Inercial para velocidade angular inicial nula da esfera para o ROV.....	99
FIG. 5.44	Projeção do vetor unitário da esfera em coordenadas do sistema de referencial Inercial para velocidade angular inicial nula aplicada ao eixo $y_e$ para ROV.....	99
FIG. 5.45	Projeção do vetor unitário da esfera em coordenadas do sistema de referencial Inercial para velocidade angular inicial nula aplicada ao eixo $y_e$ para o ROV.....	99
FIG. 5.46	Resultado da simulação para o sistema montado no ROV executando uma curva.....	100
FIG. 5.47	Projeção do vetor unitário da esfera em coordenadas do sistema Inercial para velocidade angular inicial nula da esfera para o ROV executando um movimento curvo com trepidação.....	101

FIG. 5.48	Projeção do vetor unitário da esfera em coordenadas do sistema de referencial Inercial para velocidade angular inicial 1000 rpm aplicada ao eixo $y_e$ para o ROV executando um movimento curvo com trepidação.....	101
FIG. 5.49	Projeção do vetor unitário da esfera em coordenadas do sistema de referencial Inercial para velocidade angular inicial 3000 rpm aplicada ao eixo $y_e$ para o ROV executando um movimento curvo com trepidação.	102
FIG. 5.50	Míssil.....	102
FIG. 5.51	Resultado da simulação do sistema montado no míssil.....	103

## LISTA DE TABELAS

TAB. 3.1 Segundo método de sintonia de Ziegler-Nichols.....	60
TAB. 3.2 Ganhos calculados .....	60
TAB. 3.3 Parâmetros para simulação numérica .....	71

## LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS

### ABREVIATURAS

$f_{dp}$	–	Função de distribuição de probabilidade.
$PD$	–	Proporcional e derivativo.
$PID$	–	Proporcional, integral e derivativo.
$ROV$	–	Veículo submarino operado remotamente.
$VANT$	–	Veículo aéreo não tripulado.

### SÍMBOLOS ROMANOS

$A_a$	–	Área da seção transversal do estator projetada sobre a superfície da esfera levitada.
$B$	–	Campo magnético uniforme entre o atuador e a esfera.
$B_m$	–	Campo magnético.
$B_{lim}$	–	Campo magnético limite.
$\cos(a)$	–	Função trigonométrica cosseno do ângulo $a$ .
${}^a\mathbf{d}_a(t)$	–	Vetor posição prescrita do centro geométrico do conjunto de atuadores com respeito ao referencial Inercial, escrito em um sistema de coordenadas solidário ao centro geométrico do conjunto dos atuadores.
${}^a\mathbf{l}_a$	–	Vetor posição do centro geométrico do conjunto de atuadores com respeito ao referencial $L$ , escrito em um sistema de coordenadas solidário ao centro geométrico do conjunto dos atuadores.
${}^I\mathbf{d}_{mov}(t)$	–	Vetor posição do centro de massa do veículo com respeito ao referencial inercial, escrito em um sistema de coordenadas solidário ao referencial inercial.
$e(t)$	–	Sinal de erro de posição.
$e_x(t)$	–	Erro de medida da posição do atuador $x$ .
$e_y(t)$	–	Erro de medida da posição do atuador $y$ .
$e_z(t)$	–	Erro de medida da posição do atuador $z$ .
$Erro_x(t)$	–	Sinal de erro medido pelo sensor na direção do atuador $x$ .

$Erro_y(t)$	–	Sinal de erro medido pelo sensor na direção do atuador $y$ .
$Erro_z(t)$	–	Sinal de erro medido pelo sensor na direção do atuador $z$ .
$f(t)$	–	Força eletromagnética linearizada.
${}^a\mathbf{F}_e$	–	Vetor força eletromagnética resultante no centro de massa da esfera com respeito ao referencial inercial, escrito em um sistema de coordenadas solidário ao centro geométrico do conjunto de atuadores.
$F_{mag}(t)$	–	Força eletromagnética.
$f_{mag}(t)$	–	Força eletromagnética linearizada.
$g$	–	Modulo da gravidade.
$\vec{g}$	–	Vetor gravidade.
$G_c(s)$	–	Função de transferência do controlador.
${}^e\mathbf{H}_e$	–	Vetor quantidade de movimento angular resultante em relação ao centro de massa da esfera, escrito em coordenadas de um sistema solidário a um referencial no centro de massa da esfera.
${}^e\dot{\mathbf{H}}_e$	–	Derivada primeira em relação ao tempo do vetor quantidade de movimento angular resultante em relação ao centro de massa da esfera, escrito em coordenadas de um sistema solidário a um referencial no centro de massa da esfera.
$I$	–	Momento de inércia da esfera.
$i_0$	–	Corrente elétrica <i>bias</i> .
$i(t)$	–	Corrente elétrica aplicada à bobina do estator.
$i_{Def}$	–	Corrente elétrica defasada aplicada ao atuador eletromagnético.
$i_{ctr_x}(t)$	–	Corrente elétrica de controle para o atuador $x$ .
$i_{ctr_y}(t)$	–	Corrente elétrica de controle para o atuador $y$ .
$i_{ctr_z}(t)$	–	Corrente elétrica de controle para o atuador $z$ .
$k_{crit}$	–	Ganho crítico.
$k_D$	–	Ganho derivativo.
$k_{B_m}$	–	Constante de campo magnético.
$k_f$	–	Constante de força eletromagnética.
$k_I$	–	Ganho integral.
$k_i$	–	Constante de corrente elétrica.



$k_p$	–	Ganho proporcional.
$k_s$	–	Constante de deslocamento.
$L$	–	Indutância elétrica do circuito eletromagnético.
$M$	–	Matriz de massa.
$m$	–	Massa da esfera.
$N$	–	Quantidade de voltas de fio elétrico enroladas na espira do estator.
$\mathbf{P}$	–	Vetor força peso.
$R$	–	Resistência elétrica.
$r$	–	Raio da esfera.
$r(t)$	–	Sinal de entrada.
$s(t)$	–	Distância entre a superfície da esfera levitada e o estator.
$s_0$	–	Distância <i>bias</i> .
$\text{sen}(a)$	–	Função trigonométrica seno do ângulo $a$ .
$T_{crit}$	–	Período crítico.
$T_d$	–	Constante de tempo do derivativo.
$T_i$	–	Constante de tempo do integrador.
${}^eT^a$	–	Matriz de transformação de coordenadas de um sistema solidário ao referencial no centro geométrico do conjunto de atuadores, para um sistema solidário ao referencial no centro de massa da esfera.
${}^lT^a$	–	Matriz transposta de ${}^aT^l$ .
${}^lT^e$	–	Matriz transposta de ${}^eT^l$ .
${}^aT^l$	–	Matriz de transformação de coordenada de um sistema solidário ao referencial inercial, para um sistema solidário ao referencial fixo no centro geométrico do conjunto de atuadores.
${}^eT^l$	–	Matriz de transformação de coordenadas de um sistema solidário ao referencial inercial, para um sistema solidário ao referencial fixo no centro de massa da esfera.
${}^iT^j$	–	Matriz de transformação de coordenadas de um sistema solidário ao referencial $i$ para um sistema solidário ao referencial $j$ .
$u$	–	Tensão elétrica.
$u(t)$	–	Sinal de controle.
$V_{esf}$	–	Volume da esfera.
${}^a\mathbf{v}_e$	–	Vetor composto pelas derivadas das componentes da posição do

	centro de massa da esfera com respeito ao referencial inercial, escrito em um sistema de coordenadas solidário ao centro geométrico do conjunto de atuadores.
${}^a_I \dot{\mathbf{v}}_e$	– Vetor composto pelas derivadas das componentes da velocidade do centro de massa da esfera com respeito ao referencial inercial, escrito em um sistema de coordenadas solidário ao centro geométrico do conjunto de atuadores.
$W_{elet}$	– Energia elétrica total.
$W_{mag}$	– Energia de interação eletromagnética entre o atuador e a esfera.
$W_{mec}$	– Energia mecânica para elevar a esfera.
$W_{term}$	– Energia térmica.
$XYZ$	– Eixos do sistema de coordenadas cartesianas solidário ao referencial Inercial.
$xyz$	– Eixos do sistema de coordenadas cartesianas solidário ao referencial de um corpo.
$x_a y_a z_a$	– Eixos do sistema de coordenadas cartesianas solidário ao referencial no centro geométrico do conjunto de atuadores.
$x_e y_e z_e$	– Eixos do sistema de coordenadas cartesianas solidário ao referencial no centro de massa da esfera.
${}^a_L x_a$	– Componente na direção $x$ do vetor posição do centro geométrico do conjunto de atuadores com respeito ao referencial $L$ , escrito em um sistema de coordenadas solidário ao centro geométrico do conjunto dos atuadores.
${}^a_I x_a(t)$	– Componente na direção $x$ do vetor posição do centro geométrico do conjunto de atuadores, com respeito ao referencial inercial, escrito em um sistema de coordenadas solidário ao centro geométrico do conjunto dos atuadores.
${}^a_I x_e(t)$	– Componente na direção $x_a$ do vetor posição do centro de massa da esfera com respeito ao referencial inercial, escrito em um sistema de coordenadas solidário ao centro geométrico do conjunto de atuadores.
${}^I X_{mov}(t)$	– Componente na direção $X$ do vetor posição do centro de massa do veículo com respeito ao referencial inercial, escrito em um sistema

- de coordenadas solidário ao referencial inercial.
- $y(t)$  – Sinal de saída.
- ${}^a_L y_a$  – Componente na direção  $y$  do vetor posição do centro geométrico do conjunto de atuadores com respeito ao referencial  $L$ , escrito em um sistema de coordenadas solidário ao centro geométrico do conjunto dos atuadores.
- ${}^a_I y_a(t)$  – Componente na direção  $y$  do vetor posição do centro geométrico do conjunto de atuadores, com respeito ao referencial inercial, escrito em um sistema de coordenadas solidário ao centro geométrico do conjunto dos atuadores.
- ${}^a_I y_e(t)$  – Componente na direção  $y_a$  do vetor posição do centro de massa da esfera com respeito ao referencial inercial, escrito em um sistema de coordenadas solidário ao centro geométrico do conjunto de atuadores.
- ${}^I Y_{mov}(t)$  – Componente na direção  $Y$  do vetor posição do centro de massa do veículo com respeito ao referencial inercial, escrito em um sistema de coordenadas solidário ao referencial inercial.
- ${}^a_L z_a$  – Componente na direção  $z$  do vetor posição do centro geométrico do conjunto de atuadores com respeito ao referencial  $L$ , escrito em um sistema de coordenadas solidário ao centro geométrico do conjunto dos atuadores.
- ${}^a_I z_a(t)$  – Componente na direção  $z$  do vetor posição do centro geométrico do conjunto de atuadores, com respeito ao referencial inercial, escrito em um sistema de coordenadas solidário ao centro geométrico do conjunto dos atuadores.
- ${}^a_I z_e(t)$  – Componente na direção  $z_a$  do vetor posição do centro de massa da esfera com respeito ao referencial inercial, escrito em um sistema de coordenadas solidário ao centro geométrico do conjunto de atuadores.
- ${}^I Z_{mov}(t)$  – Componente na direção  $Z$  do vetor posição do centro de massa do veículo com respeito ao referencial inercial, escrito em um sistema de coordenadas solidário ao referencial inercial.

## SÍMBOLOS GREGOS

$\alpha$	–	Ângulo de rolagem ( <i>roll</i> ) do veículo.
$\beta$	–	Ângulo de guinada ( <i>yaw</i> ) do veículo.
$\gamma$	–	Ângulo de rolagem ( <i>roll</i> ) para a esfera levitada.
$\delta$	–	Ângulo de inclinação ( <i>pitch</i> ) para a esfera levitada.
$\Delta$	–	Incerteza do sensor de posição.
$\eta(t)_{aleatório}$	–	Erro aleatório do sensor.
$\theta$	–	Ângulo de inclinação ( <i>pitch</i> ) do veículo.
$\mu_0$	–	Constante de permeabilidade do ar.
$\Pi$	–	Matriz de momento de inércia da esfera.
$\sigma$	–	Condutividade elétrica na esfera.
${}^a\boldsymbol{\tau}$	–	Vetor torque eletromagnético resultante na esfera, escrito em coordenadas de um sistema solidário ao centro geométrico do conjunto de atuadores.
${}^e\boldsymbol{\tau}$	–	Vetor torque eletromagnético resultante na esfera, escrito em coordenadas de um sistema solidário ao centro de massa da esfera.
$\tau_{z_a//}$	–	Componente do torque eletromagnético decorrente da velocidade angular relativa entre a esfera e o conjunto de atuadores na direção paralela ao eixo $z_a$ , escrito em coordenadas de um sistema solidário a centro geométrico do conjunto de atuadores.
$\tau_{z_a\perp}$	–	Componente do torque eletromagnético decorrente da velocidade angular relativa entre a esfera e o conjunto de atuadores na direção perpendicular ao eixo $z_a$ , escrito em coordenadas de um sistema solidário a centro geométrico do conjunto de atuadores. Devido aos dois pares de atuadores perpendiculares ao eixo $z_a$
$\Phi$	–	Fluxo eletromagnético.
$\psi$	–	Ângulo de guinada ( <i>yaw</i> ) para a esfera levitada.
$\omega$	–	Velocidade angular introduzida na esfera na direção do eixo $z_a$ , com respeito ao referencial no centro geométrico do conjunto de atuadores,.
${}^a_I\boldsymbol{\omega}_a$	–	Vetor velocidade angular do conjunto de atuadores eletromagnéticos em relação ao referencial Inercial escrito no

- sistema de coordenadas do conjunto de atuadores.
- ${}^a\boldsymbol{\omega}_e$  – Vetor velocidade angular do centro de massa da esfera com respeito ao referencial Inercial, escrito em um sistema de coordenadas solidário a um referencial no centro geométrico do conjunto dos atuadores.
  - ${}^e\boldsymbol{\omega}_e$  – Vetor velocidade angular da esfera com respeito ao referencial Inercial, escrito em coordenadas de um sistema solidário ao referencial da esfera.
  - ${}^e\dot{\boldsymbol{\omega}}_e$  – Primeira derivada em relação ao tempo do vetor velocidade angular da esfera com respeito ao referencial Inercial, escrito em coordenadas de um sistema solidário ao referencial da esfera.
  - ${}^a\boldsymbol{\omega}_{rel}$  – Vetor velocidade angular relativa entre o atuador e a esfera em relação ao referencial Inercial escrito no sistema de coordenadas solidário ao referencial no centro geométrico do conjunto de atuadores.
  - ${}^a\omega_{relx_a}$  – Componente na direção  $x_a$  do vetor velocidade angular relativa entre o atuador e esfera, em relação ao referencial Inercial, escrito em um sistema de coordenadas solidário ao centro geométrico do conjunto dos atuadores.
  - ${}^a\omega_{rely_a}$  – Componente na direção  $y_a$  do vetor velocidade angular relativa entre o atuador e esfera, em relação ao referencial Inercial, escrito em um sistema de coordenadas solidário ao centro geométrico do conjunto dos atuadores.
  - ${}^a\omega_{relz_a}$  – Componente na direção  $z_a$  do vetor velocidade angular relativa entre o atuador e esfera, em relação ao referencial Inercial, escrito em um sistema de coordenadas solidário ao centro geométrico do conjunto dos atuadores.

## RESUMO

Neste trabalho estuda-se um sistema constituído por uma esfera levitada ao centro geométrico do conjunto de três pares de atuadores eletromagnéticos.

O objetivo do trabalho é verificar, por meio de simulações, se este sistema ao ser montado em um corpo em movimento pode ser utilizado para medir a sua orientação.

Para obtenção da posição relativa entre o centro da esfera e o centro dos atuadores, consideram-se sensores de posição com erros. As informações provenientes destes sensores são enviadas ao sistema de controle, que fornece as correntes elétricas de controle adequadas para reposicionar a esfera para a posição desejada.

O posicionamento da esfera é controlado por meio de três controladores analógicos PID (proporcional, integrador e derivativo) independentes, um para cada eixo, os quais são projetados com base no modelo linearizado do sistema.

Com o movimento angular relativo dos atuadores em torno do centro da esfera, há indução de torques eletromagnéticos que tendem a girá-la. Estes torques são incluídos nos modelos utilizados neste trabalho. Caso esta rotação seja significativa, haverá erros consideráveis para a medição da orientação do veículo.

Neste caso, propõe-se como solução, estabelecer uma rotação inicial à esfera de modo que esta tenda a manter seu eixo de rotação fixo em relação a um referencial inercial e permitindo que se obtenha a leitura da orientação do corpo.

Por fim, são apresentados resultados de simulações onde se avalia o desempenho do sistema para diferentes movimentos de corpos no qual ele é montado.

## ABSTRACT

The main subject of this article is to study a system constituted by a sphere levitated to the geometric center of the set of three pairs of electromagnetic actuators.

The aim is to verify, through simulation, if this system can be used to measure the vehicle orientation when assembled on the vehicle.

To achieve the relative position between the middle of the center of the sphere and the center of the actuators, position sensors with errors are considered. The information from these sensors are sent to the control system, which provides the proper electrical currents of control to reposition the sphere to its desired position.

To control the position of the sphere three independent analog PID controllers (proportional, integrating and derivative), are used for each axis. The controllers are designed based on the linearized model of the system.

The relative angular movement of the actuators around the center of the sphere, induces electromagnetic torques which tend to rotate the sphere. These torques are included in the models used in this article. If this rotation is significant, there will be considerable errors for measuring the orientation of the vehicle.

In this case, a solution is proposed, by establishing an initial rotation to the sphere so that it tends to keep fixed its axis of rotation regarding to an inertial frame, and thus the orientation of the body can be measured.

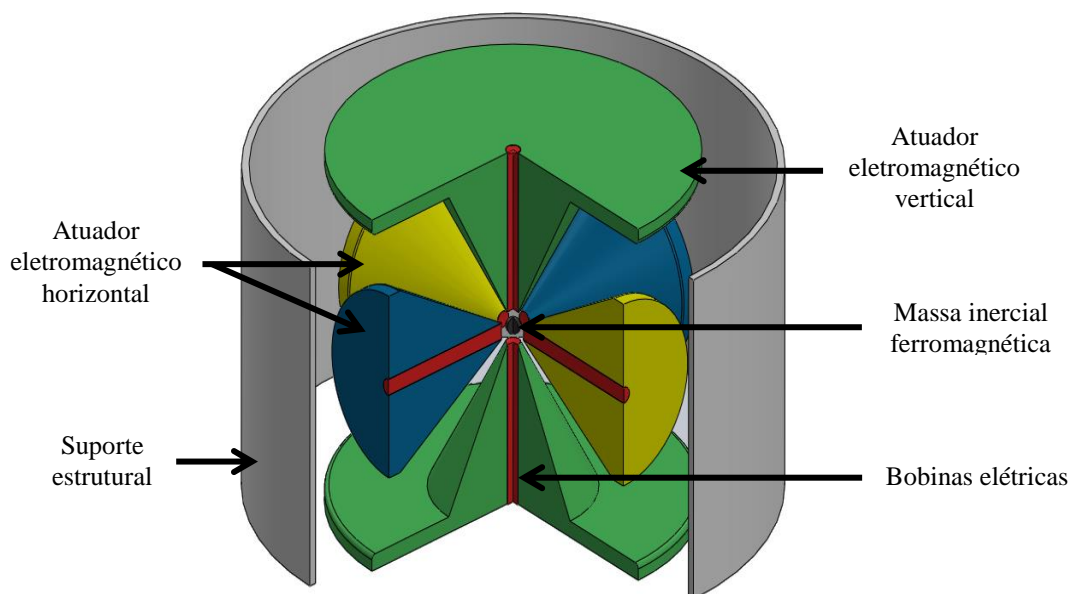
Finally simulation results are presented for the evaluation of systems performance.

## 1 INTRODUÇÃO

É cada vez mais comum a disseminação e utilização de equipamentos embarcados em corpos em movimento, destinados à direcioná-los por uma trajetória ou para a navegação entre dois pontos predeterminados.

À medida que a complexidade desses sistemas aumenta, há inúmeras dificuldades a serem consideradas. Dentre elas, destaca-se o erro na aquisição de medida de posição e orientação.

Dentre os vários tipos de sensores de orientação, há um modelo muito promissor, o qual se constitui na levitação de uma esfera de material ferromagnético, conforme apresentado na figura 1-1.



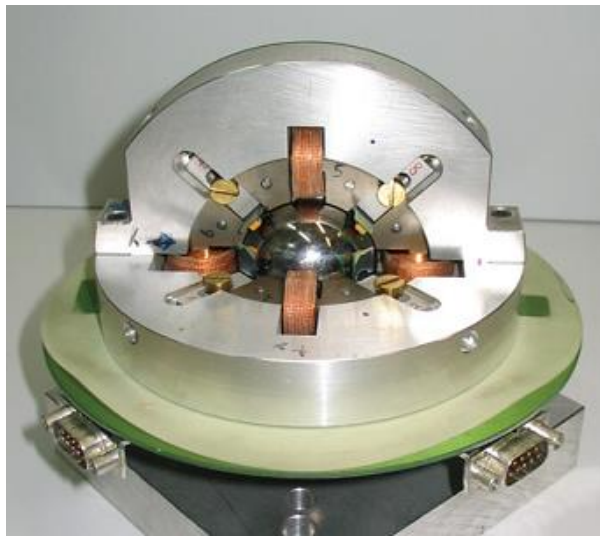
**Fig 1-1: Modelo de atuador eletromagnético com esfera levitada**

Essa sofisticada tecnologia tem sido objeto de pesquisa em centros de países como a Suíça, EUA, Alemanha, França e Japão. Nesta perspectiva, há estudos avançados em sistemas que fazem uso de atuadores eletromagnéticos triaxiais para se realizar medições em uma esfera levitada, conforme LÖSCH (2002), BOLETIS (2005) e BARROT (2008).



## 1.1 OBJETIVO

O objetivo do trabalho proposto é verificar, por meio de simulações, se este dispositivo, no qual uma esfera é levitada ao centro geométrico do conjunto de três pares de atuadores eletromagnéticos, figura 1-2, pode ser utilizado para medir a orientação quando montado em um corpo em movimento.



**Fig 1-2: Modelo de atuador eletromagnético triaxial (BARROT, 2008)**

Para tal, é necessário:

- Modelagem da dinâmica não-linear do sistema composto pelos três pares de atuadores eletromagnéticos com esfera levitada.
- Projeto de sistema de controle a fim de desenvolver um controlador que mantenha a esfera levitada entre as superfícies dos atuadores eletromagnéticos, pois se houver contato, esta deixará de funcionar como um referencial para medidas de orientação do corpo em relação ao referencial inercial.
- Verificar o comportamento do sistema, por meio de simulação, quando montado em um corpo com diferentes tipos de movimento, como, por exemplo, o verificado em um dirigível, um míssil, uma embarcação e outros. Os movimentos de tais corpos são considerados prescritos neste trabalho, uma vez que se assume que não há influência da dinâmica da esfera no movimento do corpo.
- Verificar a rotação da esfera, pois surgirão torques que tendem a girá-la em decorrência do movimento de rotação dos atuadores em torno de seu centro. Caso

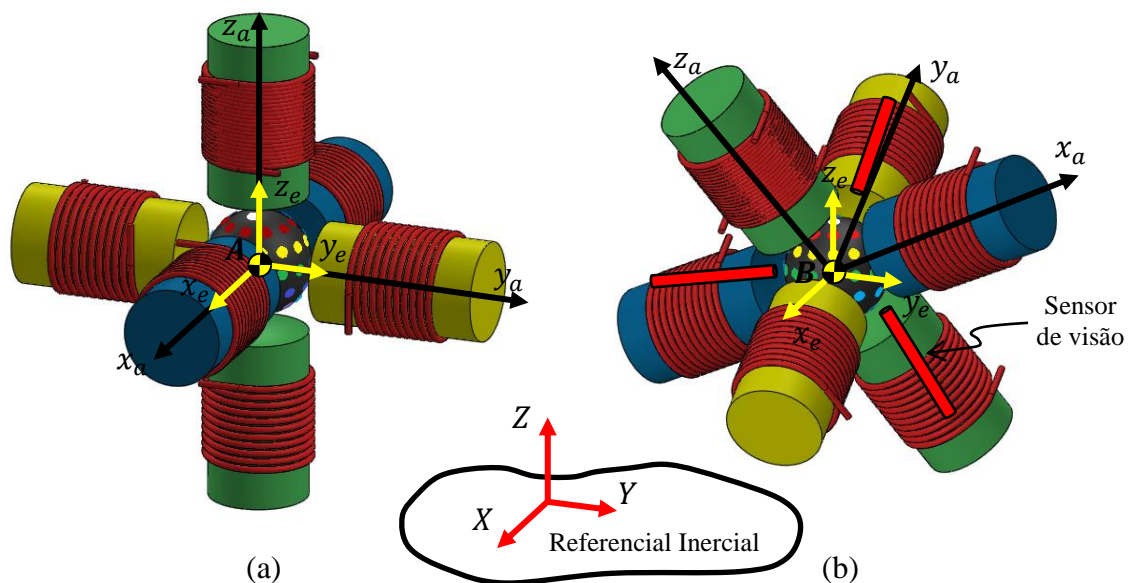
esta rotação seja significativa, haverá erros consideráveis para a medição da orientação do veículo.

Quando este sistema é montado em um corpo, o conjunto de atuadores acompanha o movimento (translação e rotação) deste e passa a girar em torno da esfera levitada.

A levitação da esfera se inicia quando são fornecidas correntes elétricas às bobinas dos atuadores.

Na figura 1-3 (a), verifica-se que o sistema de eixos cartesianos  $x_e y_e z_e$  é solidário à esfera e sua origem coincide com o centro geométrico da esfera, enquanto o sistema de eixos cartesianos  $x_a y_a z_a$  é solidário ao conjunto de atuadores e sua origem coincide com o centro geométrico dos atuadores. O sistema de eixos solidários ao referencial Inercial é representado por  $XYZ$ .

Inicialmente, ambos os corpos (esfera e atuadores) estão com seus eixos coordenados coincidentes, conforme o ponto A da figura 1-3 (a).



**Fig 1-3: Esfera com marcações na superfície**

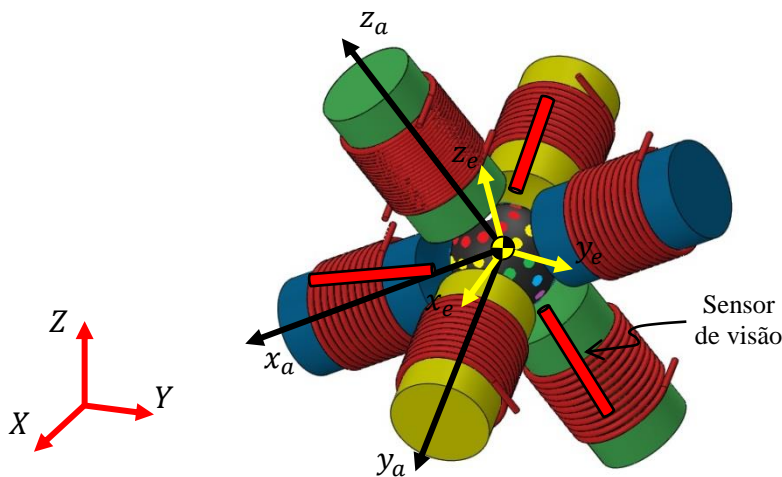
Se a esfera não girar durante o movimento do corpo no qual os atuadores encontram-se fixos e for medida a orientação deste corpo em relação à esfera, obtém-se indiretamente a orientação do veículo em relação ao referencial inercial, pois os eixos de orientação da esfera  $x_e y_e z_e$  permanecem paralelos ao sistema inercial,  $XYZ$ , conforme o ponto B na figura 1-3 (b).

Para realizar esta medição podem ser feitas marcações na superfície da esfera, conforme a figura 1-3, as quais são observadas por meio da leitura combinada de sensores de visão fixos na estrutura onde se monta o conjunto de atuadores eletromagnéticos.

À medida que o conjunto de atuadores gira em torno da esfera, os sensores de visão percebem os símbolos marcados sobre a sua superfície e, desta forma, obtém-se a orientação do corpo em relação ao referencial inercial.

Sensores de posição, também fixos à carcaça dos atuadores, fornecem ao controlador o erro de posição da esfera com relação aos atuadores. Em seguida, o controlador passa a intervir na corrente elétrica destes, fazendo com que a esfera retorne à posição desejada, que é aquela em que seu centro de massa coincide com o centro geométrico do sistema.

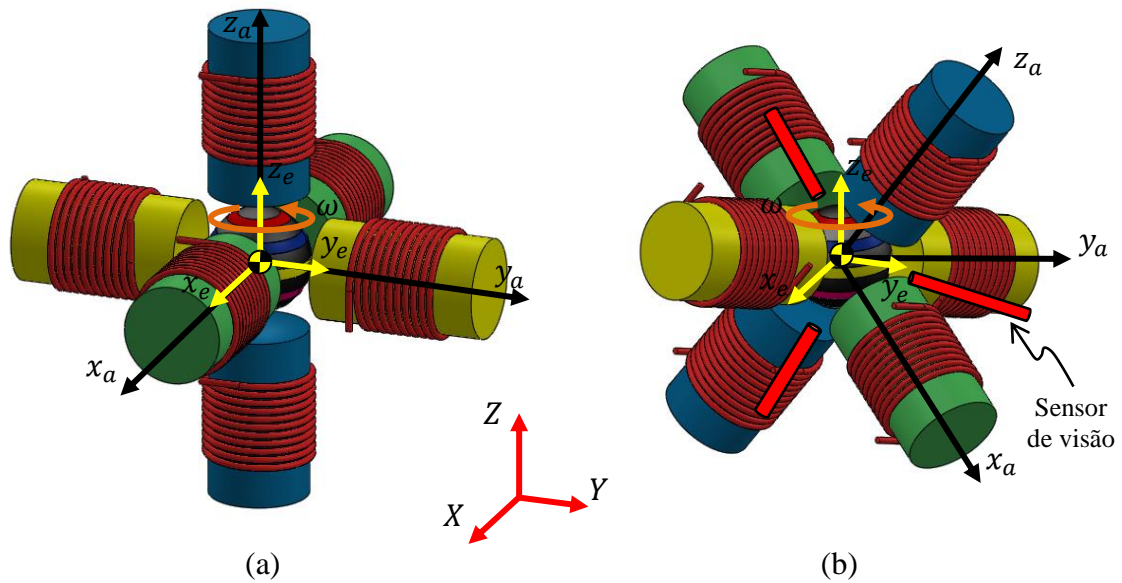
Caso a esfera apresente um giro, mesmo que de pequena amplitude, durante o movimento do corpo no qual os atuadores encontram-se fixos, verifica-se que o sistema de orientação da esfera,  $x_e y_e z_e$ , não permanecerá alinhado com o sistema inercial,  $XYZ$ , conforme é apresentado na figura 1-4. Portanto, inviabilizando a utilização da esfera para se realizar medições para orientação do corpo.



**Fig 1-4: Esfera com movimento de rotação**

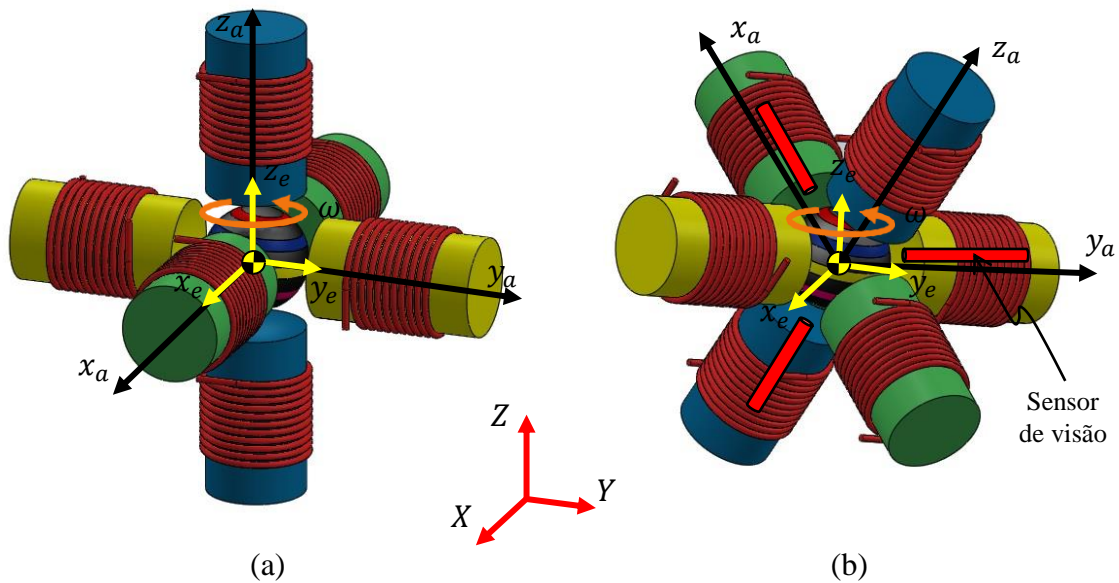
Para se buscar uma solução para este problema, será proposto se estabelecer uma rotação inicial,  $\omega$ , de modo a verificar se a esfera mantém seu eixo de rotação fixo (ou com pequenos deslocamentos angulares) em relação a um referencial inercial, mesmo que haja torques externos atuando na mesma, conforme a figura 1-5 (a). Neste caso, anéis perpendiculares ao eixo de rotação devem ser marcados na superfície da esfera,

conforme indicado na figura 1-5 (b), para que sensores de visão possam identificar a posição relativa entre a esfera e o conjunto de atuadores e, conseqüentemente, possa se obter a orientação do corpo.



**Fig 1-5: Esfera com rotação inicial em torno de um eixo**

Entretanto, esta solução se mostra limitada quando o corpo gira solidário ao eixo de rotação da esfera. Portanto, deve-se introduzir no instante inicial, uma rotação para a esfera em torno de um eixo adequado, conforme é demonstrado na figura 1-6 (a). Permite-se, assim, que a esfera possa ser utilizada para se realizar medições para orientação, conforme a figura 1-6 (b).



**Fig 1-6: Esfera com rotação inicial em torno de um eixo adequado**

Pode-se criar torques em torno do centro de massa da esfera com o sistema de atuadores considerado neste trabalho. Estes torques fazem com que a esfera gire em torno de um eixo desejado antes do início do funcionamento da mesma, como parte de um sistema para medição da orientação de um veículo, conforme BOLETIS (2005), SHIRASAWA e TSUDA (2008) e KIM et al. (2014).

Para a indução destes torques, é necessário se incorporar uma nova parcela de corrente elétrica à corrente que mantém a esfera levitando próxima ao centro geométrico do conjunto de atuadores, antes de se iniciar o movimento do corpo.

Essa corrente elétrica,  $i_{Def}$ , será inserida com uma defasagem de fase de  $90^\circ$  aos dois pares de atuadores colineares, ou seja, por meio de um atraso de fase nas correntes elétricas destes quatro atuadores, será introduzida uma rotação à esfera,  $\omega$ , conforme é apresentado na figura 1-7.

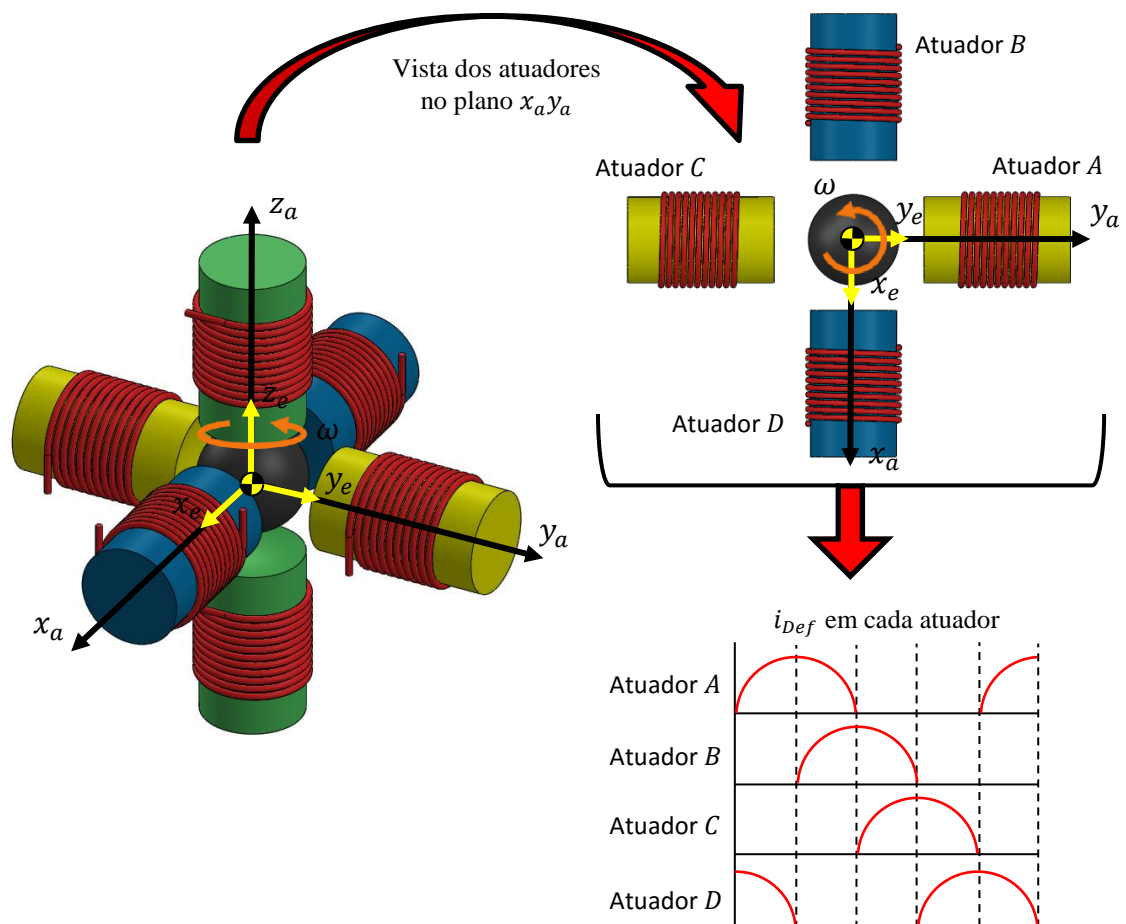


Fig 1-7: Introdução de correntes elétricas defasadas aos atuadores eletromagnéticos

Após se estabelecer o giro desejado, a corrente elétrica defasada será extinta e, neste momento, o corpo iniciará seu movimento. A partir deste instante, usam-se apenas as correntes elétricas de controle nos atuadores eletromagnéticos.

Por fim, não é escopo deste trabalho modelar os sensores responsáveis pelo sensoriamento do sistema, mas verificar se a esfera mantém sua orientação original.

## 1.2 MOTIVAÇÃO

O Brasil padece com as restrições externas para aquisição de componentes utilizados na área aeroespacial, dentre os quais se destaca os sensores de alta precisão, indispensáveis para o desenvolvimento de projetos na Área de Defesa.

O Departamento de Comércio Americano publica em seu *site* uma série de restrições relacionadas à aquisição de produtos das mais diversas áreas tecnológicas, como aeroespacial, eletrônica e navegação, sob a justificativa que tais dispositivos são assuntos de interesse nacional.

Há também uma série de medidas restritivas por parte do Conselho das Nações Unidas quanto a esse tema, visando retardar ou boicotar o desenvolvimento de projetos nestas áreas.

Atualmente não se encontram registros no Brasil de estudos relacionados ao desenvolvimento de atuadores eletromagnéticos aplicados à sistemas inerciais, bem como projetos que venham a desenvolver esse tema na esfera das Forças Armadas.

## 1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Este trabalho é desenvolvido em sete capítulos:

- Capítulo 1 (Introdução) – é apresentada a introdução ao tema abordado neste trabalho, objetivo deste estudo, a motivação e uma revisão bibliográfica;
- Capítulo 2 (Modelagem do atuador eletromagnético) – são apresentados conceitos associados ao princípio de operação do sistema constituído por atuadores eletromagnéticos e esfera levitada, modelagem dinâmica não-linear do problema e a descrição do movimento do corpo no qual os atuadores são montados;

- Capítulo 3 (Controle) – é apresentada a linearização da dinâmica do sistema, arquitetura de controle por meio do projeto de um controlador analógico PID e a modelagem do sensor de posição;
- Capítulo 4 (Sensoriamento) – é apresentado o equacionamento do movimento geral da esfera no espaço e os torques induzidos pela velocidade angular relativa entre o conjunto de atuadores e a esfera levitada;
- Capítulo 5 (Simulações e Resultados) – são fornecidos os resultados obtidos para a montagem do dispositivo à diversos veículos como VANT, submarino, dirigível e outros.
- Capítulo 6 (Conclusões e sugestões) – são apresentadas conclusões sobre este estudo e algumas propostas de sugestões para trabalhos futuros; e
- Capítulo 7 (Referências bibliográficas).

## 1.4 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 1.4.1 ATUADOR ELETROMAGNÉTICO E CONTROLE

**AWELEWA et al. (2013)** faz a modelagem da dinâmica não-linear de um atuador eletromagnético uniaxial utilizando a variação do fluxo magnético e as forças que atuam na esfera. O autor lineariza o modelo e utiliza o controlador analógico PD (proporcional e derivativo) e atraso de fase (*Phase Lead Compensator*).

**BARBOSA et al.** faz o estudo de um dispositivo constituído por um levitador eletromagnético uniaxial com dinâmica não-linear e sensor de posição. A arquitetura de controle é analógica e o modelo do sistema é linearizado por meio da expansão da Série de Taylor. O controlador projetado é o compensador por Avanço de Fase (*Phase Lead*) e controle PD (proporcional e derivativo).

**BARROT (2008)** apresenta um estudo sobre a utilização da levitação eletromagnética para a concepção de acelerômetros, cuja aplicação é monitorar o comportamento de estruturas em engenharia civil. Neste trabalho há a modelagem da dinâmica não-linear dos atuadores eletromagnéticos triaxiais com esfera levitada. É desenvolvido um projeto de controlador analógico, utilizando a técnica PD (proporcional derivativo) e PID (proporcional, derivativo e integral), a partir da



linearização da dinâmica do dispositivo. Em seguida, verifica-se a eficiência deste estudo por meio de um experimento montado em uma bancada de testes. Por fim, o autor sugere o uso deste sistema para medir a orientação de um corpo em movimento.

**BOLETIS (2005)** faz um estudo sobre um micro motor de alta rotação, valendo-se de um dispositivo constituído por uma esfera levitada por três pares de atuadores eletromagnéticos colineares. O autor investiga os limites de velocidade de rotação por meio de um motor de indução, que é utilizado para levitar e girar a esfera. Neste trabalho há a modelagem da dinâmica não-linear deste sistema e o desenvolvimento do motor de indução.

**GRUZMAN e SANTOS (2015)** apresentam um estudo sobre controle de vibração em estruturas flexíveis por meio de atuadores eletromagnéticos. O autor faz a modelagem da dinâmica não-linear de um par de atuadores eletromagnéticos colineares e, em seguida, projeta um controlador em espaço de estados ótimo. Este estudo é realizado por meio de uma bancada de testes.

**LÖSCH (2002)** faz um estudo acerca de um rotor flexível modelado por elementos finitos e um projeto de controle utilizando a técnica da síntese  $\mu$ . O autor, ainda, analisa as frequências de vibração esta estrutura por meio de um experimento em bancada de testes.

**SCHWEITZER et al. (2009)** apresenta os conceitos de funcionamento dos atuadores eletromagnéticos ativos. Neste estudo, expõe a equação da dinâmica deste sistema e as hipóteses simplificadoras do problema. Faz-se um modelo de arquitetura de controle analógico, valendo-se de controladores PD, PID e por espaço de estados.

**SKILLING (1962)** faz um estudo sobre os princípios de eletromecânica com enfoque em força eletromotriz e energia. O autor destaca diversos conceitos para a dedução de equações aplicadas à sistemas que utilizam a levitação eletromagnética.

**STEPHAN et al. (2013)** apresentam os conceitos básicos sobre levitação eletromagnética, explorando a aplicação de atuadores eletromagnéticos ativos à mancais eletromagnéticos de rotores. O autor faz uma análise dos conceitos de eletromagnetismo aplicado à circuitos elétricos com um corpo em levitação e aponta algumas técnicas de controle analógico.

**VISIOLI (2006)** apresenta um estudo sobre o controlador PID analógico e digital. O autor utiliza diversas técnicas de projeto de controle abordando a aplicação à sistema dinâmicos lineares.



#### 1.4.2 DINÂMICA DE VEÍCULOS DIVERSOS

**FOSSEN (2002)** apresenta os conceitos e definições para modelagem dinâmica de uma embarcação, submarino e veículo remotamente controlado (ROV). O autor aborda diversas técnicas de controle para navegação em mar aberto, conforme a particularidade de cada veículo.

**VALDOVINOS et al. (2014)** apresenta a modelagem dinâmica de um ROV e projeta um controlador robusto para proporcionar a navegação autônoma deste veículo. Por meio de simulações numéricas, o autor valida o modelo proposto.

**LEE (2014)** faz um estudo sobre um veículo aéreo não tripulado (VANT) para aplicação em vigilância, monitoramento e navegação autônoma para longas distâncias. O autor faz a construção de um protótipo com sistema de navegação embarcada para verificar o funcionamento do controlador projetado, PID digital. Por meio de vários testes, avalia o desempenho do VANT para diversas condições de voo.

**CASTRO e MOLEN. (1995)** apresenta a modelagem dinâmica de um submarino. O autor faz o projeto de controle utilizando a técnica  $H_{\infty}$  para incluir distúrbios e incertezas relacionados às correntes marítimas e o comportamento do movimento do mar durante a navegação.

**VALLE et al. (2015)** faz um estudo sobre um dirigível, apresentando suas características de voo em baixa velocidade e estabelecendo sua modelagem dinâmica. O autor apresenta um projeto de sistema de controle com ganhos pré-estabelecidos para diferentes velocidades de navegação. Ao final, faz a validação deste modelo por meio de simulação numérica.

#### 1.4.3 APLICAÇÃO DE SISTEMA DE LEVITAÇÃO COMO ESFERA DE REAÇÃO

**IWAKURA et al. (2008)** apresenta um sistema constituído por uma esfera oca levitada por três pares de atuadores eletromagnéticos colineares, utilizados como sensor de posição para o controle de atitude do satélite. O autor desenvolve um estudo sobre o torque gerado pela velocidade angular relativa entre o satélite e a esfera oca, os quais possuem, somente, movimento de rotação. Por meio de experimentos em uma bancada de testes, faz comparações entre as velocidades angulares da esfera e do satélite.

**SHIRASAWA e TSUDA (2008)** apresenta um estudo sobre uma esfera maciça levitada por três pares de atuadores eletromagnéticos, utilizados como sensor de posição para orientação de atitude de microsatélite. O autor apresenta a formulação do torque eletromagnético induzido pela velocidade angular relativa entre o microsatélite e a esfera maciça. Modela, somente, as equações de Euler para a esfera, pois considera que não há movimento de translação desta. Faz a arquitetura de um controlador analógico, valendo-se da velocidade angular gerada pelo torque eletromagnético resultante. Por meio de experimento, faz diversos testes para avaliar a velocidade angular de rotação da esfera.

## 2 MODELAGEM DO ATUADOR ELETROMAGNÉTICO

### 2.1 PRINCÍPIO DE OPERAÇÃO

O funcionamento do sistema inicia-se quando são fornecidas correntes elétricas às bobinas dos atuadores, de modo a se colocar para levitar entre os mesmos a esfera ferromagnética. Nesta condição, tem-se os eixos coordenados do par de atuadores colineares ( $z_a y_a$ ) coincidentes aos da esfera ( $z_e y_e$ ), conforme a figura 2-1 (a).

Quando os atuadores são sujeitos a movimentos, a esfera é deslocada de sua posição desejada, que é aquela em que seu centro de massa coincide com o centro geométrico do sistema, e tenderá a se chocar contra os atuadores, conforme é apresentado na figura 2-1 (b).

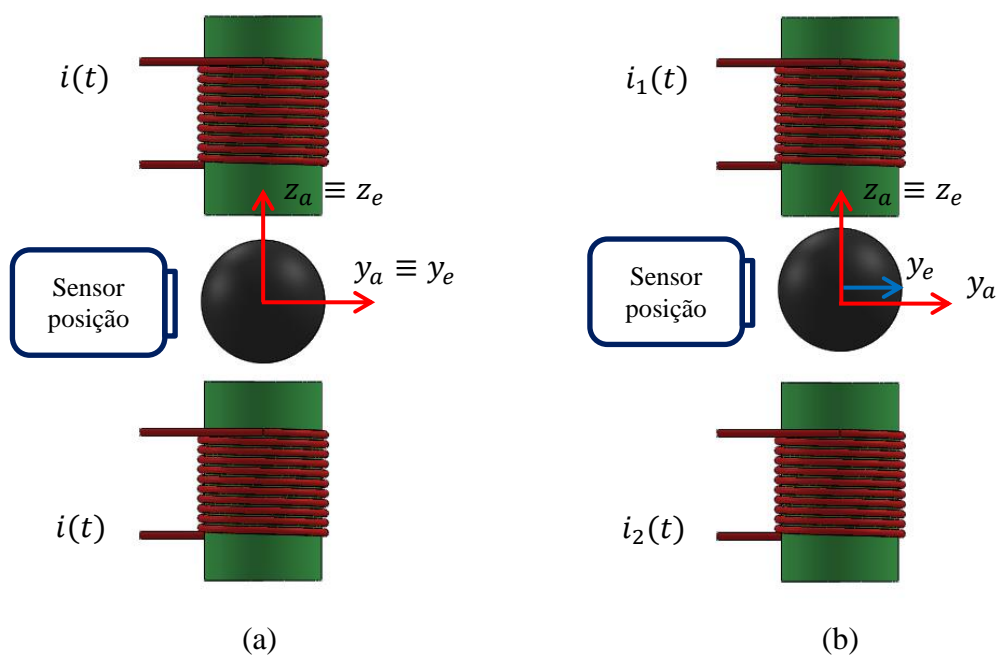


Fig 2-1: Movimento do corpo no qual os atuadores são montados

Sensores de posicionamento são capazes de medir a distância entre as superfícies da esfera e os atuadores colineares para obter, indiretamente, os erros de posição, que são fornecidos ao controlador.

Assim o controlador intervém na corrente elétrica, fazendo com que os atuadores movam a esfera para a posição desejada.

## 2.2 FORÇA ELETROMAGNÉTICA APLICADA À ESFERA LEVITADA

A figura 2-2 apresenta uma massa metálica esférica próxima a uma bobina montada em um cilindro ferromagnético, denominado de núcleo. Este conjunto (bobina e núcleo) é chamado de estator.

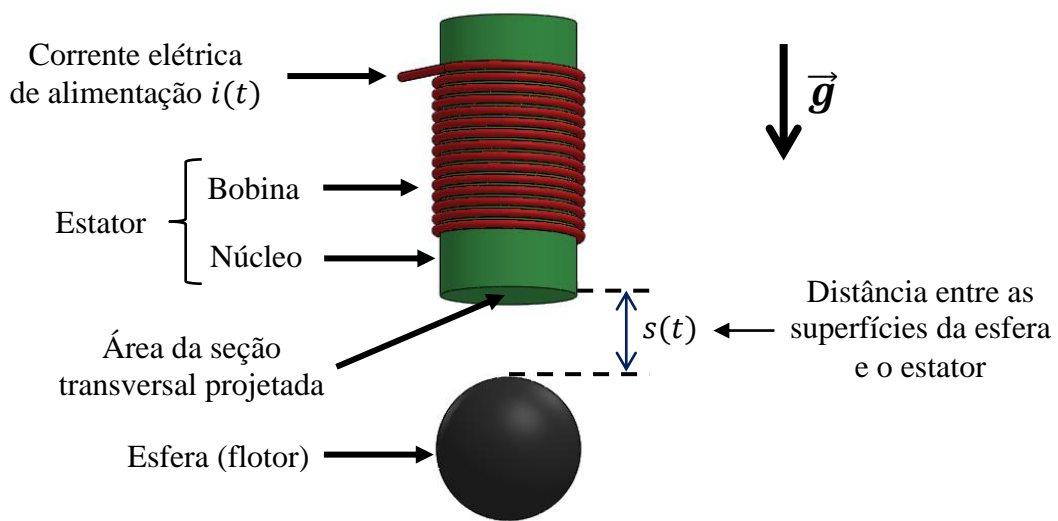


Fig 2-2: Levitador eletromagnético simples

Com a aplicação de uma corrente elétrica,  $i(t)$ , ao estator (atuador eletromagnético) ocorre a indução da força eletromagnética no corpo metálico, denominado de flotor (esfera), o qual é puxado na direção do atuador.

Segundo SKILLING (1962), SCHWEITZER et al. (2009) e BARROT (2008), o trabalho mecânico para elevar a esfera é dado por:

$$dW_{mec} = F_{mag} ds \quad (2.1)$$

Tal que:

$dW_{mec}$ : termo diferencial da energia mecânica para elevar a esfera;

$F_{mag}$ : força eletromagnética induzida pela bobina do atuador eletromagnético; e

$ds$ : termo diferencial do ganho nominal da posição da esfera levitada.  
A energia de interação eletromagnética,  $W_{mag}$ , entre o atuador e a esfera é:

$$W_{mag} = \frac{1}{2}Li^2 \quad (2.2)$$

Tal que:

$W_{mag}$ : energia de interação eletromagnética entre o atuador e a esfera;

$L$ : indutância elétrica do circuito eletromagnético; e

$i$ : corrente elétrica.

Na forma diferencial, a variação da energia eletromagnética resulta na seguinte formulação:

$$dW_{mag} = \frac{1}{2}i^2dL + Lid i \quad (2.3)$$

A energia elétrica total,  $W_{elet}$ , do sistema corresponde a seguinte expressão:

$$dW_{elet} = dW_{mag} + dW_{mec} + dW_{term} \quad (2.4)$$

Tal que:

$dW_{term}$ : termo diferencial da energia térmica.

Contudo, a variação da energia elétrica,  $dW_{elet}$ , é dada por:

$$dW_{elet} = uidt \quad (2.5)$$

Tal que:

$u$ : tensão elétrica; e

$dt$ : diferencial de tempo.

Valendo-se da Lei de Indução Eletromagnética de Faraday, a tensão elétrica aplicada à bobina é definida:

$$u = Ri + \frac{d\Phi}{dt} \quad (2.6)$$

Tal que:

$R$ : resistência elétrica; e

$d\Phi/dt$ : primeira derivada em relação ao tempo do fluxo eletromagnético.

Na bobina, o fluxo magnético,  $\Phi$ , é obtido por:

$$\Phi = Li \quad (2.7)$$

Substituindo as equações 2.7 e 2.6 em 2.5, tem-se a variação da energia elétrica,  $dW_{elet}$ , que pode ser escrita como:

$$dW_{elet} = Ri^2 dt + i^2 dL + Lidi \quad (2.8)$$

A energia térmica é definida por:

$$dW_{term} = Ri^2 dt \quad (2.9)$$

Portanto, a expressão para a energia mecânica é obtida a partir da substituição das equações 2.3, 2.8 e 2.9 na expressão 2.4, resultando em:

$$dW_{mec} = \frac{1}{2} i^2 dL \quad (2.10)$$

A força eletromagnética é calculada pela substituição da equação 2.10 em 2.1, obtendo-se:

$$F_{mag} = \frac{1}{2} i^2 \frac{\partial L}{\partial s} \quad (2.11)$$

Admitindo que a indutância eletromagnética no circuito elétrico,  $L(s)$ , conforme SCHWEITZER et al. (2009):

$$L(s) = \frac{1}{2} \mu_0 A_a N^2 \frac{1}{s} \quad (2.12)$$

Tal que:

$\mu_0$ : permeabilidade do aço;

$A_a$ : área da seção transversal do atuador eletromagnético projetada sobre a superfície da esfera levitada;

$N$ : quantidade de voltas de fio elétrico enroladas na espira do atuador eletromagnético; e

$s$ : distância entre a superfície do atuador e a esfera.

Por fim, substituindo a equação 2.12 em 2.11, a expressão resultante para o cálculo da força eletromagnética exercida sobre a esfera (SCHWEITZER et al., 2009) é definida por:

$$F_{mag}(t) = \frac{1}{4} \mu_0 A_a N^2 \frac{i(t)^2}{s(t)^2} \quad (2.13)$$

Na figura 2-3(a) há a representação de um par de atuadores eletromagnéticos colineares e uma esfera metálica em equilíbrio.

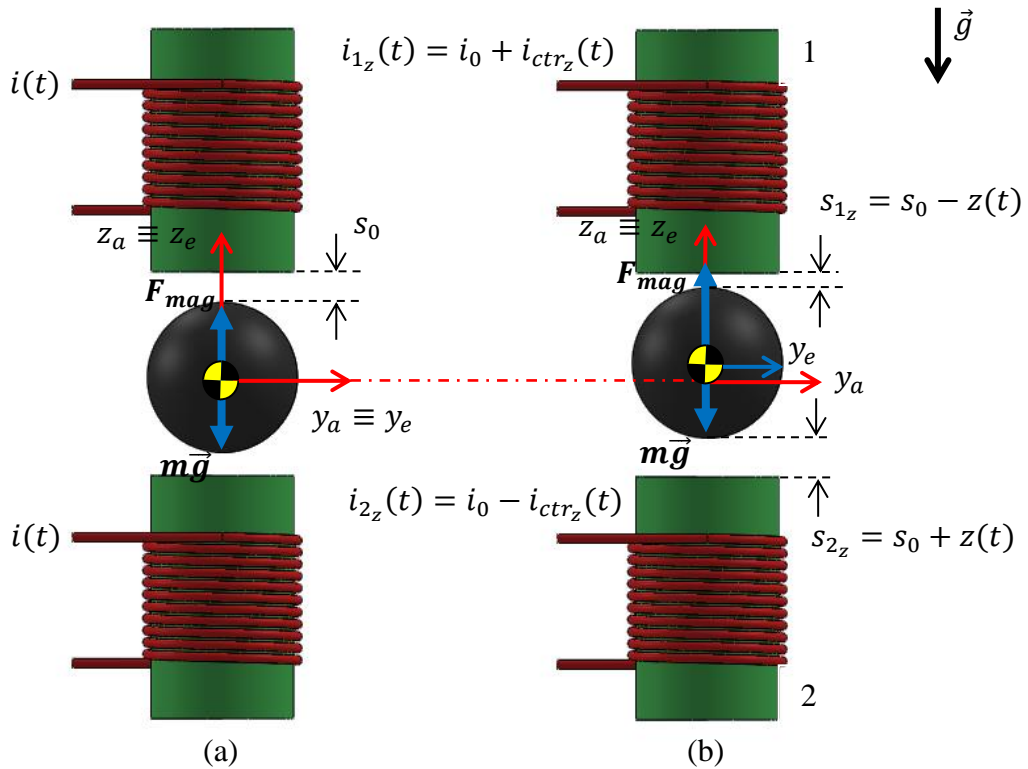


Fig 2-3: Perturbação no atuador eletromagnético posicionado em  $z_a$

Verifica-se na figura 2-3(b) os seguintes aspectos (BARROT, 2008):

- O eixo  $z$  é paralelo à  $\vec{g}$  e com direção oposta;
- A posição desejada, que é a distância entre as superfícies da esfera e cada atuador eletromagnético quando a mesma encontra-se com seu centro de massa coincidente com o centro geométrico do par de atuadores colineares, conforme a figura 2-3 (a);
- Os atuadores eletromagnéticos 1 e 2, são respectivamente, superior e inferior à esfera;
- As correntes elétricas  $i_{1_z}(t)$  e  $i_{2_z}(t)$  alimentam as bobinas dos atuadores 1 e 2, respectivamente; e
- Os deslocamentos em relação à posição de referência para cada atuador 1 e 2 são  $s_{1_z}(t)$  e  $s_{2_z}(t)$ , respectivamente.

A partir dessas observações, tem-se a modelagem deste sistema por meio do equilíbrio de forças que atuam na esfera.

$$F_{magres}(t) = k_f \left[ \frac{i_{1_z}(t)}{s_{1_z}(t)} \right]^2 - k_f \left[ \frac{i_{2_z}(t)}{s_{2_z}(t)} \right]^2 \quad (2.14)$$

Tal que:

- $F_{magres}(t)$ : força eletromagnética resultante;
- $i_{1_z}(t)$ : corrente elétrica 1 do atuador  $z$ ;
- $i_{2_z}(t)$ : corrente elétrica 2 do atuador  $z$ ;
- $s_{1_z}(t)$ : distância 1 entre as superfícies da esfera e o atuador  $z$ ;
- $s_{2_z}(t)$ : distância 2 entre as superfícies da esfera e o atuador  $z$ ; e
- $k_f$ : constante de força eletromagnética,  $k_f = \frac{1}{4} \mu_0 A_a N^2$

Desenvolvendo a equação 2.14, conforme é apresentado na figura 2-3, obtêm-se:

$$F_{z_a}(t) = k_f \left[ \frac{i_0 + i_{ctr_z}(t)}{s_0 - \{i_{z_e}^a(t) - i_{z_a}^a(t)\}} \right]^2 - k_f \left[ \frac{i_0 - i_{ctr_z}(t)}{s_0 + \{i_{z_e}^a(t) - i_{z_a}^a(t)\}} \right]^2 \quad (2.15)$$



Tal que:

$i_0$ : corrente elétrica *bias*;

$i_{ctr_z}(t)$ : corrente elétrica de controle para o atuador z;

$s_0$ : posição *bias*;

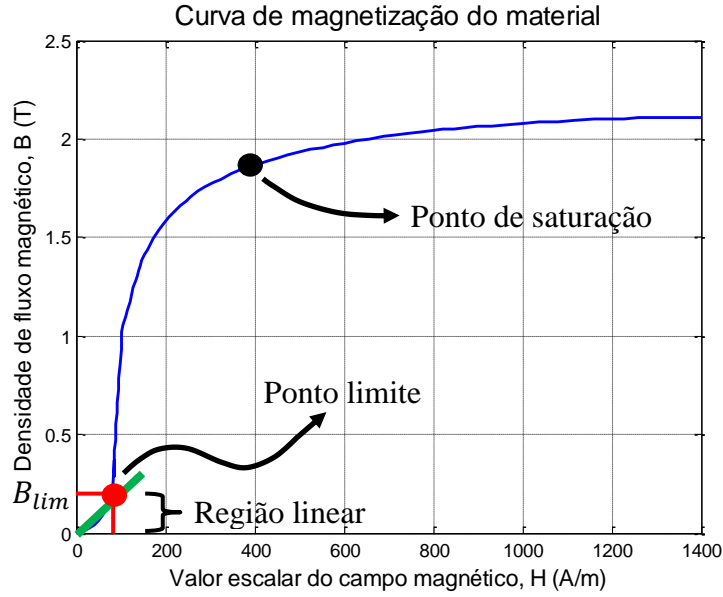
${}^a_{jz_e}(t)$ : componente na direção  $z_a$  do vetor posição do centro de massa da esfera com respeito ao referencial inercial, escrito em um sistema de coordenadas solidário ao centro geométrico do conjunto de atuadores; e

${}^a_{jz_a}(t)$ : componente na direção z do vetor posição do centro geométrico do conjunto de atuadores, com respeito ao referencial inercial, escrito em um sistema de coordenadas solidário ao centro geométrico do conjunto dos atuadores.

Contudo, adotam-se algumas hipóteses para validação da aplicação da equação 2.15 (BARROT, 2008), tais como:

- Não há saturação do material magnético;
- Só há fluxo magnético no conjunto atuador-esfera;
- A magnetização do aço é desprezada; e
- Os materiais eletromagnéticos possuem um comportamento linear durante o funcionamento do atuador eletromagnético.

O material considerado para a esfera neste trabalho é o ferro fundido, que não deve ser submetido a um campo magnético superior ao valor limite,  $B_{lim}$ , de 0,2 T. Dessa forma, assegura-se que o material da esfera não é submetido à saturação, pois este estará sendo utilizado dentro de sua região linear (BARROT, 2008), conforme é destacado na figura 2-4.



**Fig 2-4: Curva de magnetização do material**

Durante as simulações numéricas, a obtenção do campo eletromagnético inferior a  $B_{lim}$  confirmará que o material da esfera não está sujeito à saturação. Logo, os atuadores estarão funcionando dentro da região de comportamento linear de modo que se possa considerar uma relação direta entre  $B$  (densidade do fluxo magnético) e  $H$  (valor escalar do campo magnético) e, por conseguinte, validando a aplicação da equação de força eletromagnética.

A equação para o cálculo do campo eletromagnético (SCHWEITZER et al., 2009) é definido por:

$$B_m = \frac{1}{2} \mu_0 N \left[ \frac{i_0 + i_{ctr_z}(t)}{s_0 - \{i_z^a(t) - i_z^a(t)\}} \right] \quad (2.16)$$

Como  $i_{ctr}(t) \ll i_0$  e  $\{i_z^a(t) - i_z^a(t)\} \ll s_0$ , admite-se a seguinte simplificação:

$$B_m(t) = k_{B_m} \frac{i}{s_0} \quad (2.17)$$

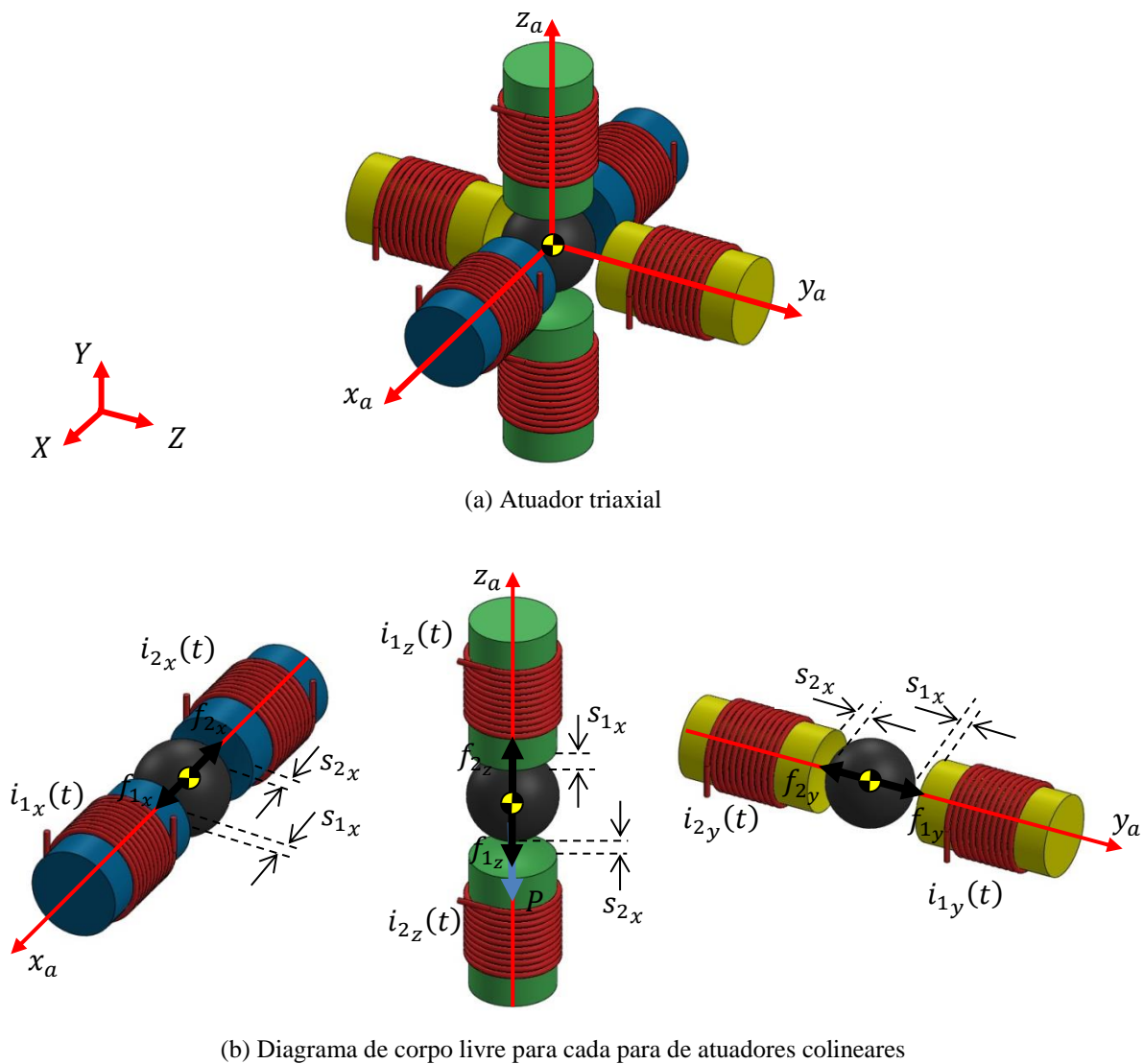
Tal que:

$$k_B: \text{constante de campo magnético, } k_{B_m} = \frac{1}{2} \mu_0 N.$$

Por fim, por meio da equação 2.17, é verificado durante as simulações se o atuador está funcionando com campo eletromagnético inferior ao máximo admissível,  $B_{lim}$ , e, desta forma, validando a aplicação da equação de força eletromagnética.

### 2.3 MODELO NÃO-LINEAR DO CONJUNTO DE ATUADORES ELETROMAGNÉTICOS

O sistema possui três pares de atuadores eletromagnéticos dispostos triaxialmente, conforme a figura 2-5 (a). Desta forma, há forças nas direções dos eixos coordenados, conforme é indicado pelo diagrama de corpo livre da figura 2-5 (b), e a resultante é um vetor de três componentes.



**Fig 2-5: Diagrama de corpo livre do sistema**

As forças eletromagnéticas que cada par de atuadores colineares exerce sobre o centro de massa da esfera são dadas por:

a) Eixo  $x_a$ :

$$F_{x_a}(t) = f_{1_x} - f_{2_x} \quad (2.18)$$

$$F_{x_a}(t) = k_f \left[ \frac{i_{x_1}(t)}{s_{x_1}(t)} \right]^2 - k_f \left[ \frac{i_{x_2}(t)}{s_{x_2}(t)} \right]^2 \quad (2.19)$$

$$F_{x_a}(t) = k_f \left[ \frac{i_0 + i_{ctr_x}(t)}{s_0 - \{i_e^a(t) - i_a^a(t)\}} \right]^2 - k_f \left[ \frac{i_0 - i_{ctr_x}(t)}{s_0 + \{i_e^a(t) - i_a^a(t)\}} \right]^2 \quad (2.20)$$

b) Eixo  $y_a$ :

$$F_{y_a}(t) = f_{1_y} - f_{2_y} \quad (2.21)$$

$$F_{y_a}(t) = k_f \left[ \frac{i_{y_1}(t)}{s_{y_1}(t)} \right]^2 - k_f \left[ \frac{i_{y_2}(t)}{s_{y_2}(t)} \right]^2 \quad (2.22)$$

$$F_{y_a}(t) = k_f \left[ \frac{i_0 + i_{ctr_y}(t)}{s_0 - \{i_e^a(t) - i_a^a(t)\}} \right]^2 - k_f \left[ \frac{i_0 - i_{ctr_y}(t)}{s_0 + \{i_e^a(t) - i_a^a(t)\}} \right]^2 \quad (2.23)$$

c) Eixo  $z_a$ :

$$F_{z_a}(t) = f_{1_z} - f_{2_z} \quad (2.24)$$

$$F_{z_a}(t) = k_f \left[ \frac{i_{z_1}(t)}{s_{z_1}(t)} \right]^2 - k_f \left[ \frac{i_{z_2}(t)}{s_{z_2}(t)} \right]^2 \quad (2.25)$$

$$F_{z_a}(t) = k_f \left[ \frac{i_0 + i_{ctr_z}(t)}{s_0 - \{i_e^a(t) - i_a^a(t)\}} \right]^2 - k_f \left[ \frac{i_0 - i_{ctr_z}(t)}{s_0 + \{i_e^a(t) - i_a^a(t)\}} \right]^2 \quad (2.26)$$

Tal que:

$i_{ctr_x}(t)$ : corrente elétrica de controle para o atuador  $x$ ;

$i_{ctr_y}(t)$ : corrente elétrica de controle para o atuador  $y$ ;

$i_{ctr_z}(t)$ : corrente elétrica de controle para o atuador  $z$ ;

${}^a_i x_e(t)$ : componente na direção  $x_a$  do vetor posição do centro de massa da esfera com respeito ao referencial inercial, escrito em um sistema de coordenadas solidário ao centro geométrico do conjunto de atuadores;

${}^a_i y_e(t)$ : componente na direção  $y_a$  do vetor posição do centro de massa da esfera com respeito ao referencial inercial, escrito em um sistema de coordenadas solidário ao centro geométrico do conjunto de atuadores;

${}^a_i z_e(t)$ : componente na direção  $z_a$  do vetor posição do centro de massa da esfera com respeito ao referencial inercial, escrito em um sistema de coordenadas solidário ao centro geométrico do conjunto de atuadores;

${}^a_i x_a(t)$ : componente na direção  $x$  do vetor posição do centro geométrico do conjunto de atuadores, com respeito ao referencial inercial, escrito em um sistema de coordenadas solidário ao centro geométrico do conjunto dos atuadores;

${}^a_i y_a(t)$ : componente na direção  $y$  do vetor posição do centro geométrico do conjunto de atuadores, com respeito ao referencial inercial, escrito em um sistema de coordenadas solidário ao centro geométrico do conjunto dos atuadores; e

${}^a_i z_a(t)$ : componente na direção  $z$  do vetor posição do centro geométrico do conjunto de atuadores, com respeito ao referencial inercial, escrito em um sistema de coordenadas solidário ao centro geométrico do conjunto dos atuadores.

As equações de Newton, escritas no sistema de coordenadas solidário ao centro geométrico do conjunto de atuadores, para a esfera são dadas, na forma vetorial, ficam:

$$M[{}^a_i \dot{\mathbf{v}}_e + ({}^a_i \boldsymbol{\omega}_a \times {}^a_i \mathbf{v}_e)] = {}^a \mathbf{F}_e - {}^a T^I \mathbf{P} \quad (2.27)$$

Tal que:

$M$ : matriz de massa, definida por:

$$M = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

$m$ : massa da esfera;

${}^a\mathbf{v}_e$ : vetor composto pelas derivadas das componentes da velocidade do centro de massa da esfera com respeito ao referencial inercial, escrito em um sistema de coordenadas solidário ao centro geométrico do conjunto de atuadores, expresso por:

$${}^a\mathbf{v}_e = \begin{bmatrix} {}^a\dot{x}_e(t) \\ {}^a\dot{y}_e(t) \\ {}^a\dot{z}_e(t) \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

${}^a\boldsymbol{\omega}_a$ : vetor velocidade angular do centro geométrico do conjunto de atuadores com respeito ao referencial Inercial, escrito em coordenadas de um sistema solidário ao referencial no centro do conjunto de atuadores, a ser definido no Capítulo 4 (equação 4.10);

${}^a\mathbf{v}_e$ : vetor composto pelas derivadas das componentes da posição do centro de massa da esfera com respeito ao referencial inercial, escrito em um sistema de coordenadas solidário ao centro geométrico do conjunto de atuadores, dado por:

$${}^a\mathbf{v}_e = \begin{bmatrix} {}^a\dot{x}_e(t) \\ {}^a\dot{y}_e(t) \\ {}^a\dot{z}_e(t) \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

${}^a\mathbf{F}_e$ : vetor força eletromagnética resultante no centro de massa da esfera escrito em um sistema de coordenadas solidário ao centro geométrico do conjunto dos atuadores, dado por:

$${}^a\mathbf{F}_e = \begin{bmatrix} k_f \left[ \frac{i_0 + i_{ctr_x}(t)}{s_0 - \{ {}^a x_e(t) - {}^a x_a(t) \}} \right]^2 - k_f \left[ \frac{i_0 - i_{ctr_x}(t)}{s_0 + \{ {}^a x_e(t) - {}^a x_a(t) \}} \right]^2 \\ k_f \left[ \frac{i_0 + i_{ctr_y}(t)}{s_0 - \{ {}^a y_e(t) - {}^a y_a(t) \}} \right]^2 - k_f \left[ \frac{i_0 - i_{ctr_y}(t)}{s_0 + \{ {}^a y_e(t) - {}^a y_a(t) \}} \right]^2 \\ k_f \left[ \frac{i_0 + i_{ctr_z}(t)}{s_0 - \{ {}^a z_e(t) - {}^a z_a(t) \}} \right]^2 - k_f \left[ \frac{i_0 - i_{ctr_z}(t)}{s_0 + \{ {}^a z_e(t) - {}^a z_a(t) \}} \right]^2 \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

${}^aT^I$ : matriz de transformação de coordenadas de um sistema solidário ao referencial Inercial, para um sistema solidário ao referencial fixo no centro geométrico do conjunto dos atuadores, a ser definida na seção 2.4 (equação 2.39);

$\mathbf{P}$ : vetor força peso, definido por:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

$g$ : modulo da gravidade.

Os movimentos prescritos de translação e rotação no centro de massa do corpo, no qual os atuadores encontram-se fixos (considerando que o centro dos atuadores coincide, por enquanto, com o centro do corpo), são as variáveis de entrada para o calculo da força eletromagnética resultante na esfera (equação 2.31), portanto:

$${}^a\mathbf{d}_a(\mathbf{t}) = {}^aT^I I \mathbf{d}_{mov}(\mathbf{t}) \quad (2.33)$$

Tal que:

${}^a\mathbf{d}_a(\mathbf{t})$ : vetor posição prescrita do centro geométrico do conjunto de atuadores com respeito ao referencial Inercial, escrito em um sistema de coordenadas solidário ao centro geométrico do conjunto dos atuadores, dado por:

$${}^a\mathbf{d}_a(\mathbf{t}) = \begin{bmatrix} {}^a x_a(t) \\ {}^a y_a(t) \\ {}^a z_a(t) \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

${}^I\mathbf{d}_{mov}(\mathbf{t})$ : vetor posição prescrita do centro de massa do veículo com respeito ao referencial Inercial, escrito em um sistema de coordenadas solidário ao referencial Inercial, dado por:

$${}^I\mathbf{d}_{mov}(\mathbf{t}) = \begin{bmatrix} {}^I X_{mov}(t) \\ {}^I Y_{mov}(t) \\ {}^I Z_{mov}(t) \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

${}^I X_{mov}(t)$ : componente na direção  $X$  do vetor posição prescrita do centro de massa do corpo, no qual os atuadores encontram-se fixos, com respeito ao referencial Inercial, escrito em um sistema de coordenadas solidário ao referencial Inercial;

${}^I Y_{mov}(t)$ : componente na direção  $Y$  do vetor posição prescrita do centro de massa do corpo, no qual os atuadores encontram-se fixos, com respeito ao referencial Inercial, escrito em um sistema de coordenadas solidário ao referencial Inercial; e

${}^I Z_{mov}(t)$ : componente na direção  $Z$  do vetor posição prescrita do centro de massa do corpo, no qual os atuadores encontram-se fixos, com respeito ao referencial Inercial, escrito em um sistema de coordenadas solidário ao referencial Inercial.

## 2.4 DESCRIÇÃO DO MOVIMENTO DO CORPO NO QUAL OS ATUADORES SÃO MONTADOS

Define-se um sistema de eixos coordenados  $xyz$  no centro de massa do veículo, o qual é paralelo ao sistema de coordenada Inercial  $X_I Y_I Z_I$ , por hipótese, conforme é apresentado na figura 2-6.

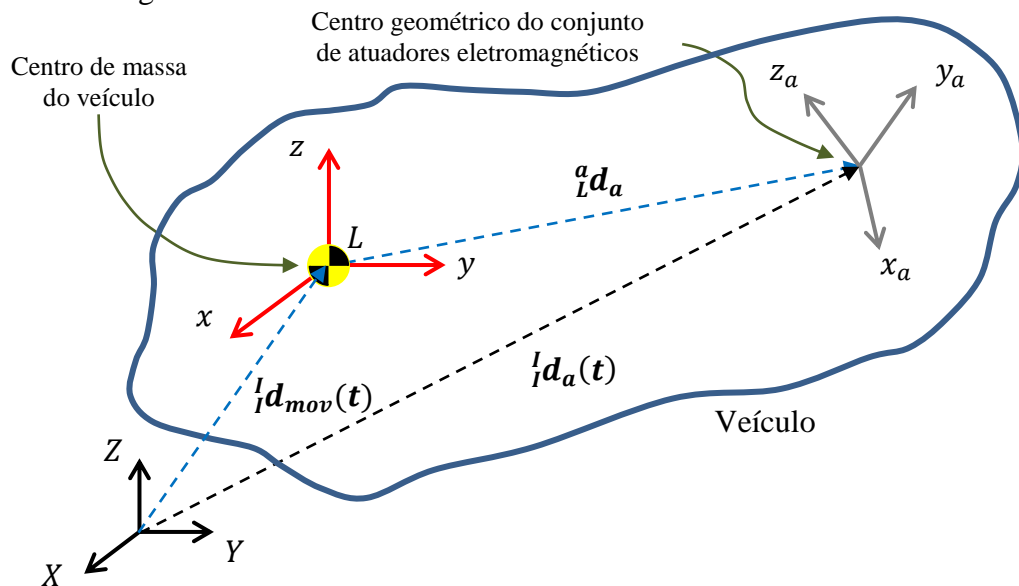
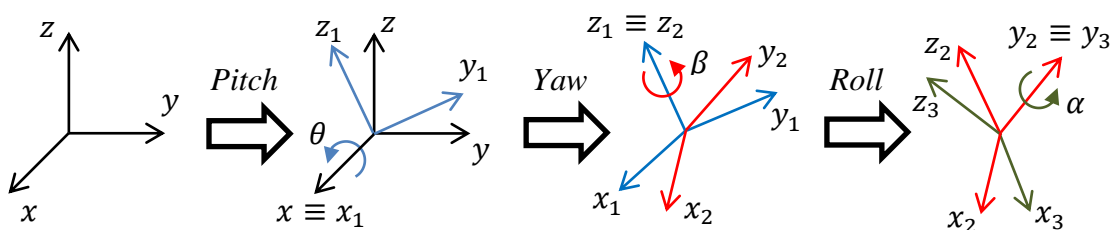
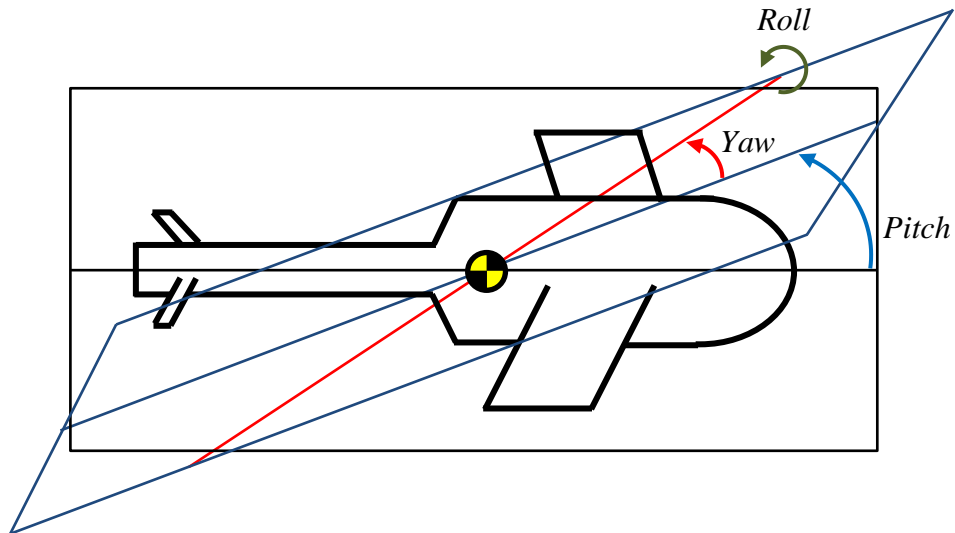


Fig 2-6: Sistema de coordenadas inseridas em um veículo

O movimento do veículo no espaço é descrito por meio de rotações sucessivas de seu sistema de orientação, definidos pelos ângulos de Euler: inclinação (*pitch*),  $\theta$ , guinada (*yaw*),  $\beta$ , e rolagem (*roll*),  $\alpha$  (GRUZMAN, 2011), conforme a figura 2-7.







**Fig 2-7: Orientação do veículo**

Definindo, para o sistema de coordenadas da figura 2-7, as matrizes de transformação de coordenadas (SANTOS, 2001) de um sistema fixo,  $I$ , para representações intermediárias (1 e 2) e local no centro geométrico do conjunto de atuadores,  $a$ :

$${}^1T^I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta) & \text{sen}(\theta) \\ 0 & -\text{sen}(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

$${}^2T^1 = \begin{bmatrix} \cos(\beta) & \text{sen}(\beta) & 0 \\ -\text{sen}(\beta) & \cos(\beta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

$${}^aT^2 = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & 0 & -\text{sen}(\alpha) \\ 0 & 1 & 0 \\ \text{sen}(\alpha) & 0 & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

Tal que:

${}^1T^I$ : matriz de transformação de coordenadas de um sistema solidário ao referencial inercial,  $I$ , para um sistema solidário ao referencial intermediário 1;

${}^2T^1$ : matriz de transformação de coordenadas de um sistema solidário ao referencial intermediário 1, para um sistema solidário ao referencial intermediário 2; e

${}^aT^2$ : matriz de transformação de coordenadas de um sistema solidário ao referencial intermediário 2, para um sistema solidário ao referencial local no centro geométrico do conjunto de atuadores,  $a$ .

Em seguida, obtém-se a matriz de rotação,  ${}^aT^I$ , que faz a transformação de coordenada do referencial inercial,  $I$ , para o local fixo no centro geométrico do conjunto de atuadores,  $a$ , (SANTOS, 2001), dada por:

$${}^aT^I = {}^aT^2 {}^2T^1 {}^1T^I \quad (2.39)$$

$${}^aT^I = \begin{bmatrix} \cos(\alpha)\cos(\beta) & t_{12} & t_{13} \\ -\text{sen}(\beta) & \cos(\beta)\cos(\theta) & \cos(\beta)\text{sen}(\theta) \\ \cos(\beta)\text{sen}(\alpha) & t_{32} & t_{33} \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

Tal que:

$$\begin{aligned} t_{12} &= \text{sen}(\alpha)\text{sen}(\beta) + \cos(\alpha)\text{sen}(\beta)\cos(\theta); \\ t_{13} &= \cos(\alpha)\text{sen}(\beta)\text{sen}(\theta) - \text{sen}(\alpha)\cos(\theta); \\ t_{32} &= \text{sen}(\alpha)\text{sen}(\beta)\cos(\theta) - \cos(\alpha)\text{sen}(\theta); \text{ e} \\ t_{33} &= \cos(\alpha)\cos(\theta) + \text{sen}(\alpha)\text{sen}(\beta)\text{sen}(\theta). \end{aligned}$$

A posição na qual o sistema de atuadores é montado ao do corpo, no qual os atuadores encontram-se fixos, (SANTOS, 2001), conforme a figura 2-6, é expressa por:

$${}^I\mathbf{d}_a(\mathbf{t}) = {}^I\mathbf{d}_{mov}(\mathbf{t}) + {}^IT^a {}^a\mathbf{d}_a \quad (2.41)$$

Tal que:

${}^a\mathbf{d}_a$ : vetor posição do centro geométrico do conjunto de atuadores, com respeito ao referencial  $L$ , escrito em um sistema de coordenadas solidário ao centro geométrico do conjunto de atuadores, definido como:

$${}^a\mathbf{d}_a = \begin{bmatrix} {}^aLx_a \\ {}^aLy_a \\ {}^aLz_a \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

${}^a_Lx_a$ : componente na direção  $x$  do vetor posição do centro geométrico do conjunto de atuadores com respeito ao referencial  $L$ , escrito em um sistema de coordenadas solidário ao centro geométrico do conjunto dos atuadores;

${}^a_Ly_a$ : componente na direção  $y$  do vetor posição do centro geométrico do conjunto de atuadores com respeito ao referencial  $L$ , escrito em um sistema de coordenadas solidário ao centro geométrico do conjunto dos atuadores; e

${}^a_Lz_a$ : componente na direção  $z$  do vetor posição do centro geométrico do conjunto de atuadores com respeito ao referencial  $L$ , escrito em um sistema de coordenadas solidário ao centro geométrico do conjunto dos atuadores.

### 3 CONTROLE

#### 3.1 INTRODUÇÃO

O controlador é projetado a partir do modelo linear do sistema de levitação. O objetivo do controle é fornecer as correntes elétricas aos atuadores para manter a esfera levitada na posição desejada.

No sistema serão considerados sensores analógicos de posição para cada par de atuadores a fim de medir o erro de posição da esfera. Os sensores são modelados com ruídos para tornar a simulação mais realística.

#### 3.2 EQUAÇÃO LINEARIZADA DA FORÇA ELETROMAGNÉTICA RESULTANTE DE CADA PAR DE ATUADORES ELETROMAGNÉTICOS

A linearização do modelo dinâmico que relaciona dois atuadores eletromagnéticos com esfera levitada, equação 2.6, ocorre nas proximidades do ponto de operação da corrente elétrica,  $i_0$ , que é denominada de corrente *bias* ou corrente de pré-magnetização e da posição *bias*,  $s_0$ , (SCHWEITZER et al., 2009).

O modelo não-linear, cuja saída representa a força eletromagnética,  $f_{mag}(t)$ , é uma função de duas grandezas de entradas definidas como corrente elétrica,  $i$ , e posição,  $s$ , (OGATA, 2003) de modo que:

$$f_{mag}(t) = f(i, s) \quad (3.1)$$

Obtém-se uma aproximação linear expandindo a equação 3.1 até o primeiro termo da Série de Taylor (SCHWEITZER et al., 1994) em torno do ponto de operação  $(i_0, s_0)$ :

$$f_{mag}(t) = f(i_0, s_0) + \left[ \frac{\partial f_{mag}}{\partial i} (i - i_0) + \frac{\partial f_{mag}}{\partial s} (s - s_0) \right] \quad (3.2)$$

A simplificação é válida (BARROT, 2008) se:

- A corrente de controle,  $i_{ctr}(t)$ , é muito menor que a corrente *bias*,  $i_0$ ; e
- O deslocamento da esfera levitada,  $s(t)$ , permanecer pequeno quando comparado à posição desejada,  $s_0$ .

Portanto, linearizando a equação 2.15, na vizinhança do ponto de operação  $(i_0, s_0)$ , (SCHWEITZER et al., 2009), tem-se:

$$f(t) \cong k_s x(t) + k_i i(t) \quad (3.3)$$

Tal que:

$f(t)$ : força eletromagnética linearizada.

$k_s$ : constante de deslocamento, definida por:

$$k_s = \left. \frac{\partial f(t)}{\partial s(t)} \right|_{\substack{s(t) = s_0 \\ i(t) = i_0}} = \frac{4k_f i_0^2}{s_0^3} \quad (3.4)$$

$k_i$ : constante de corrente elétrica, expresso por:

$$k_i = \left. \frac{\partial f(t)}{\partial i(t)} \right|_{\substack{s(t) = s_0 \\ i(t) = i_0}} = \frac{4k_f i_0}{s_0^2} \quad (3.5)$$

Na figura 3-1 é apresentado um diagrama esquemático para o projeto de controle da posição da esfera (ao longo do eixo  $x_a$ ), que, inicialmente, está na posição desejada, que é aquela em que seu centro de massa coincide com o centro geométrico do conjunto dos atuadores.

Dá-se um movimento de entrada à esfera definido por  $x_d(t)$ , que é comparado à posição medida pelo sensor,  $x(t)$ , gerando um erro,  $e(t)$ , variável de entrada do controlador.

Em seguida, o controlador interfere, por meio da corrente elétrica de controle  $i(t)$ , na força resultante deste sistema,  $f(t)$ , e conseqüentemente na dinâmica da esfera.

Desta forma, obtêm-se a posição da esfera,  $x(t)$ , que tende a acompanhar a entrada introduzida ao sistema,  $x_d(t)$ , ou seja, o erro de posição  $e(t)$  é reduzido.

Um esquema correspondente é válido para os demais eixos, deve-se apenas utilizar  $z_d$  e  $z$ ,  $e$ ,  $y_d$  e  $y$ .

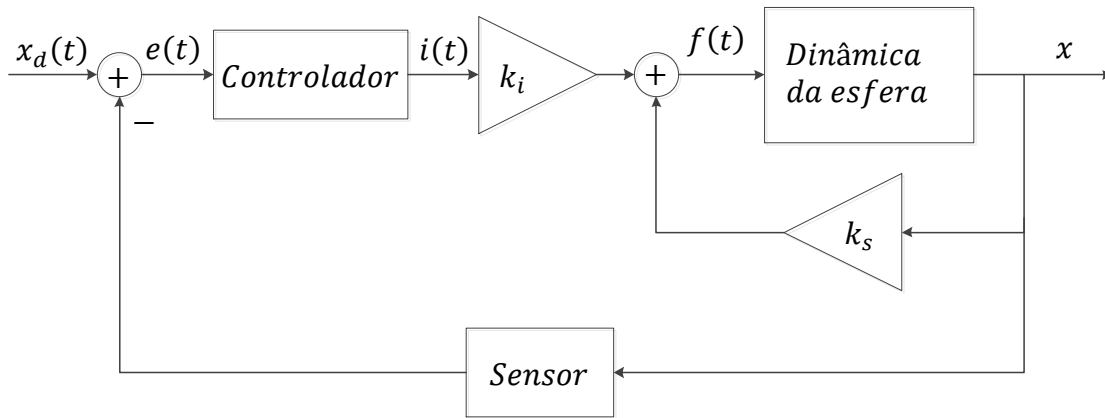


Fig 3-1: Diagrama esquemático para o controle da posição da esfera

A linearização é necessária para que se possa projetar o controle linear e, em seguida, implementá-lo no modelo não-linear para que sejam feitas as simulações.

### 3.3 ARQUITETURA DE CONTROLE

É abordada a técnica do controlador PID analógico (tempo contínuo) para a obtenção das correntes elétricas de controle  $i_{ctr_x}(t)$ ,  $i_{ctr_y}(t)$  e  $i_{ctr_z}(t)$ , definidas na equação 2.15, que são não lineares.

Neste estudo, têm-se as seguintes hipóteses:

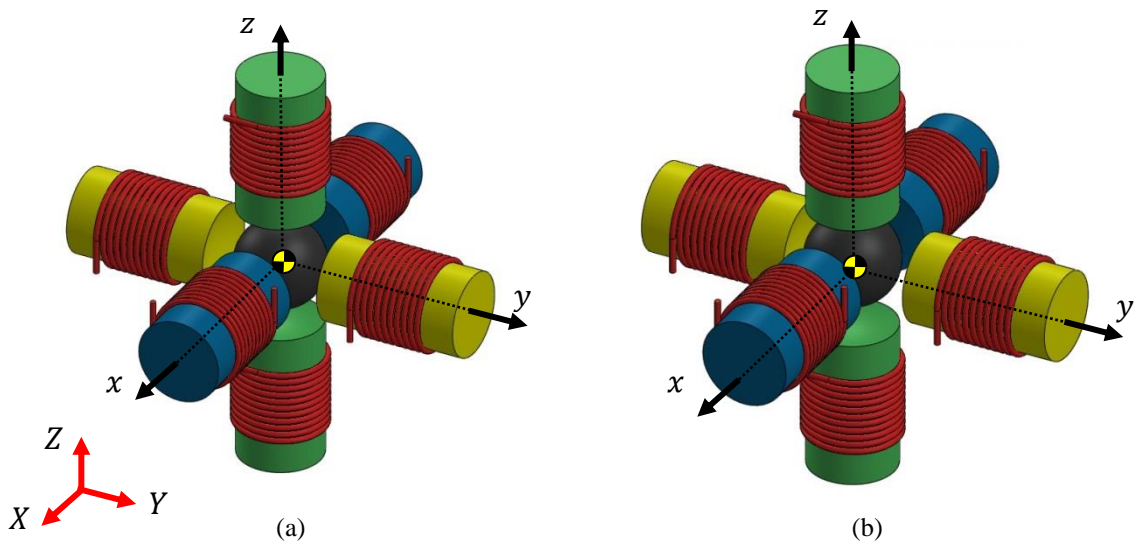
- Os sinais de entrada para os controladores:  $e_x(t)$ ,  $e_y(t)$  e  $e_z(t)$ , são:

$$\begin{cases} e_x(t) = {}^a_i x_a(t) - {}^a_i x_e(t) \\ e_y(t) = {}^a_i y_a(t) - {}^a_i y_e(t) \\ e_z(t) = {}^a_i z_a(t) - {}^a_i z_e(t) \end{cases} \quad (3.6)$$

- Sensor analógico de posição com ruído;
- Não há saturação do campo eletromagnético em cada atuador; e
- Saturação da corrente elétrica é desprezada.

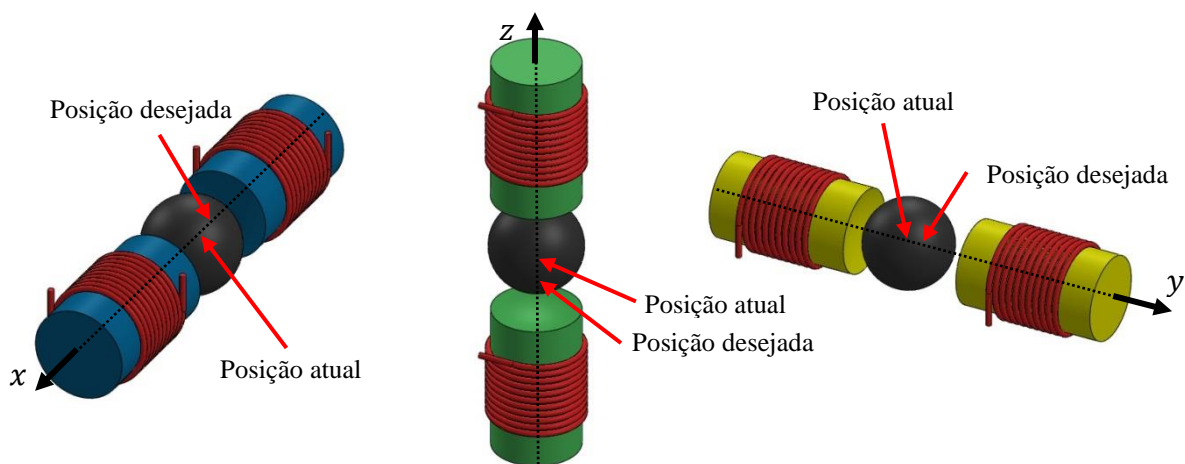
O sistema de atuadores eletromagnéticos modelado no Capítulo 2 é montado ao corpo rígido e, em seguida, a esfera é colocada em sua posição desejada, ou seja, seu centro de massa coincidente com o centro geométrico dos atuadores, conforme apresentado na figura 3-2 (a).

Em seguida, tem-se o movimento de translação dos atuadores eletromagnéticos de acordo com a trajetória prescrita do veículo, conforme a figura 3-2 (b).



**Fig 3-2:** (a) Condição inicial do sistema e (b) translação dos atuadores com esfera deslocada

A realimentação da malha de controle é feita pelos sensores de posição, que medem a distância entre as superfícies da esfera e o par de atuadores colineares e indiretamente permite obter o erro de posição da esfera levitada, pela diferença entre as posições atual e desejada, conforme a figura 3-3.



**Fig 3-3:** Erro de posição em cada par de atuadores eletromagnéticos

O controlador deve manter os erros de posição próximos à zero para evitar contato entre as superfícies dos atuadores e a esfera levitada.

Por ocasião de movimentos prescritos que envolvam a rotação do veículo, conforme a figura 2-6, os atuadores passam a girar em torno da esfera levitada mudando seu referencial de  $xyz$  para o  $x'y'z'$ , conforme apresentado na figura 3-4.

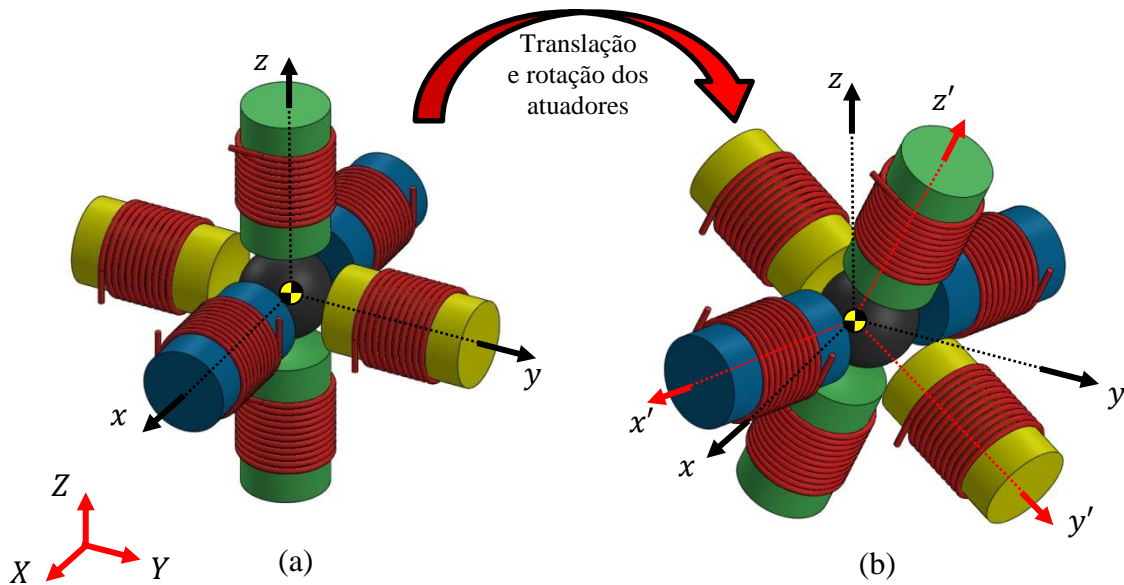
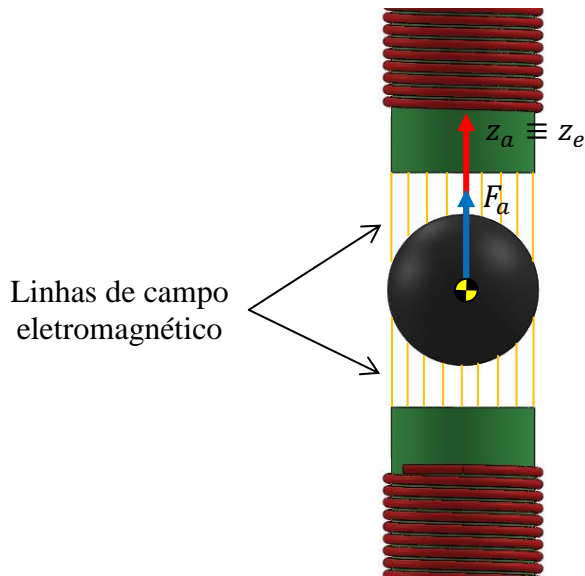


Fig 3-4: (a) Condição inicial do sistema e (b) translação e rotação dos atuadores

Ressalta-se que os movimentos relativos de translação entre a esfera e o conjunto de atuadores eletromagnéticos serão pequenos, considerando, por exemplo, o movimento na direção  $z_a$ , conforme a figura 3-5.

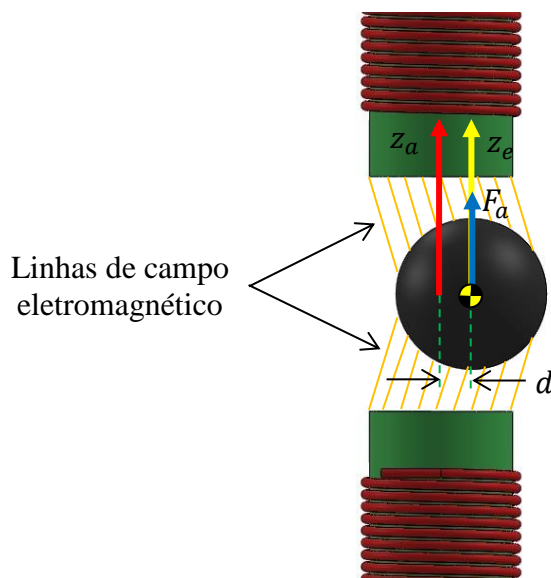
As equações de força eletromagnética que foram vista até agora se aplicam quando  $z_a$  coincidente com  $z_e$ .





**Fig 3-5: Força eletromagnética quando  $z_a$  coincide com  $z_e$**

Caso o deslocamento da esfera não seja coincidente com o eixo cartesiano fixo ao conjunto de atuadores colineares, o valor da força eletromagnética pode ser diferente, conforme é apresentado na figura 3-6.



**Fig 3-6: Força eletromagnética quando  $z_a$  não é coincide com  $z_e$**

No entanto, adite-se que, em decorrência de se ter pequenos deslocamentos ( $d$ ), assume-se neste trabalho que não ocorrerá alteração na força eletromagnética resultante em decorrência do referido deslocamento. Isso se aplica para todos os três pares de atuadores colineares.

### 3.3.1 CONTROLADOR PID

#### 3.3.1.1 ESTRUTURA DO CONTROLADOR PID

Um dos controladores mais utilizados nos sistemas de controle em geral é o PID (proporcional, derivativo e integrativo), que possui desempenho robusto sobre uma grande faixa de condições operacionais. O sistema é robusto quando apresenta mudanças aceitáveis no desempenho devido a alterações ou inexatidões do modelo (DORF, 2013).

Para se atender às especificações de critério de desempenho (esfera levitar entre os atuadores sem que haja contato), é necessário sintonizar o controlador, ou seja, calcular seus três parâmetros.

A equação 3.7 apresenta as equações no domínio do tempo e da frequência, enquanto a figura 3-7 mostra o diagrama de blocos deste controlador (OGATA, 2011 e VISIOLI, 2006).

$$u(t) = k_P e(t) + k_I \int_0^t e(t) dt + k_D \frac{de(t)}{dt}$$
$$G_c(s) = k_P + \frac{k_I}{s} + k_D s \quad (3.7)$$
$$G_c(s) = k_P \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$$

Tal que:

$u(t)$ : é o sinal de controle;

$G_c(s)$ : função de transferência do controlador;

$e(t)$ : erro do sistema;

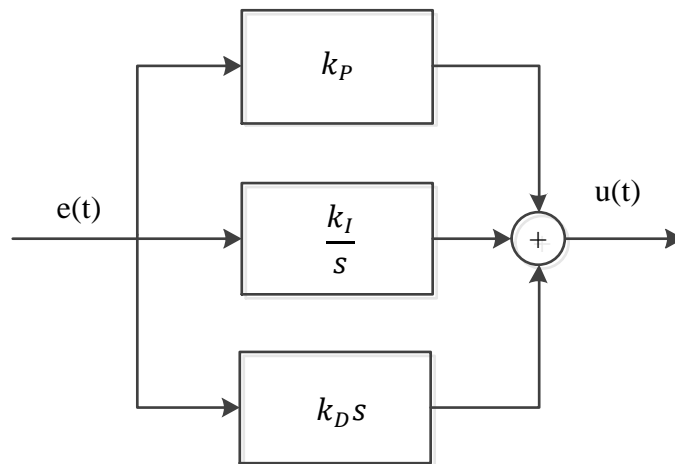
$k_P$ : ganho proporcional;

$k_I$ : ganho integral;

$k_D$ : ganho derivativo;

$T_i$ : constante de tempo do integrador ( $k_I = k_P/T_i$ ); e

$T_d$ : constante de tempo do derivativo ( $k_D = k_P T_d$ ).

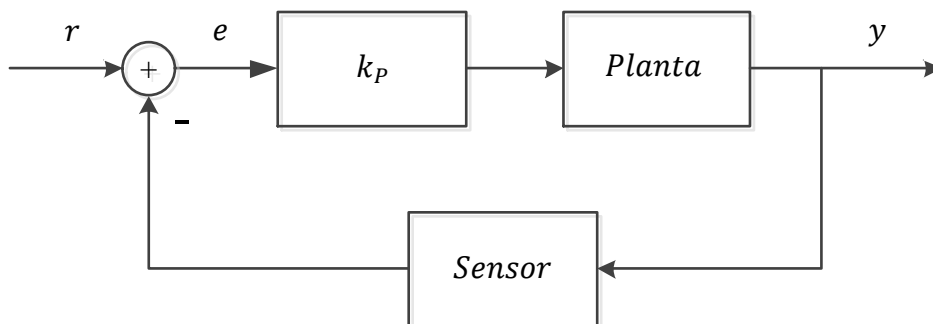


**Fig 3-7: Diagrama de blocos do controlador PID**

### 3.3.1.2 AJUSTE DOS GANHOS DO CONTROLADOR

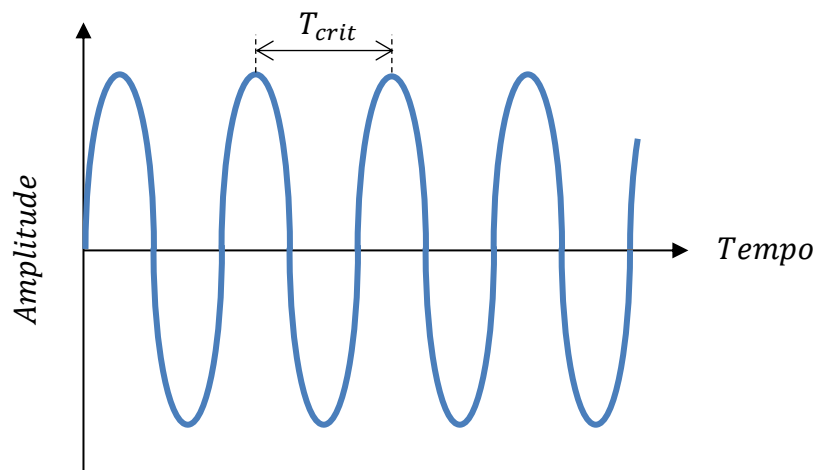
Há várias técnicas conhecidas para ajustar o valor dos ganhos do controlador PID. O método de resposta em frequência proposto por Ziegler-Nichols (OGATA, 2011) é empregado neste trabalho.

Este método consiste em enviar um sinal de referência,  $r(t)$ , constante, para um controlador proporcional e com as condições de  $T_I = \infty$  e  $T_D = 0$ , conforme é apresentado no diagrama de blocos da figura 3-8.



**Fig 3-8: Diagrama de blocos com controlador proporcional**

Em seguida, o ganho proporcional é aumentado até que a resposta do sistema,  $y(t)$ , torne-se uma oscilação sustentada pela primeira vez, conforme a figura 3-9. Logo, o referido ganho é denominado de ganho crítico,  $k_{crit}$ , e o período de oscilação é chamado de período crítico,  $T_{crit}$ . Com esses valores, obtêm-se os ganhos do controlador pela tabela 3-1 (OGATA, 2011).



**Fig 3-9: Período crítico**

**Tabela 3-1: Segundo método de sintonia de Ziegler-Nichols**

<b>Tipo de controlador</b>	$k_p$	$T_i$	$T_d$
PID	$0,6k_{crit}$	$0,5T_{crit}$	$0,125T_{crit}$

Optou-se por este procedimento de ajuste de ganhos do controlador PID pois esta metodologia é de maior simplicidade se comparada a outras técnicas de controle e se a mesma funcionar, outras técnicas mais sofisticadas provavelmente funcionarão ainda melhor.

Por meio de simulações numéricas com um modelo linear das equações de um par de atuadores em movimento com esfera levitada, obtém-se os ganhos do controlador PID conforme a tabela 3-2.

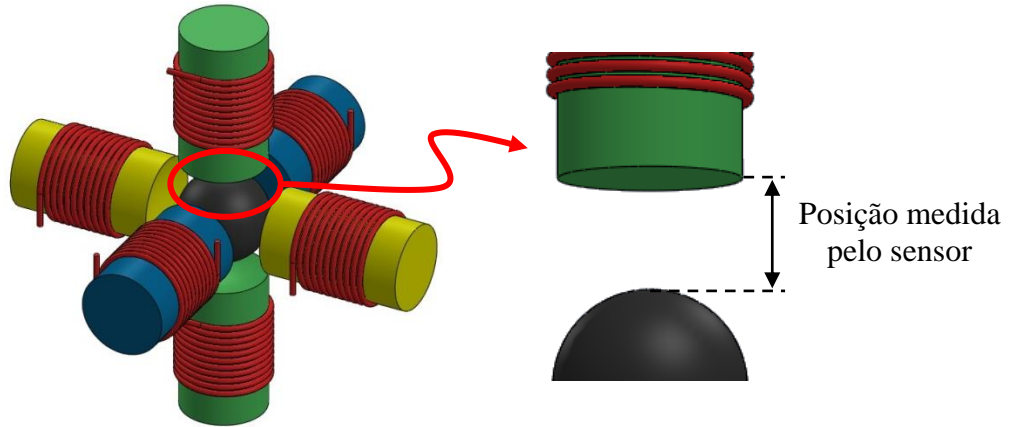
**Tabela 3-2: Ganhos calculados**

<b>Tipo de controlador</b>	$k_p (10^3)$	$k_i (10^5)$	$k_d$
PID	12	12,70	25,63

### 3.4 SENSOR DE POSIÇÃO

Supõem-se, no modelo, que exista um sensor analógico de posição acoplado a cada par de atuadores eletromagnéticos capaz de medir a distância entre as superfícies da

esfera e do par de atuadores colineares, conforme apresentado na figura 3-10, que permite obter o erro de posição da esfera levitada, equação 3.6.



**Fig 3-10: Medição realizada pelo sensor**

A fim de tornar o modelo dos atuadores mais fidedigno com a realidade, é adicionado à variável de saída da dinâmica do sistema, um termo correspondente ao erro do sensor (GRUZMAN, 2015):

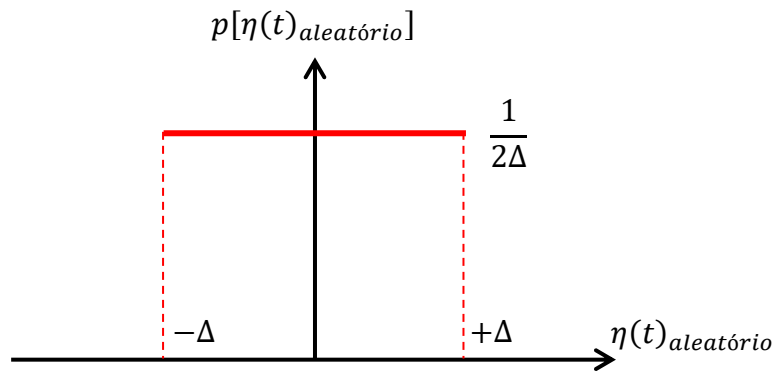
$$\begin{cases} Erro_x(t) = e_x(t) + \eta(t)_{aleatório} \\ Erro_y(t) = e_y(t) + \eta(t)_{aleatório} \\ Erro_z(t) = e_z(t) + \eta(t)_{aleatório} \end{cases} \quad (3.8)$$

Tal que:

- $Erro_x(t)$ : sinal de erro medido pelo sensor na direção do atuador  $x$ ;
- $Erro_y(t)$ : sinal de erro medido pelo sensor na direção do atuador  $y$ ;
- $Erro_z(t)$ : sinal de erro medido pelo sensor na direção do atuador  $z$ ; e
- $\eta(t)_{aleatório}$ : erro aleatório do sensor.

O erro aleatório do sensor é representado por uma função de distribuição de probabilidade (fdp) uniforme, onde os intervalos da função correspondem à incerteza do sensor, que é informada pelo fabricante ( $\pm\Delta$ ), conforme a figura 3-11.

$$p[\eta(t)_{aleatório}] = \begin{cases} \frac{1}{2\Delta}, se \in [-\Delta, +\Delta] \\ 0, se \notin [-\Delta, +\Delta] \end{cases} \quad (3.9)$$



**Fig 3-11: Curva de probabilidade**

Portanto, é concluída a arquitetura de um controlador PID independente para cada par de atuadores colineares por meio do método de Ziegler-Nichols, cujo objetivo é manter a esfera levitando entre estes sem que haja contato entre suas superfícies.

Por fim, dá-se, ainda, a modelagem de um sensor analógico de posição que irá medir a posição da esfera de forma indireta para proporcionar maior realismo ao sistema em estudo.

## 4 SENSORIAMENTO

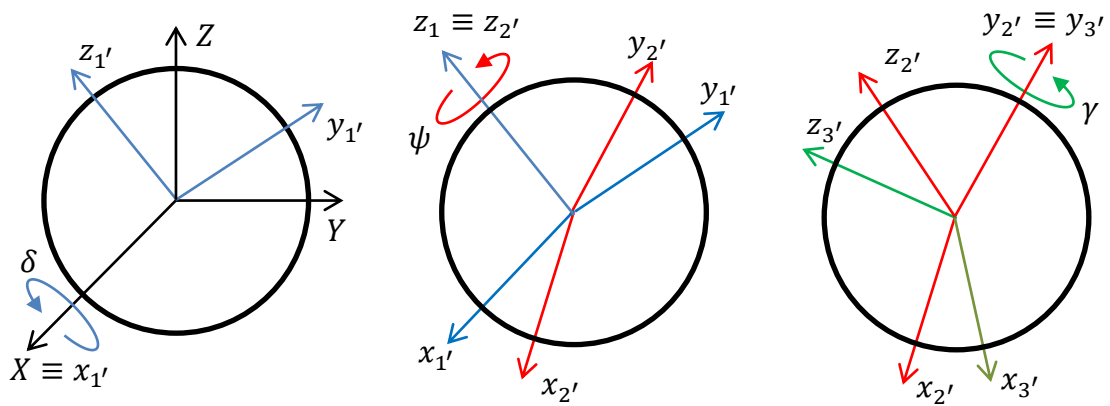
### 4.1 INTRODUÇÃO

Para verificar se a esfera irá girar pouco, de modo a servir como um referencial para medição da orientação do corpo, no qual os atuadores são montados, é necessário se obter as Equações de Euler da esfera.

Os torques eletromagnéticos induzidos pelo movimento de rotação relativo entre os atuadores e a esfera constarão nestas equações e, em seguida, será verificada a adequabilidade da esfera para uso como referencial de orientação.

### 4.2 EQUAÇÕES DE EULER PARA ESFERA

Inicialmente, tem-se um sistema de eixos coordenados locais  $XYZ$  solidários ao referencial Inercial e se define os ângulos de Euler:  $\delta$ ,  $\psi$  e  $\gamma$  para o problema, conforme seção 2.4 do Capítulo 2, como demonstrado na figura 4-1.



(a) Rotação em torno do eixo  $x_1'$     (b) Rotação em torno do eixo  $z_2'$     (c) Rotação em torno do eixo  $y_3'$

**Fig 4-1: Sistema de referência para rotação da esfera**

As matrizes de transformação de coordenadas (SANTOS, 2001), de um sistema fixo ao referencial Inercial,  $I$ , para as representações intermediárias ( $1'$  e  $2'$ ) e local, no centro de massa da esfera,  $e$ , são:

$${}^1T^I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\delta) & \text{sen}(\delta) \\ 0 & -\text{sen}(\delta) & \cos(\delta) \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

$${}^2T^{1'} = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & \text{sen}(\psi) & 0 \\ -\text{sen}(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

$${}^eT^{2'} = \begin{bmatrix} \cos(\gamma) & 0 & -\text{sen}(\gamma) \\ 0 & 1 & 0 \\ \text{sen}(\gamma) & 0 & \cos(\gamma) \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Tal que:

${}^1T^I$ : matriz de transformação de coordenadas de um sistema solidário ao referencial Inercial,  $I$ , para um sistema solidário ao referencial intermediário  $1'$ ;

${}^2T^{1'}$ : matriz de transformação de coordenadas de um sistema solidário ao referencial intermediário  $1'$ , para um sistema solidário ao referencial intermediário  $2'$ ; e

${}^eT^{2'}$ : matriz de transformação de coordenadas de um sistema solidário ao referencial intermediário  $2'$ , para um sistema solidário ao referencial local, no centro de massa esfera,  $e$ .

Tem-se a matriz de transformação de coordenadas de um sistema solidário ao referencial Inercial,  $I$ , para um sistema solidário ao referencial local no centro de massa da esfera,  $e$ ,  ${}^eT^I$ , (SANTOS, 2001) dada por:

$${}^eT^I = {}^eT^{2'} {}^2T^{1'} {}^1T^I \quad (4.4)$$

$${}^eT^I = \begin{bmatrix} \cos(\gamma)\cos(\psi) & t_{12} & t_{13} \\ -\text{sen}(\psi) & \cos(\psi)\cos(\delta) & \cos(\psi)\text{sen}(\delta) \\ \cos(\psi)\text{sen}(\gamma) & t_{32} & t_{33} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$



Tal que:

$$\begin{aligned}
t_{12} &= \text{sen}(\gamma)\text{sen}(\psi) + \text{cos}(\gamma) \text{sen}(\psi) \text{cos}(\delta); \\
t_{13} &= \text{cos}(\gamma)\text{sen}(\psi)\text{sen}(\delta) - \text{sen}(\gamma) \text{cos}(\delta); \\
t_{32} &= \text{sen}(\gamma)\text{sen}(\psi) \text{cos}(\delta) - \text{cos}(\gamma) \text{sen}(\delta); \text{ e} \\
t_{33} &= \text{cos}(\gamma) \text{cos}(\delta) + \text{sen}(\gamma) \text{sen}(\psi) \text{sen}(\delta).
\end{aligned}$$

Para o calculo do vetor velocidade angular da esfera com respeito ao referencial Inercial, escrito em coordenadas de um sistema solidário ao referencial no centro de massa da esfera,  ${}^e_I\boldsymbol{\omega}_e$ , (SANTOS, 2001 e GRUZMAN, 2008), tem-se:

$$\begin{aligned}
{}^e_I\boldsymbol{\omega}_e &= \begin{bmatrix} \text{cos}(\gamma) & 0 & -\text{sen}(\gamma) \\ 0 & 1 & 0 \\ \text{sen}(\gamma) & 0 & \text{cos}(\gamma) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{cos}(\psi) & \text{sen}(\psi) & 0 \\ -\text{sen}(\psi) & \text{cos}(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\delta} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} \text{cos}(\gamma) & 0 & -\text{sen}(\gamma) \\ 0 & 1 & 0 \\ \text{sen}(\gamma) & 0 & \text{cos}(\gamma) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\gamma} \\ 0 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{4.6}$$

$${}^e_I\boldsymbol{\omega}_e = \begin{bmatrix} \text{cos}(\gamma) \text{cos}(\psi) \dot{\delta} - \text{sen}(\gamma) \dot{\psi} \\ \dot{\gamma} - \text{sen}(\psi) \dot{\delta} \\ \text{cos}(\gamma) \dot{\psi} + \text{sen}(\gamma) \text{cos}(\psi) \dot{\delta} \end{bmatrix} \tag{4.7}$$

O vetor velocidade angular do conjunto de atuadores eletromagnéticos em relação ao referencial Inercial escrito no sistema de coordenadas do centro geométrico do conjunto de atuadores,  ${}^a_I\boldsymbol{\omega}_a$ , (GRUZMAN, 2008), é calculado por:

$$\begin{aligned}
{}^a_I\boldsymbol{\omega}_a &= \begin{bmatrix} \text{cos}(\alpha) & 0 & -\text{sen}(\alpha) \\ 0 & 1 & 0 \\ \text{sen}(\alpha) & 0 & \text{cos}(\alpha) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{cos}(\beta) & \text{sen}(\beta) & 0 \\ -\text{sen}(\beta) & \text{cos}(\beta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} \text{cos}(\alpha) & 0 & -\text{sen}(\alpha) \\ 0 & 1 & 0 \\ \text{sen}(\alpha) & 0 & \text{cos}(\alpha) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\alpha} \\ 0 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{4.8}$$

$${}^a_I\boldsymbol{\omega}_a = \begin{bmatrix} \text{cos}(\alpha) \text{cos}(\beta) \dot{\theta} - \text{sen}(\alpha) \dot{\beta} \\ \dot{\alpha} - \text{sen}(\beta) \dot{\theta} \\ \text{cos}(\alpha) \dot{\beta} + \text{sen}(\alpha) \text{cos}(\beta) \dot{\theta} \end{bmatrix} \tag{4.9}$$

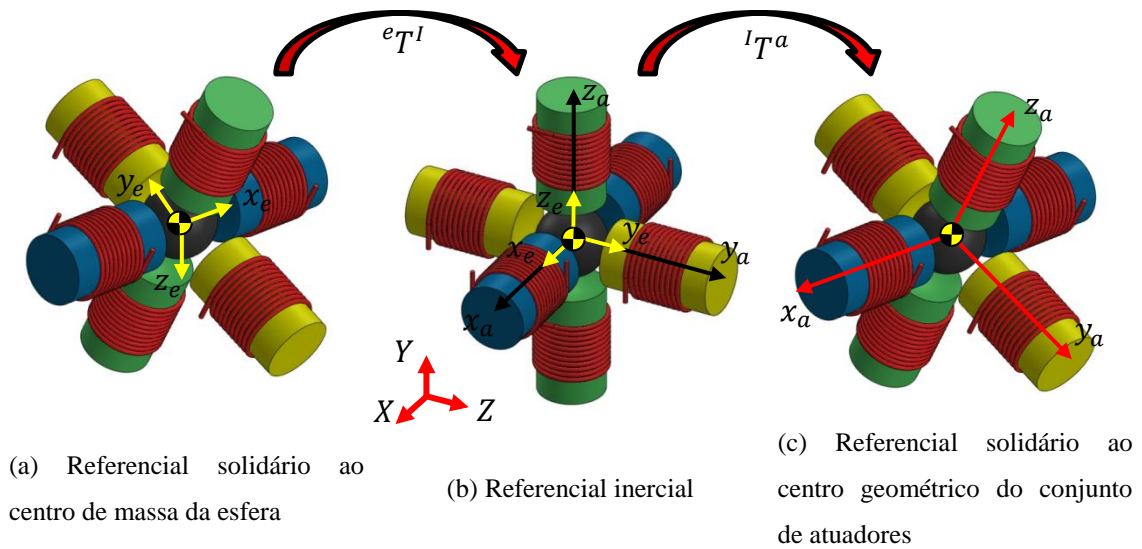
Por meio da matriz de transformação de coordenadas  ${}^aT^e$ , obtêm-se o vetor velocidade angular do centro de massa da esfera no referencial do centro geométrico do conjunto de atuadores:

$${}^a_I\boldsymbol{\omega}_e = {}^aT^e {}^e_I\boldsymbol{\omega}_e \quad (4.10)$$

Tal que:

${}^a_I\boldsymbol{\omega}_e$ : vetor velocidade angular do centro de massa da esfera com respeito ao referencial Inercial, escrito em um sistema de coordenadas solidário a um referencial no centro geométrico do conjunto dos atuadores; e

${}^aT^e$ : matriz de transformação de coordenadas de um sistema solidário ao referencial no centro de massa da esfera,  $e$ , para um sistema solidário ao referencial, no centro geométrico do conjunto de atuadores,  $a$ , conforme a figura 4-2, é definido por:



**Fig 4-2: Transformação de coordenadas**

$${}^aT^e = {}^aT^I {}^I T^e \quad (4.11)$$

O vetor velocidade angular relativa entre o atuador e a esfera, em relação ao referencial Inercial, escrito no sistema de coordenadas solidário ao referencial no centro geométrico do conjunto de atuadores,  ${}^a\boldsymbol{\omega}_{rel}$ , é obtido por:

$${}^a\boldsymbol{\omega}_{rel} = {}^a_I\boldsymbol{\omega}_a - {}^a_I\boldsymbol{\omega}_e \quad (4.12)$$

Tal que:

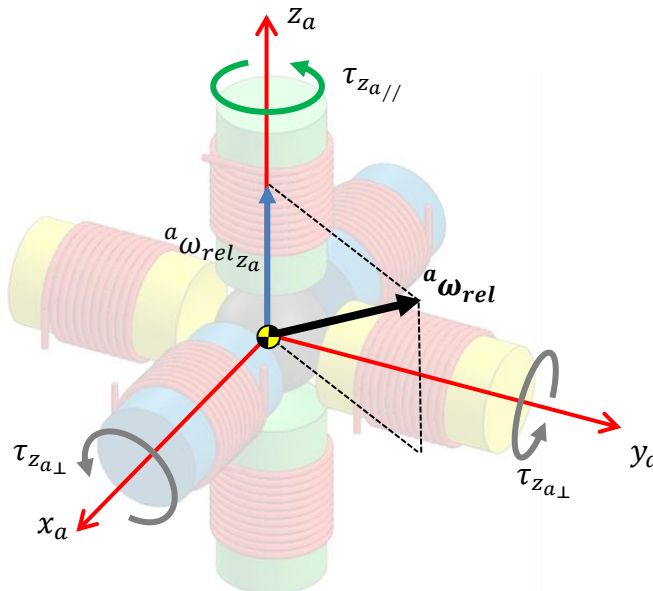
$${}^a\boldsymbol{\omega}_{rel} = \begin{bmatrix} {}^a\omega_{relx_a} \\ {}^a\omega_{rely_a} \\ {}^a\omega_{relz_a} \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

${}^a\omega_{relx_a}$ : componente na direção  $x_a$  do vetor velocidade angular relativa entre o atuador e esfera, em relação ao referencial Inercial, escrito em um sistema de coordenadas solidário ao centro geométrico do conjunto dos atuadores;

${}^a\omega_{rely_a}$ : componente na direção  $y_a$  do vetor velocidade angular relativa entre o atuador e esfera, em relação ao referencial Inercial, escrito em um sistema de coordenadas solidário ao centro geométrico do conjunto dos atuadores; e

${}^a\omega_{relz_a}$ : componente na direção  $z_a$  do vetor velocidade angular relativa entre o atuador e esfera, em relação ao referencial Inercial, escrito em um sistema de coordenadas solidário ao centro geométrico do conjunto dos atuadores.

A velocidade angular relativa da esfera em relação aos atuadores na  $z_a$  causa os seguintes torques em torno do centro de massa da esfera, conforme a figura 4-3:



**Fig 4-3: Torque eletromagnético na direção do eixo  $z_a$**

Devido ao par de atuadores paralelos ao eixo  $z_a$  (SHIRASAWA e TSUDA, 2008):

$$\tau_{z_{a//}} = \frac{1}{2} \pi^2 \sigma r^4 B^2 V_{esf} {}^a \omega_{relz_a} \quad (4.14)$$

Tal que:

$\sigma$ : condutividade elétrica na esfera;

$r$ : raio da esfera;

$B$ : campo magnético uniforme entre o atuador e a esfera,  $B = B_m \sqrt{3}$ ; e

$V_{esf}$ : volume da esfera levitada.

Devido aos dois pares de atuadores perpendiculares ao eixo  $z_a$  (SHIRASAWA e TSUDA, 2008):

$$\tau_{z_{a\perp}} = 2 \frac{3}{8} \pi^2 \sigma r^4 B^2 V_{esf} {}^a \omega_{relz_a} \quad (4.15)$$

Resultando no seguinte torque:

$$\tau_{z_a} = \tau_{z_{a//}} + \tau_{z_{a\perp}} \quad (4.16)$$

$$\tau_{z_a} = \frac{10}{8} \pi^2 \sigma r^4 B^2 V_{esf} {}^a \omega_{relz_a} \quad (4.17)$$

De forma análoga, obtêm-se os seguintes torques em torno do centro de massa da esfera nas direções  $x_a$  e  $y_a$ :

$$\begin{cases} \tau_{x_a} = \frac{10}{8} \pi^2 \sigma r^4 B^2 V_{esf} {}^a \omega_{relx_a} \\ \tau_{y_a} = \frac{10}{8} \pi^2 \sigma r^4 B^2 V_{esf} {}^a \omega_{rely_a} \end{cases} \quad (4.18)$$

Resultando no seguinte vetor de torques escrito no sistema de coordenadas  $x_a y_a z_a$ :

$${}^a \boldsymbol{\tau} = \frac{10}{8} \pi^2 \sigma r^4 B^2 V_{esf} {}^a \boldsymbol{\omega}_{rel} \quad (4.19)$$

Este vetor pode ser representado no sistema de coordenadas solidário à esfera:

$${}^e\boldsymbol{\tau} = {}^eT^a {}^a\boldsymbol{\tau} \quad (4.20)$$

Tal que:

${}^aT^e$ : matriz de transformação de coordenadas de um sistema solidário ao referencial, no centro geométrico do conjunto de atuadores,  $a$ , para um sistema solidário ao referencial, no centro de massa da esfera,  $e$ , definido por:

$${}^eT^a = ({}^aT^e)^T \quad (4.21)$$

A seguir, tem-se a definição da quantidade de movimento angular associado ao movimento de translação e rotação da esfera:

$${}^e\mathbf{H}_e = \Pi {}^e\boldsymbol{\omega}_e \quad (4.22)$$

Tal que:

${}^e\mathbf{H}_e$ : vetor quantidade de movimento angular resultante em relação ao centro de massa da esfera, escrito em coordenadas de um sistema solidário a um referencial no centro de massa da esfera;

$\Pi$ : matriz de momentos de inércia da esfera, dado por:

$$\Pi = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

$I$ : momento de inércia da esfera.

A derivada primeira em relação ao tempo da quantidade de movimento angular resultante é dada por:

$${}^e\dot{\mathbf{H}}_e = \Pi \frac{d}{dt} ({}^e\mathbf{H}_e) \quad (4.24)$$

$${}^e\dot{\mathbf{H}}_e = \Pi {}^e\dot{\boldsymbol{\omega}}_e \quad (4.25)$$

Tal que:

${}^e\dot{\mathbf{H}}_e$ : derivada primeira em relação ao tempo do vetor quantidade de movimento angular resultante em relação ao centro de massa da esfera, escrito em coordenadas de um sistema solidário a um referencial no centro de massa da esfera;

${}^e_I\dot{\boldsymbol{\omega}}_e$ : primeira derivada em relação ao tempo do vetor velocidade angular do centro de massa da esfera com respeito ao referencial inercial, escrito em um sistema de coordenadas solidário ao centro de massa da esfera, dado por:

$${}^e_I\dot{\boldsymbol{\omega}}_e = \begin{bmatrix} \cos(\psi) \cos(\gamma) \ddot{\delta} - \text{sen}(\psi) \cos(\gamma) \dot{\psi} \dot{\delta} - \cos(\psi) \text{sen}(\gamma) \dot{\gamma} \dot{\delta} \dots \\ \dot{\gamma} - \text{sen}(\psi) \ddot{\delta} \dots \\ \cos(\psi) \text{sen}(\gamma) \ddot{\delta} - \text{sen}(\psi) \text{sen}(\gamma) \dot{\gamma} \dot{\psi} + \cos(\psi) \cos(\gamma) \dot{\gamma} \dot{\delta} \dots \\ \dots - \text{sen}(\gamma) \ddot{\psi} - \cos(\gamma) \dot{\gamma} \dot{\psi} \\ \dots - \cos(\psi) \dot{\delta} \dot{\psi} \\ \dots + \cos(\gamma) \ddot{\psi} - \text{sen}(\gamma) \dot{\gamma} \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

Por fim, a Equação de Euler na forma vetorial escrita no referencial do centro de massa da esfera:

$$\Pi {}^e_I\dot{\boldsymbol{\omega}}_e = {}^e\boldsymbol{\tau} \quad (4.27)$$

Por fim, tem-se a modelagem completa da dinâmica da esfera por meio das equações de Newton (Capítulo 2) e Euler, bem como o projeto de sistema de controle (Capítulo 3) para manter a esfera levitando entre as superfícies dos atuadores colineares sem que haja contato. A seguir, será realizada varias simulações numéricas para verificar e analisar o comportamento da esfera.

## 5 SIMULAÇÕES E RESULTADOS

### 5.1 INTRODUÇÃO

São apresentadas diversas simulações numéricas com o sistema constituído por esfera levitada com atuadores eletromagnéticos desenvolvido nos capítulos anteriores, para avaliar a eficiência deste dispositivo quando montado em veículos.

### 5.2 PARÂMETROS UTILIZADOS NAS SIMULAÇÕES

As simulações são feitas considerando os parâmetros utilizados por BOLETIS (2005) e GRUZMAN e SANTOS (2015) conforme a tabela 5-1.

Tabela 5-1: Parâmetros para simulação numérica

Variável	Parâmetro	Valor	Unidade
Gravidade	$g$	9,81	$m/s^2$
Massa da esfera	$m$	0,100	$kg$
Densidade do ferro	$\rho$	$7,87 \times 10^{-3}$	$kg/m^3$
Permeabilidade elétrica relativa do ar	$\mu_0$	$4\pi \times 10^{-7}$	$H/m$
Número de espiras da bobina	$N$	1362	—
Área da seção reta do atuador	$A_a$	$760 \times 10^{-6}$	$m^2$
Resistência elétrica	$R$	59,2	$\Omega$
Tensão elétrica <i>bias</i>	$U_0$	12,00	V
Corrente elétrica <i>bias</i>	$i_0$	0,2027	A
Condutividade elétrica	$\sigma$	$1,07 \times 10^7$	$(\Omega m)^{-1}$
Posição <i>bias</i>	$s_0$	0,003	m
Incerteza do sensor de posição	$\eta_{inf}$	$-10^{-6}$	m
	$\eta_{sup}$	$10^{-6}$	m

### 5.3 SIMULAÇÕES E RESULTADOS

Para implementação computacional, é necessário reorganizar as equações 2.27 e 4.27 no seguinte sistema:

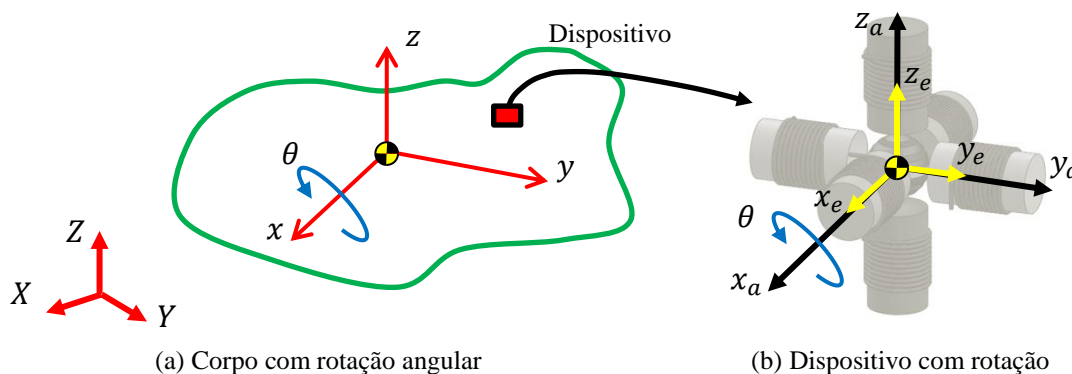
$$\begin{cases} {}^a\dot{\mathbf{v}}_e = M^{-1} [ {}^a\mathbf{F}_e - {}^aT^I\mathbf{P} ] - ({}^a\boldsymbol{\omega}_a \times {}^a\mathbf{v}_e) \\ {}^e\dot{\boldsymbol{\omega}}_e = \Pi^{-1} {}^e\boldsymbol{\tau} \end{cases} \quad (5.1)$$

Utiliza-se o Método Numérico de Runge-Kutta de 4ª ordem (DIEGUEZ, 2005) com passo de integração de 0,1 ms para resolver a equação 5.1.

Para verificar o desempenho do sistema, será considerado inicialmente um movimento bastante simples para o corpo no qual o sistema é montado. Depois, o desempenho do sistema será analisado quando o corpo realiza movimentos típicos de alguns veículos.

Inicialmente será considerado que o corpo não translada e seu único movimento é uma rotação em torno do eixo  $x$ , conforme a figura 5-1, dado por:

$$\theta(t) = \frac{\pi}{6} \text{sen}(5t) \quad (5.2)$$

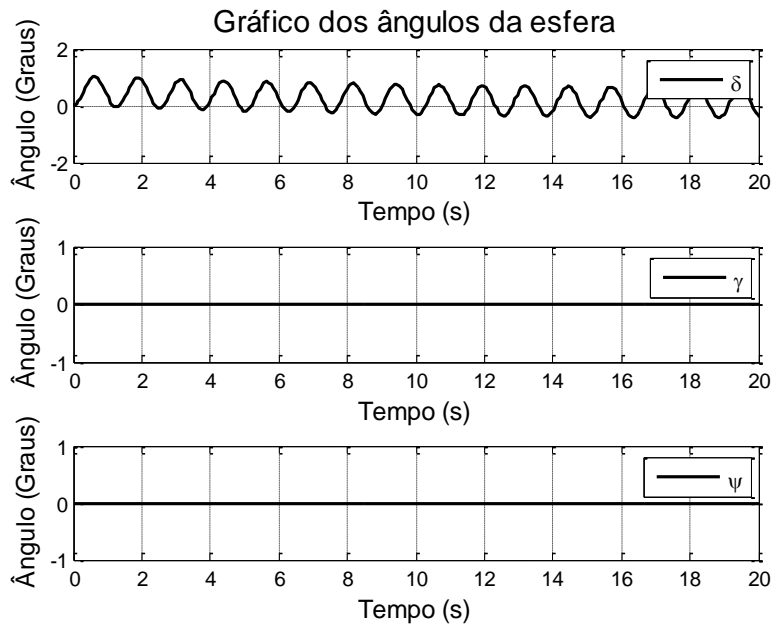


**Fig 5-1: Movimento de rotação no eixo x do corpo**

Na figura 5-2, tem-se a resposta da simulação para o ângulo da esfera quando há rotação do eixo  $x$  do corpo. Nota-se que a esfera irá girar apenas em torno do eixo  $x_e$

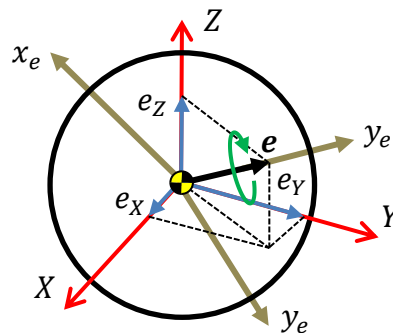


(ângulo  $\delta$ ) e a amplitude deste movimento (cerca de  $1^\circ$ ) é bem menor do que a do corpo no qual o sistema é montado ( $30^\circ$ ).



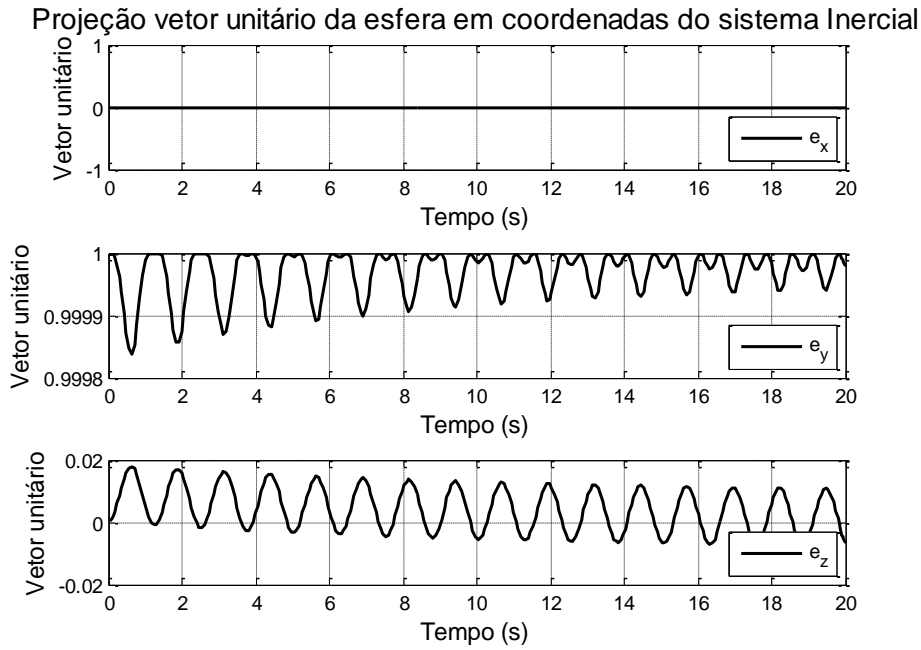
**Fig 5-2: Resposta da simulação para os ângulos da esfera sem rotação inicial**

Para análise dos resultados também serão verificadas as componentes de um vetor unitário solidário à esfera  $\mathbf{e} = [0 \ 1 \ 0]$  no sistema de eixos cartesianos solidário ao referencial Inercial  $XYZ$ , conforme é apresentado na figura 5-3.



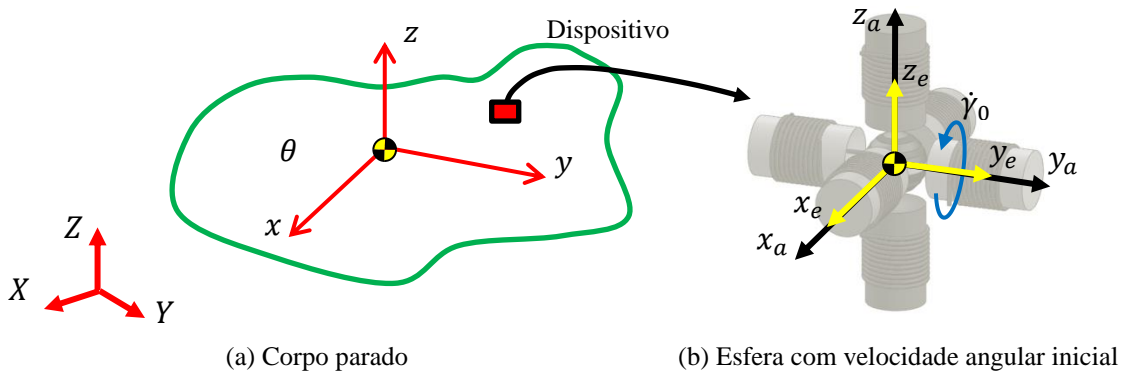
**Fig 5-3: Resposta da simulação para os ângulos da esfera sem rotação inicial**

Conforme se observa na figura 5-4, há uma variação muito reduzida nas amplitudes das projeções das componentes do vetor unitário nos eixo  $X$  ( $e_x$ ),  $Y$  ( $e_y$ ) e  $Z$  ( $e_z$ ).



**Fig 5-4: Resposta da simulação para projeção do vetor unitário da esfera em coordenadas do sistema Inercial XYZ**

Na próxima simulação, o corpo permanecerá parado enquanto é aplicada uma velocidade angular inicial na esfera na direção de seu eixo  $y_e$ , dada por  $\dot{\gamma}(0) = \dot{\gamma}_0 = 1000 \text{ rpm}$ , conforme a figura 5-5.



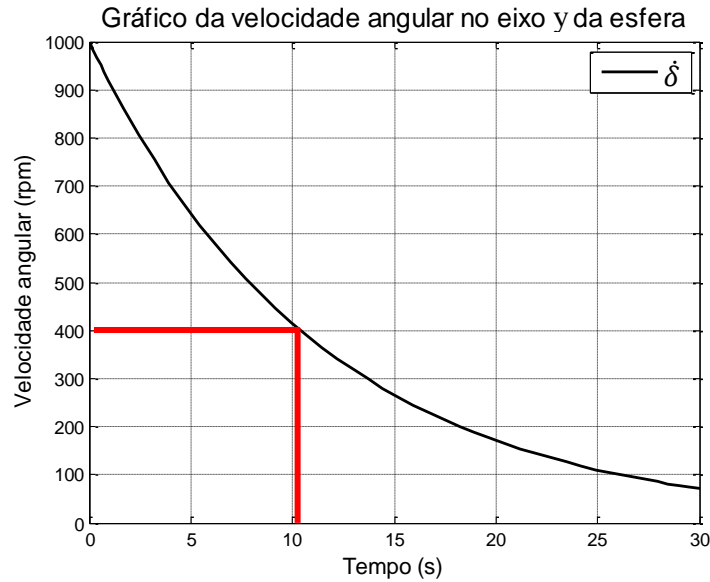
**Fig 5-5: Corpo parado e velocidade angular inicial no eixo  $y_e$  da esfera**

Deseja-se verificar em quanto tempo a esfera permanece girando com velocidade angular alta em relação ao corpo no qual o sistema é montado.

Na figura 5-6, tem-se a resposta da simulação para velocidade angular da esfera na direção  $y_e$ . Nota-se que a rotação desta diminui durante a simulação. A partir de 40% deste valor inicial, considera-se que a eficiência do efeito giroscópico estará bastante reduzida, comprometendo a sua utilização como referencial para medição de orientação

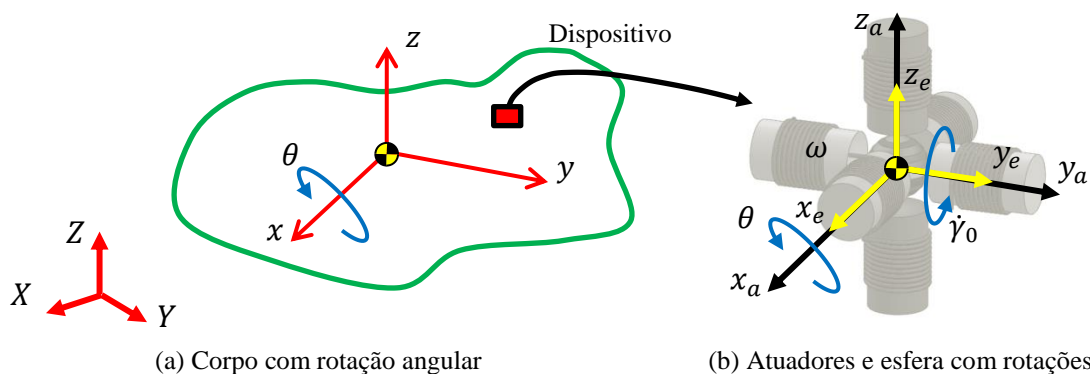
do corpo (nos casos em que se fornece uma condição de velocidade angular inicial para a esfera em relação ao corpo no qual o sistema é montado).

Assim, para se verificar os efeitos da velocidade angular inicial da esfera no desempenho do sistema, as análises serão feitas apenas nos primeiros 10 segundos de simulação.



**Fig 5-6: Resposta da simulação para velocidade angular da esfera na direção  $y_e$**

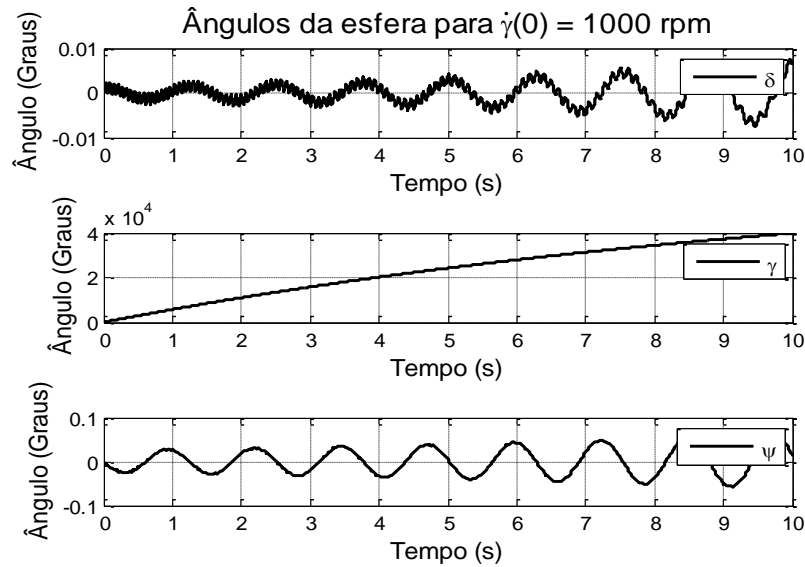
Na próxima simulação será considerado que o corpo realiza o movimento prescrito definido na equação 5.2 e que no início da simulação a esfera possui uma velocidade angular,  $\dot{\gamma}_0$ , conforme a figura 5-7.



**Fig 5-7: Movimento de rotação no eixo x do corpo e velocidade angular inicial no eixo  $y_e$  da esfera**

Na figura 5-8, tem-se a resposta da simulação para o ângulo da esfera quando há rotação do eixo x do corpo e se aplica velocidade angular inicial no eixo  $y_e$  da esfera dado por  $\dot{\gamma} = 1000 \text{ rpm}$ . Observa-se que a esfera apresenta uma rotação elevada em

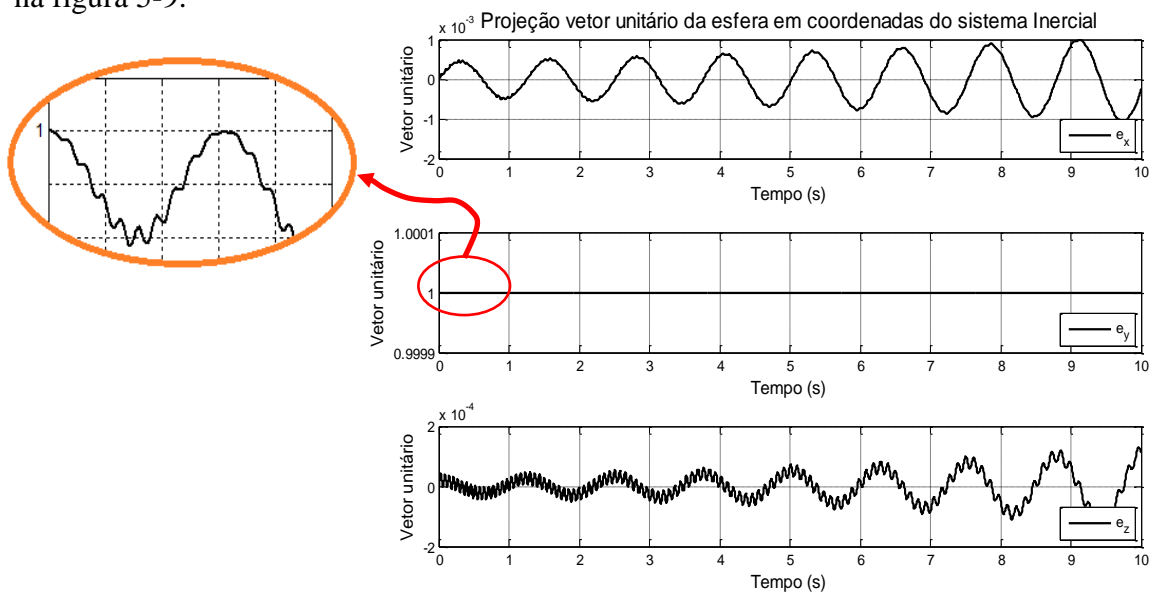
torno do eixo  $y_e$  (ângulo  $\gamma$ ), decorrente da velocidade angular inicial aplicada à esfera e os ângulos  $\delta$  e  $\psi$  são muito pequenos.



**Fig 5-8: Resposta da simulação para os ângulos da esfera com velocidade angular inicial no eixo  $y_e$ .**

Verifica-se na figura 5-9 a resposta da simulação para as projeções do vetor unitário,  $e = [0 \ 1 \ 0]$ , solidário à esfera e projetado no eixo  $XYZ$  do sistema solidário ao referencial Inercial.

Quando se aplica uma velocidade angular inicial  $\dot{\gamma}(0) = 1000$  rpm para a esfera, nota-se que  $e_x$ ,  $e_y$  e  $e_z$  apresentarão variações significativamente menores do que quando não se fornece a velocidade angular inicial para a esfera, conforme se observa na figura 5-9.



**Fig 5-9: Resposta da simulação para projeção do vetor unitário em coordenadas do sistema Inercial**

A seguir serão considerados movimentos típicos de alguns veículos em deslocamento com trepidações e em curva com trepidações.

Durante as simulações é estabelecido o seguinte critério para aceitação do funcionamento do dispositivo:

- Esfera permanecer levitando entre os atuadores, sem que haja contato entre as superfícies; e
- Os ângulos de rotação da esfera deverão ser muito pequenos em relação ao referencial inercial. Caso essa condição não seja atendida, deve-se introduzir uma velocidade angular inicial a um dos eixos de orientação da esfera, conforme feito na simulação anterior, para que esta possa ser utilizada como um referencial para a medida de orientação do veículo.

Para as simulações apresentadas nas seções de 5.3.1 a 5.3.5, são considerados movimentos prescritos típicos de diversos veículos:

- Veículo 1: VANT;
- Veículo 2: Embarcação;
- Veículo 3: Dirigível;
- Veículo 4: ROV; e
- Veículo 5: Míssil.

São utilizados os ganhos do controlador, obtidos previamente pelo Método de Ziegler-Nichols por meio de simulações, conforme apresentado na tabela 3-2 do Capítulo 3.

A seguir, estão descritos em maiores detalhes cada um dos veículos selecionados para as simulações e os resultados obtidos.

### 5.3.1 VEÍCULO 1: VANT

O VANT, em voo de cruzeiro, apresenta movimento espacial geral, ou seja, com seis graus de liberdade, e assim considera-se sua rotação e a translação do centro de massa, conforme a figura 5-10.

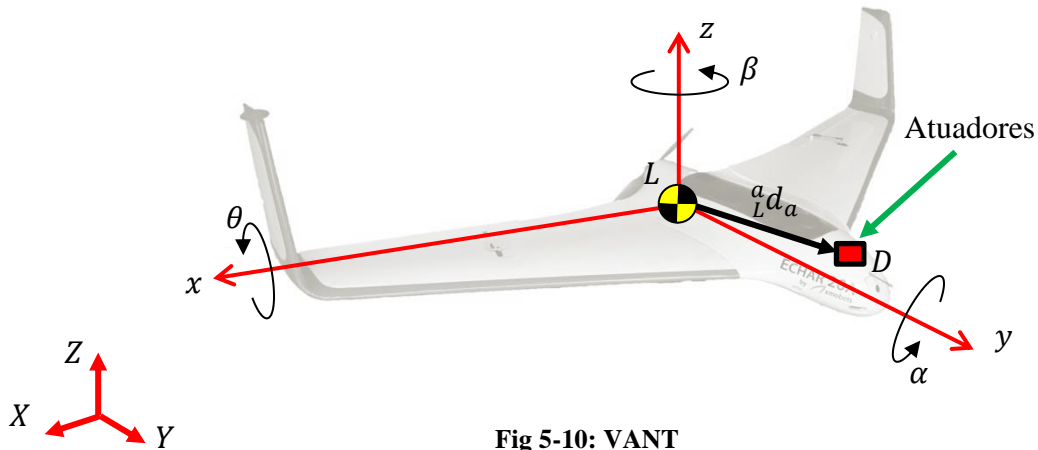


Fig 5-10: VANT

O ponto  $L$  representa o centro de massa do VANT enquanto o sistema de referencia  $XYZ$  corresponde ao referencial Inercial. O movimento prescrito deste veículo (LEE, 2007) com trepidações é dado por:

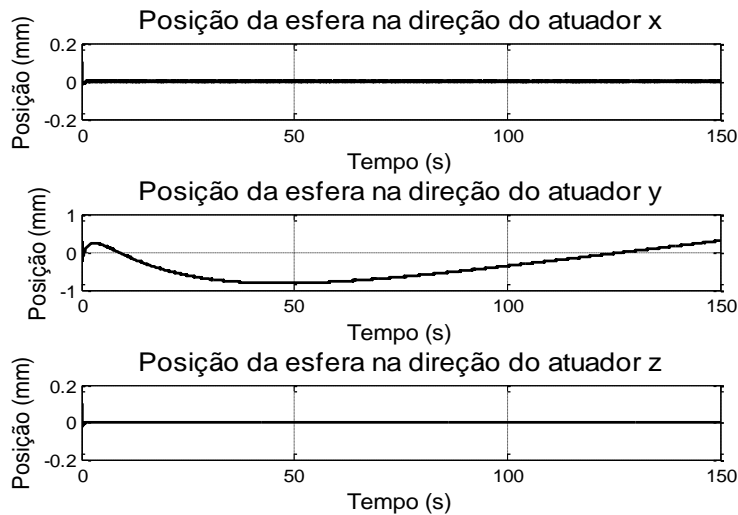
$${}^I \mathbf{d}_{mov}(t) = \begin{bmatrix} 5 + 0,02 \text{sen} \left( \frac{\pi}{9} t \right) \\ 20t + 0,02 \text{sen} \left( \frac{\pi}{9} t \right) \\ 3 + 0,02 \text{sen} \left( \frac{\pi}{9} t \right) \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

$$\begin{cases} \theta(t) = 3 \left( \frac{\pi}{180} \right) \text{sen} \left( \frac{\pi}{6} t \right) \\ \beta(t) = 5 \left( \frac{\pi}{180} \right) \text{sen} \left( \frac{\pi}{7} t \right) \\ \alpha(t) = 7 \left( \frac{\pi}{180} \right) \text{sen} \left( \frac{\pi}{8} t \right) \end{cases} \quad (5.5)$$

O vetor posição do centro geométrico dos atuadores e esfera levitada é dado por:

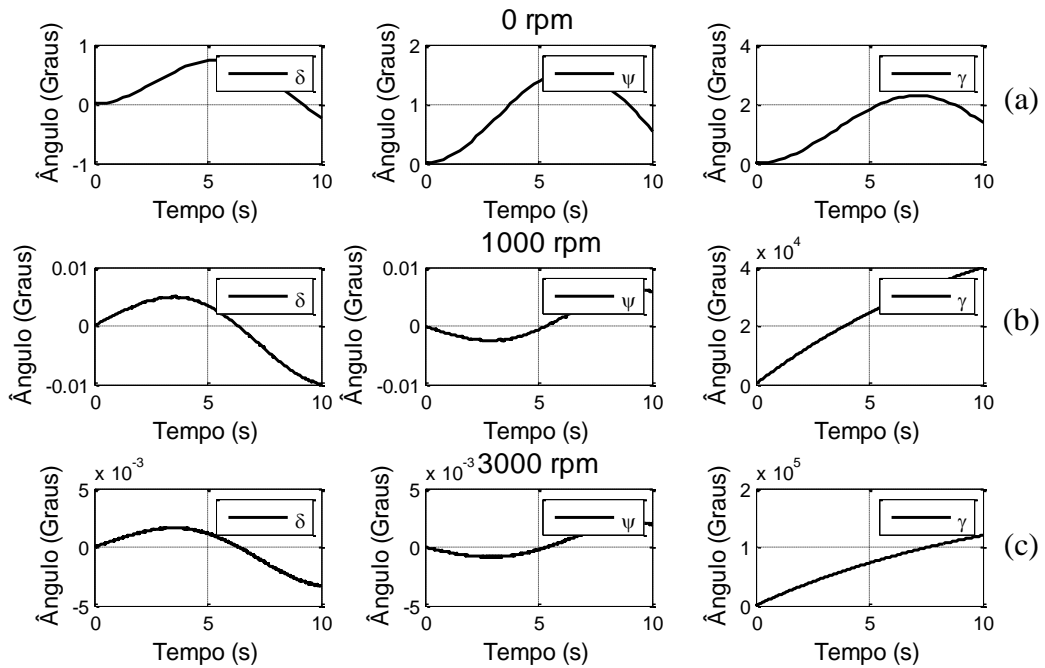
$${}^a \mathbf{d}_a = \begin{bmatrix} 0,05 \\ 0,65 \\ 0,10 \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

Verifica-se na figura 5-11 que o erro de posição na direção do atuador  $y$  ( $1,0 \text{ mm}$ ) é de amplitude maior que os demais, que tendem à proximidade do zero, no entanto todos são significativamente inferiores a  $s_0$  ( $3 \text{ mm}$ ), indicando que a esfera não colidirá com as superfícies dos atuadores e nem se aproximará excessivamente das mesmas.



**Fig 5-11: Resultado da simulação para o sistema montado no VANT**

Na figura 5-12, tem-se a resposta da simulação para o ângulo da esfera. Na figura 5-12(a), não é fornecida velocidade angular inicial para a esfera. Na figura 5-12(b) é fornecida uma velocidade angular inicial de 1000 *rpm* e na figura 5-12(c) de 3000 *rpm* em torno do eixo  $y_e$ . Nota-se que há uma variação muito pequena nos ângulos  $\delta$  e  $\psi$  quando  $\dot{\gamma} = 1000 \text{ rpm}$ , conforme a figura 5-12(b). Ao se aumentar a velocidade angular da esfera para  $\dot{\gamma} = 3000 \text{ rpm}$ , figura 5-12(c), há uma melhora em relação aos casos anteriores.

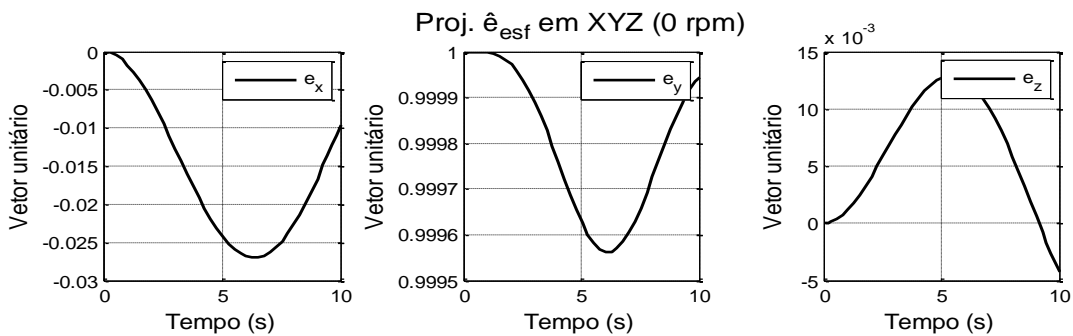


**Fig 5-12: Resultado da simulação para os ângulos da esfera para o VANT quando se aplica velocidade angular inicial ao eixo  $y_e$**

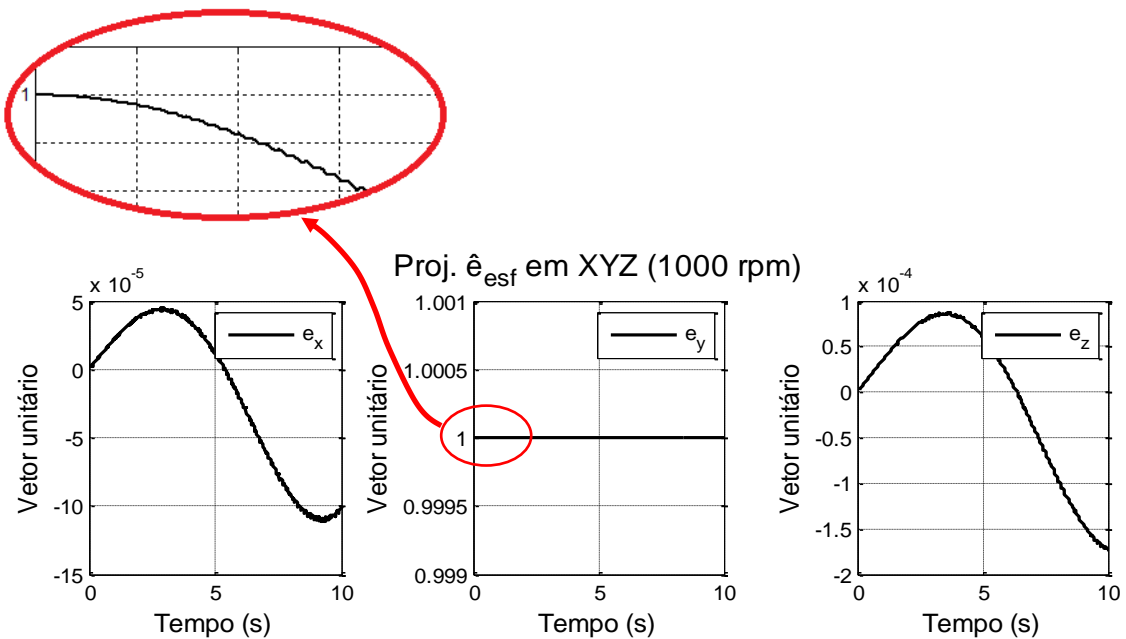
Na figura 5-13 encontram-se as componentes do vetor unitário  $\mathbf{e} = [0 \ 1 \ 0]$  solidário à esfera no sistema de coordenadas  $XYZ$  ( $e_x e_y e_z$ ).

Quando se introduz uma velocidade angular inicial  $\dot{\gamma}_0 = 1000 \text{ rpm}$  para a esfera, nota-se que há uma variação bem menor nas componentes do vetor  $\mathbf{e}$  no sistema Inercial  $XYZ$ , conforme se observa na figura 5-14.

Ao se aumentar a velocidade angular inicial da esfera para  $\dot{\gamma}_0 = 3000 \text{ rpm}$ , figura 5-15, observa-se uma melhora em relação aos casos anteriores.

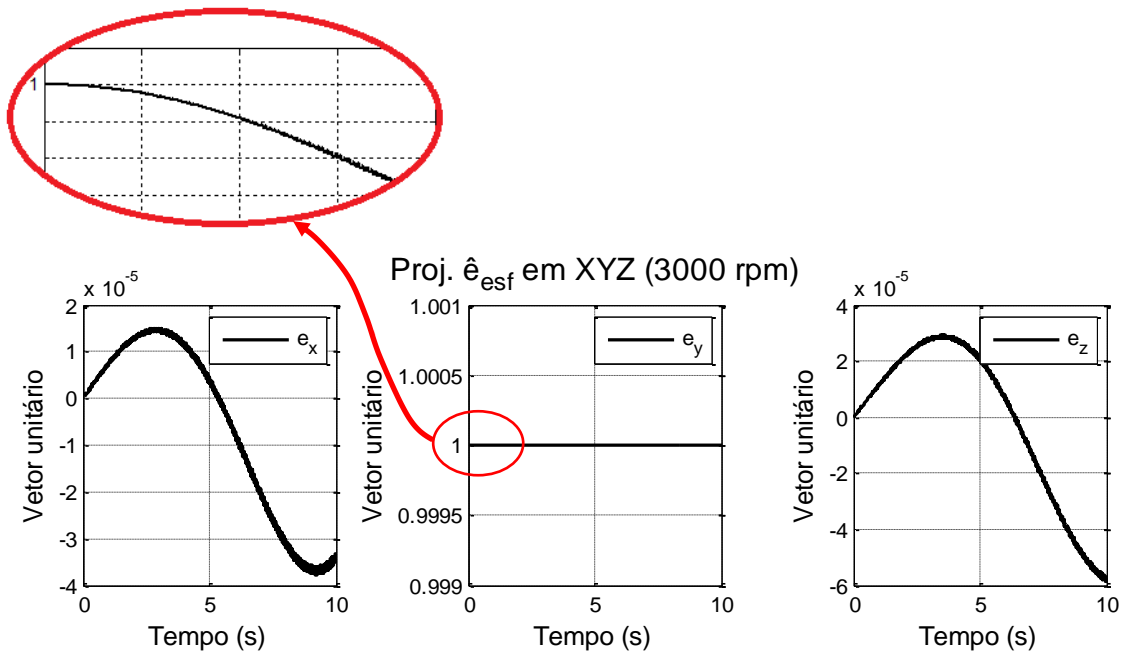


**Fig 5-13: Projeção do vetor unitário da esfera em coordenadas do sistema Inercial para velocidade angular inicial nula da esfera para o VANT**



**Fig 5-14: Projeção do vetor unitário da esfera em coordenadas do sistema de referencial Inercial para velocidade angular inicial de 1000 rpm aplicada ao eixo  $y_e$  para o VANT**





**Fig 5-15: Projeção do vetor unitário da esfera em coordenadas do sistema de referencial inercial para velocidade angular inicial de 3000 rpm aplicada ao eixo  $y_e$  para o VANT**

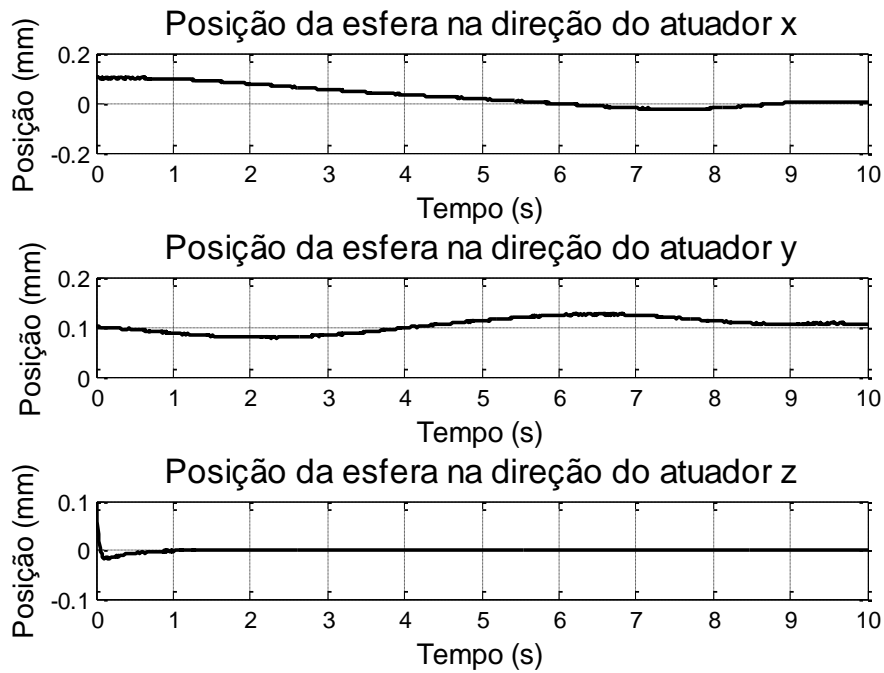
Durante a simulação, o fluxo do campo magnético máximo encontrado é 1,0 mT, portanto, os efeitos de histerese e saturação podem ser considerados desprezíveis e sendo razoável não incluí-los no modelo (BARROT, 2008).

A seguir será avaliado o desempenho do sistema quando o VANT descreve o movimento de uma curva com trepidações, representado por:

$${}^I d_{mov}(t) = \begin{bmatrix} 75 + 65 \cos\left(\frac{\pi}{10}t\right) + 0,02 \cos\left(\frac{\pi}{9}t\right) \\ 78 + 65 \sin\left(\frac{\pi}{10}t\right) + 0,02 \sin\left(\frac{\pi}{9}t\right) \\ 3 + 0,02 \sin\left(\frac{\pi}{9}t\right) \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

$$\begin{cases} \theta(t) = 3 \left(\frac{\pi}{180}\right) \sin\left(\frac{\pi}{6}t\right) \\ \beta(t) = \pi \sin\left(\frac{\pi}{10}t\right) + 5 \left(\frac{\pi}{180}\right) \sin\left(\frac{\pi}{7}t\right) \\ \alpha(t) = 7 \left(\frac{\pi}{180}\right) \sin\left(\frac{\pi}{8}t\right) \end{cases} \quad (5.8)$$

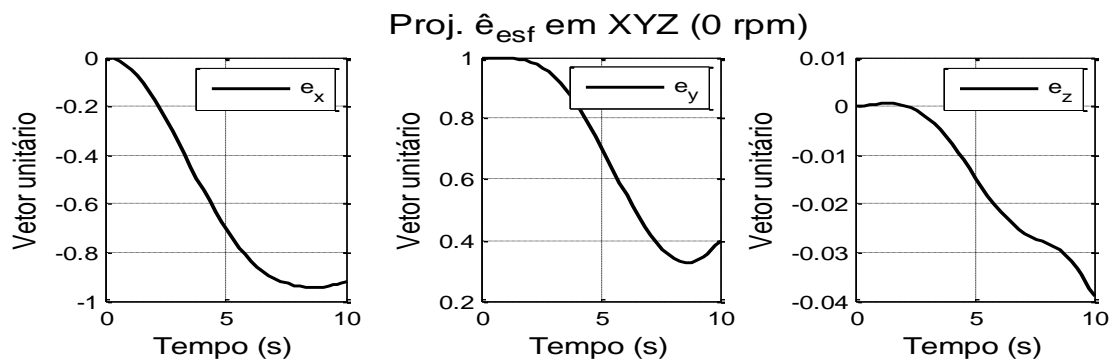
Verifica-se na figura 5-16 que a esfera permanece entre os atuadores sem que haja contato. Em todos os casos, a posição da esfera apresenta o movimento oscilatório amortecido até a proximidade do zero.



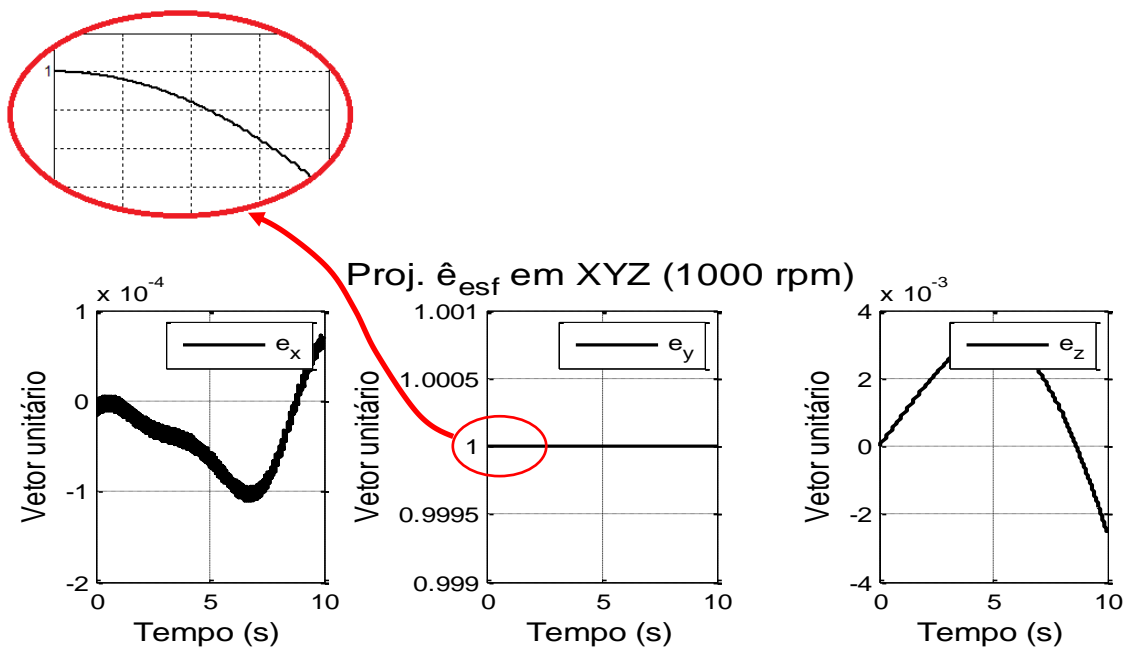
**Fig 5-16: Resultado da simulação para o sistema quando o VANT descrevendo uma curva com trepidações**

Na figura 5-17, nota-se que há uma grande variação nas amplitudes das componentes do vetor  $e$ , quando a esfera não possui velocidade angular inicial, indicando que o sistema será inadequado para medição da orientação do corpo no qual ele é montado.

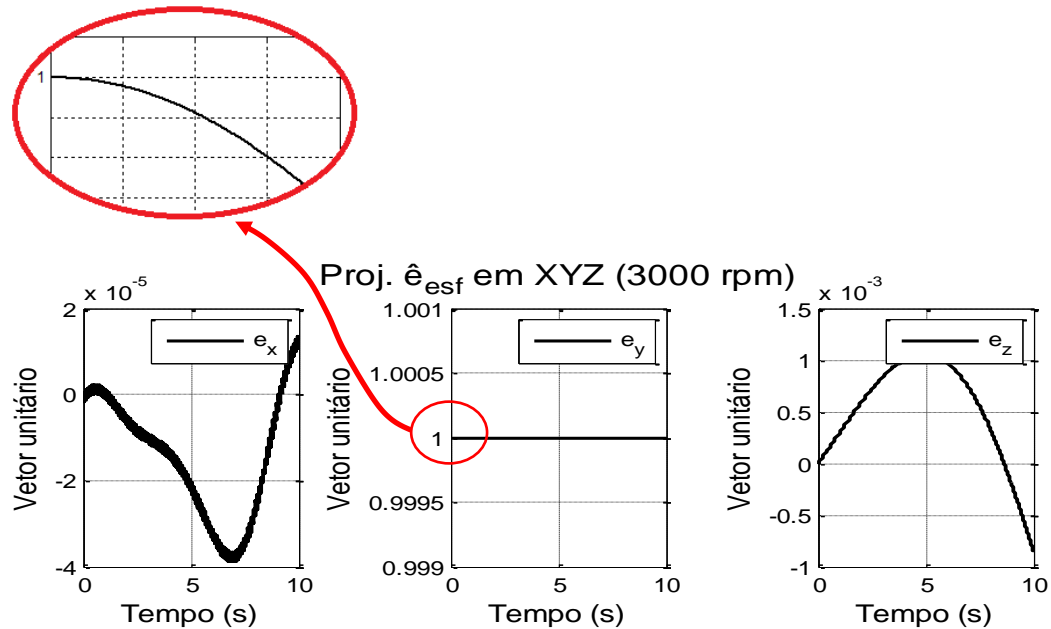
Ao se introduzir velocidade angulares iniciais para a esfera em torno do seu eixo  $y_e$  de  $1000\text{ rpm}$  (figura 5-18) e  $3000\text{ rpm}$  (figura 5-19), verifica-se que há redução significativa nas variações das componentes do vetor  $e$  no sistema Inercial XYZ. Indicando que o sistema possuirá desempenho melhor para fins de obtenção da orientação do veículo em relação ao referencial inercial.



**Fig 5-17: Projeção do vetor unitário da esfera em coordenadas do sistema Inercial para velocidade angular inicial nula da esfera para o VANT executando curva com trepidações**



**Fig 5-18: Projeção do vetor unitário da esfera em coordenadas do sistema de referencial Inercial para velocidade angular inicial 1000 rpm aplicada ao eixo  $y_e$  para o VANT executando curva com trepidações**



**Fig 5-19: Projeção do vetor unitário da esfera em coordenadas do sistema de referencial Inercial para velocidade angular inicial 3000 rpm aplicada ao eixo  $y_e$  para o VANT executando curva com trepidações**

### 5.3.2 VEÍCULO 2: EMBARCAÇÃO

Por hipótese, a embarcação tem seu centro de massa com os movimentos de translação e rotação durante sua navegação em mar aberto, conforme a figura 5-20.

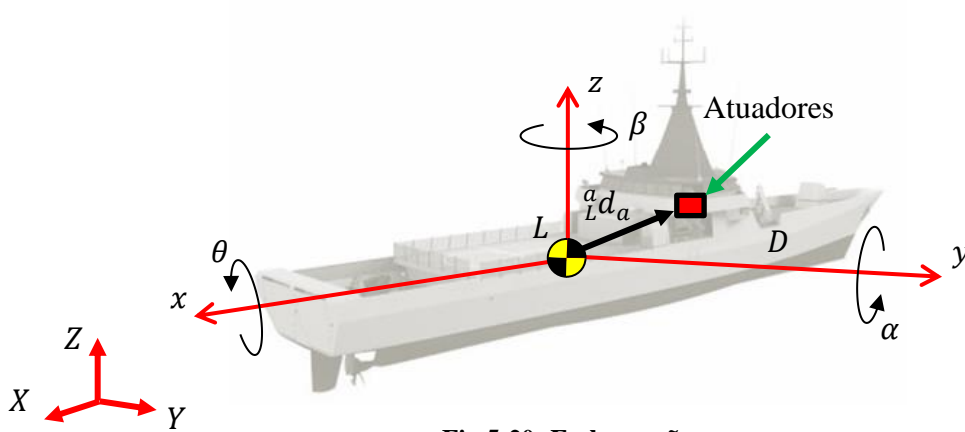


Fig 5-20: Embarcação

O movimento prescrito da embarcação é expresso por (MOLEN et. al., 1995):

$${}^L \mathbf{d}_{mov}(t) = \begin{bmatrix} 2 + 0,03 \text{sen} \left( \frac{\pi}{15} t \right) \\ 10t + 0,03 \text{sen} \left( \frac{\pi}{15} t \right) \\ 3 + 0,03 \text{sen} \left( \frac{\pi}{15} t \right) \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

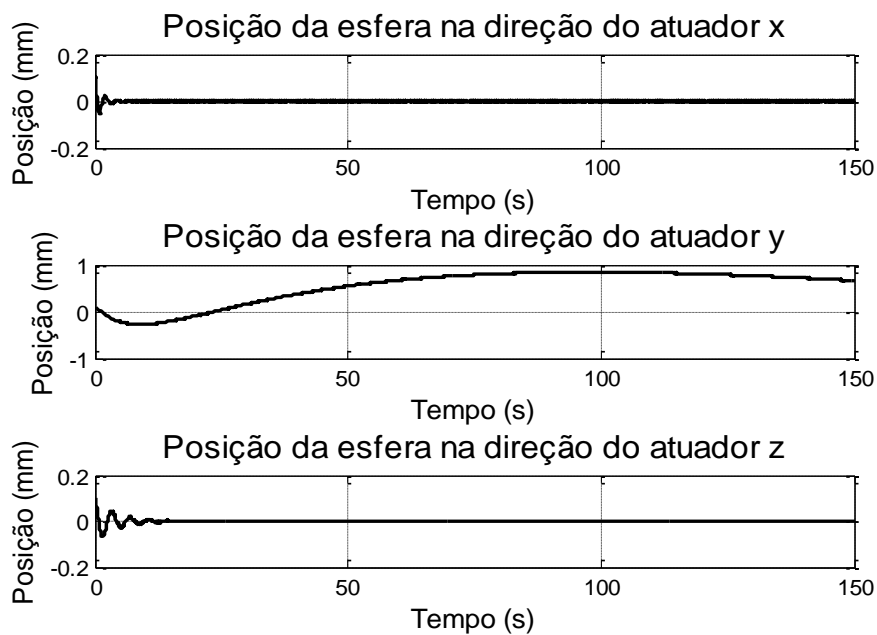
$$\begin{cases} \theta(t) = 4 \left( \frac{\pi}{180} \right) \text{sen} \left( \frac{\pi}{6} t \right) \\ \beta(t) = 1 \left( \frac{\pi}{180} \right) \text{sen} \left( \frac{\pi}{6} t \right) \\ \alpha(t) = 6 \left( \frac{\pi}{180} \right) \text{sen} \left( \frac{\pi}{6} t \right) \end{cases} \quad (5.10)$$

O vetor posição do centro geométrico dos atuadores e esfera levitada é dado por:

$${}^a \mathbf{d}_a = \begin{bmatrix} 3 \\ 12 \\ 5 \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

Verifica-se na figura 5-21, que os erros para a esfera na direção dos atuadores  $x$  e  $z$  são oscilatórios amortecidos e tendem à proximidade do zero, enquanto na direção  $y$ , têm-se uma oscilação de amplitude máxima de  $0,9\text{ mm}$ .

Desta forma, todos os resultados são inferiores a  $s_0$  ( $3\text{ mm}$ ), mostrando que a esfera não irá chocar com as superfícies dos atuadores ou se aproximará excessivamente das mesmas.

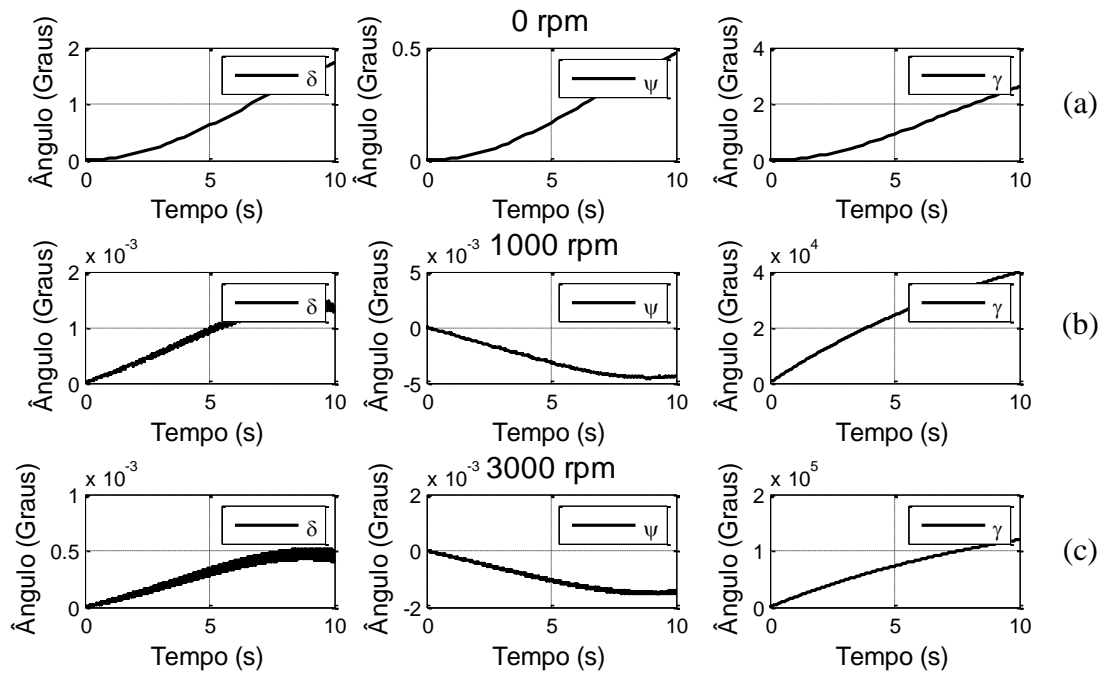


**Fig 5-21: Resultado da simulação para o sistema montado na embarcação**

Na figura 5-22(a), não é fornecida velocidade angular inicial para a esfera, já nas figuras 5-22(b) e 5-22(c) é fornecida uma velocidade angular inicial de  $1000\text{ rpm}$  e  $3000\text{ rpm}$  em torno do eixo  $y_e$ , respectivamente.

Verifica-se que há uma variação muito menor nos ângulos  $\delta$  e  $\psi$  quando  $\dot{\gamma} = 1000\text{ rpm}$ , conforme a figura 5-22(b).

Ao se elevar a velocidade angular da esfera para  $\dot{\gamma} = 3000\text{ rpm}$ , figura 5-22(c), há uma melhora em relação aos casos anteriores.

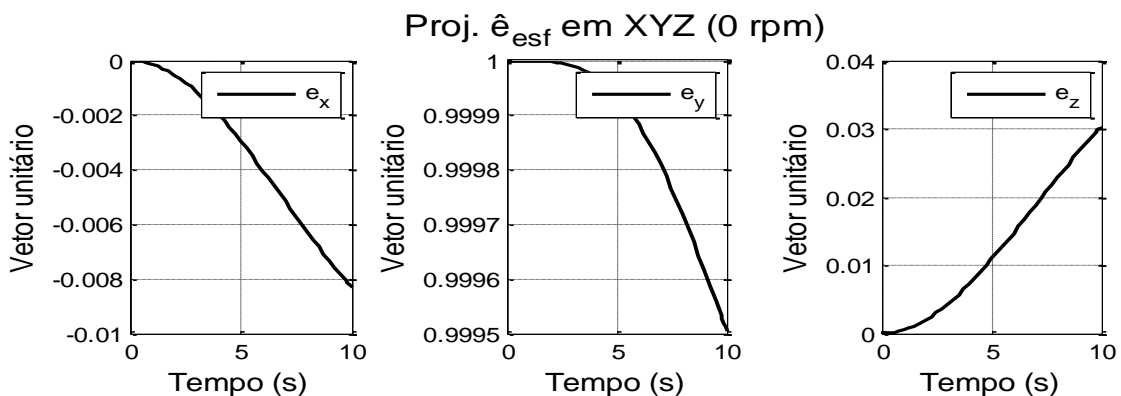


**Fig 5-22: Resultado da simulação para os ângulos da esfera para a embarcação**

Têm-se as componentes do vetor unitário  $e = [0 \ 1 \ 0]$  solidário à esfera no sistema de coordenadas  $XYZ$  ( $e_x e_y e_z$ ) nas figuras 5-23, 5-24 e 5-25.

Nota-se que há uma variação bem menor nas componentes do vetor  $e$  no sistema Inercial  $XYZ$ , quando se aplica uma velocidade angular inicial dada por  $\dot{\gamma}_0 = 1000 \text{ rpm}$  para a esfera, conforme é apresentado na figura 5-24.

Quando se eleva a velocidade angular inicial da esfera para  $3000 \text{ rpm}$ , observa-se na figura 5-25 uma melhora em relação aos casos anteriores.



**Fig 5-23: Projeção do vetor unitário da esfera em coordenadas do sistema Inercial para velocidade angular inicial nula da esfera para a embarcação**

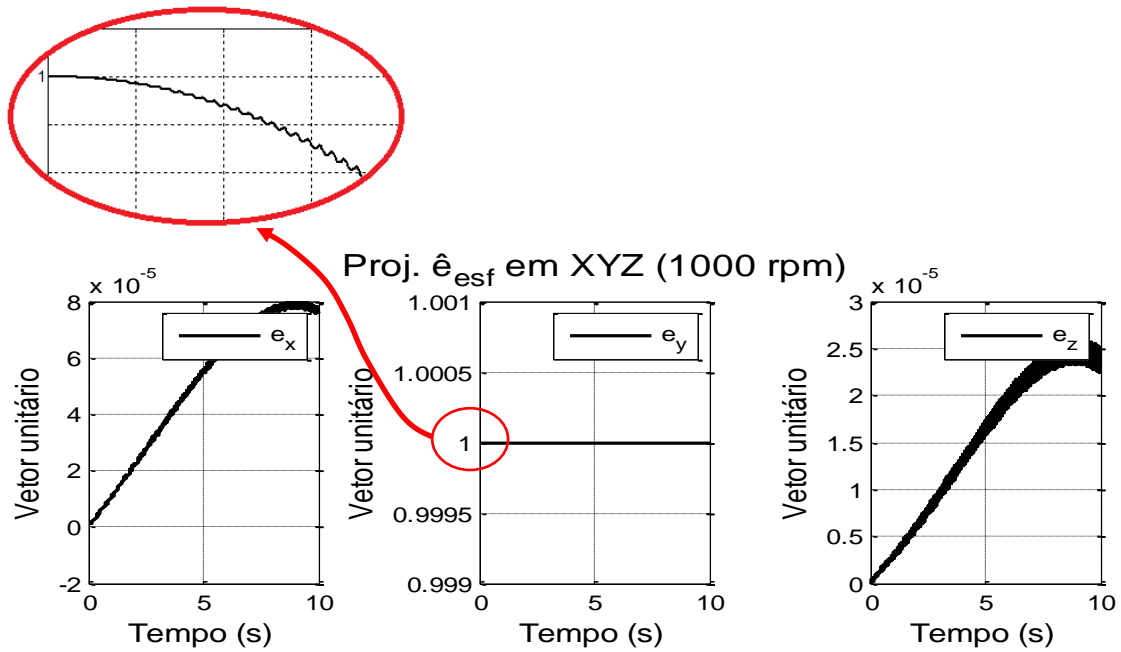


Fig 5-24: Projeção do vetor unitário da esfera em coordenadas do sistema de referencial Inercial para velocidade angular inicial 1000 rpm aplicada ao eixo  $y_e$  para a embarcação

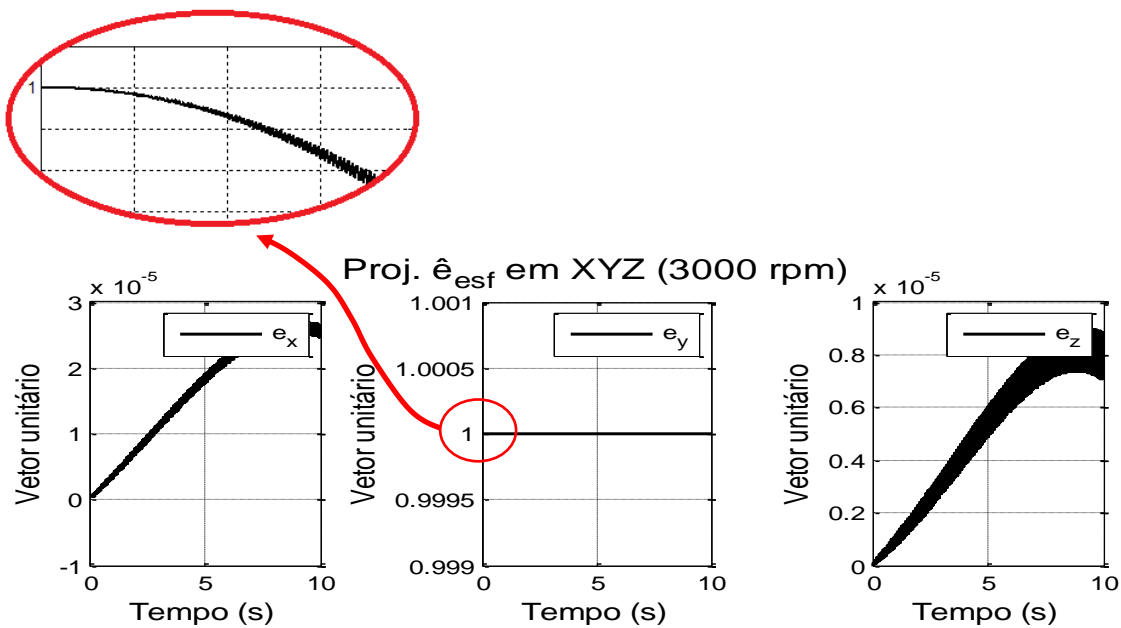


Fig 5-25: Projeção do vetor unitário da esfera em coordenadas do sistema de referencial Inercial para velocidade angular inicial 3000 rpm aplicada ao eixo  $y_e$  para a embarcação

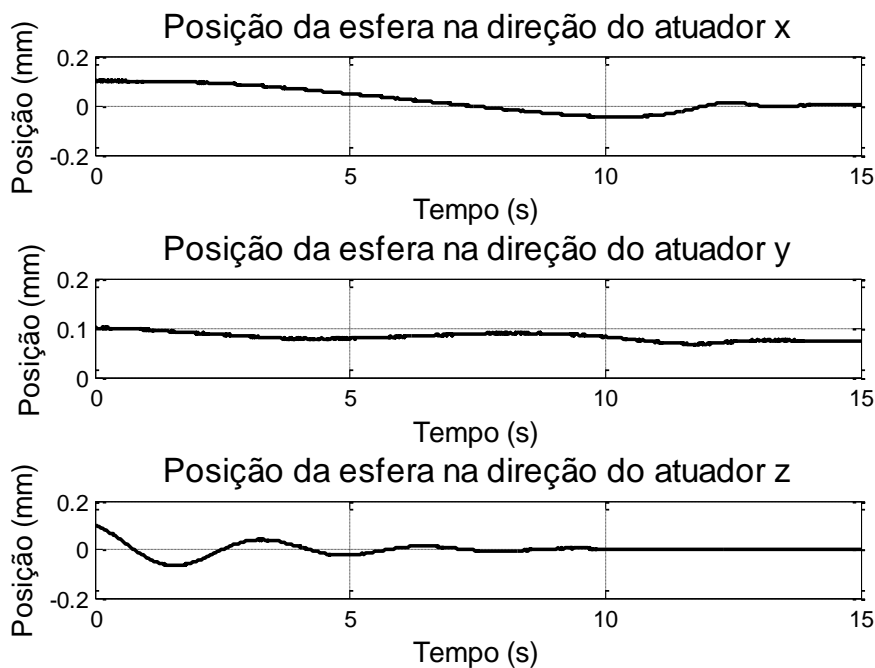
Durante a simulação, o fluxo do campo magnético máximo encontrado é 0,2 mT, portanto, os efeitos de histerese e saturação podem ser considerados desprezíveis e sendo razoável não incluí-los no modelo (BARROT, 2008).

A seguir, será avaliado o desempenho do sistema quando a embarcação executa o movimento de uma curva com trepidações, representado por:

$${}^I d_{mov}(t) = \begin{bmatrix} 58 + 48 \cos\left(\frac{\pi}{15}t\right) + 0,03 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{15}t\right) \\ 50 + 48 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{15}t\right) + 0,03 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{15}t\right) \\ 3 + 0,03 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{15}t\right) \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

$$\begin{cases} \theta(t) = 4\left(\frac{\pi}{180}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{6}t\right) \\ \beta(t) = \pi \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{15}t\right) + 1\left(\frac{\pi}{180}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{6}t\right) \\ \alpha(t) = 6\left(\frac{\pi}{180}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{60}t\right) \end{cases} \quad (5.13)$$

Nota-se na figura 5-26 que para o erro de posição da esfera na direção do atuador z tende para proximidade de zero, enquanto para os erros de posição em x e y, há uma pequena variação de amplitude (0,1 mm).

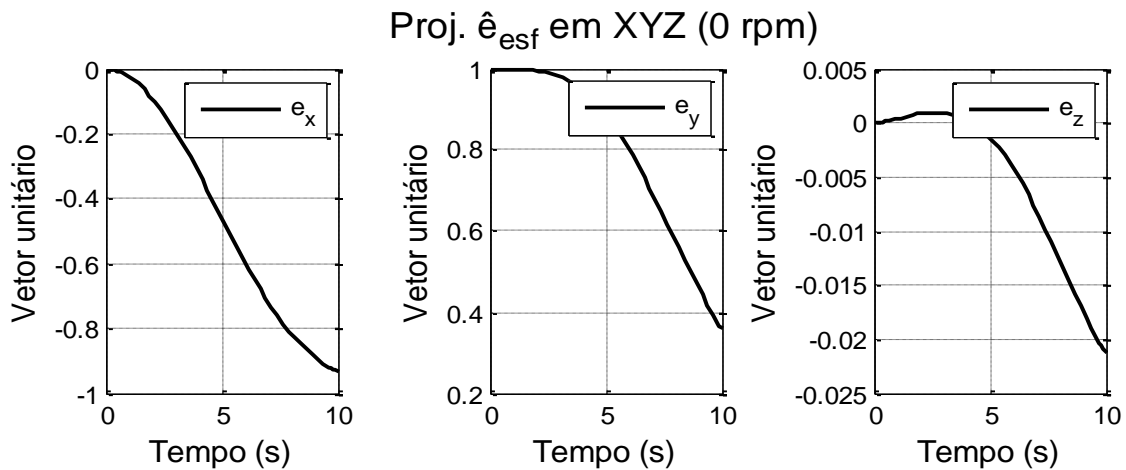


**Fig 5-26: Resultado da simulação para o sistema montado na embarcação efetuando uma curva com trepidações**

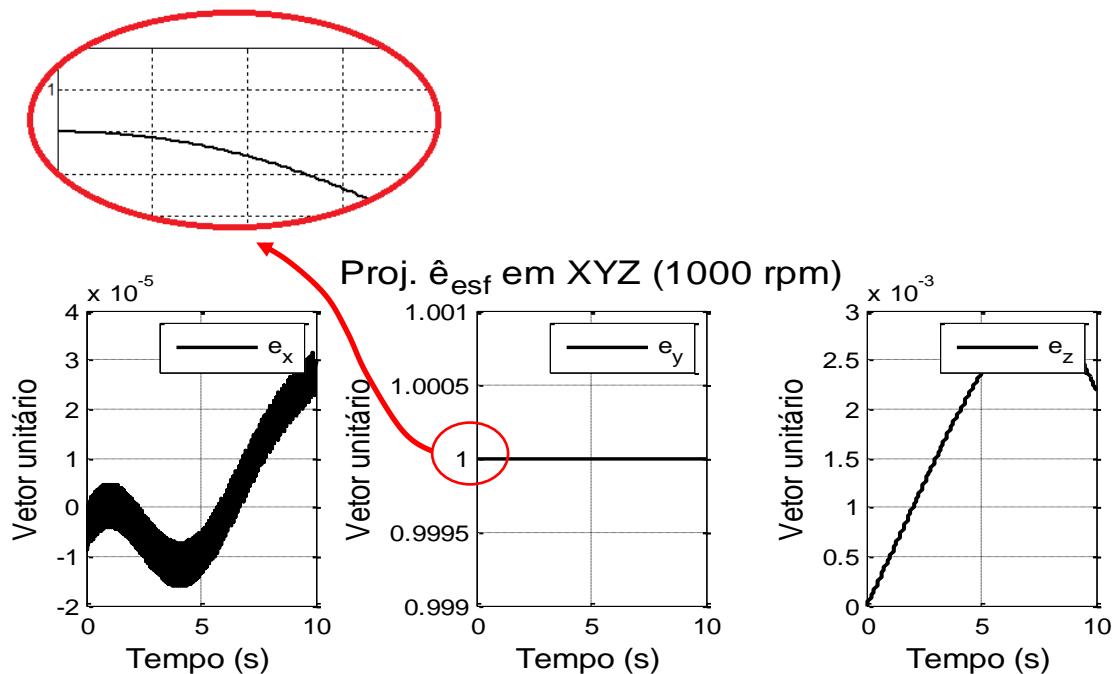
Verifica-se na figura 5-27 que há uma variação muito grande nas amplitudes das componentes do vetor  $e$ , quando a esfera não possui velocidade angular inicial, mostrando que o sistema será inadequado para medição da orientação do corpo no qual ele é montado.



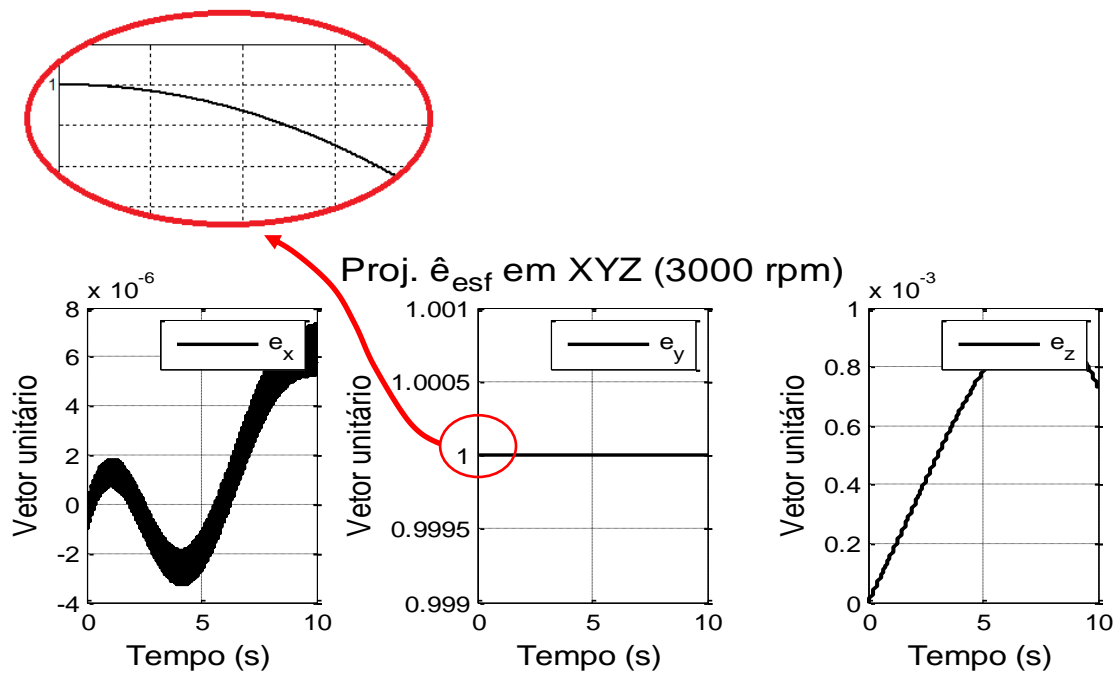
Ao se introduzir velocidade angular inicial para a esfera em torno do seu eixo  $y_e$  de 1000 rpm (figura 5-28) e 3000 rpm (figura 5-29), verifica-se que há redução significativa nas variações das componentes do vetor  $e$  no sistema Inercial XYZ. Indicando que o sistema possuirá desempenho melhor para fins de obtenção da orientação da embarcação m relação ao referencial inercial.



**Fig 5-27:** Projeção do vetor unitário da esfera em coordenadas do sistema Inercial para velocidade angular inicial nula da esfera para a embarcação executando um movimento curvo com trepidações



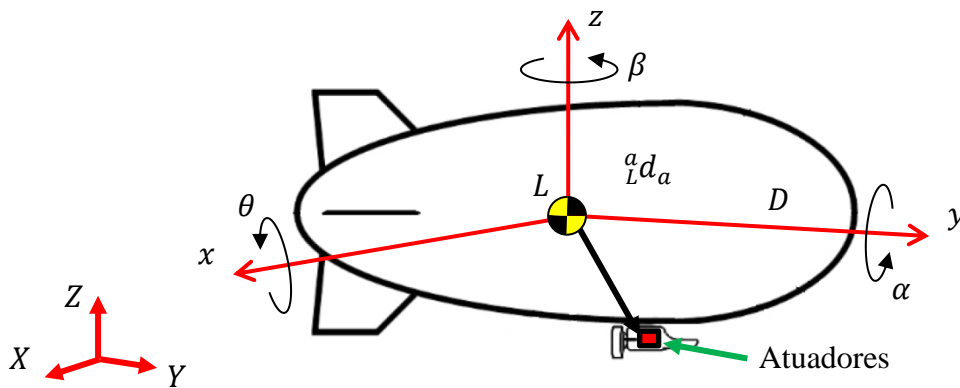
**Fig 5-28:** Projeção do vetor unitário da esfera em coordenadas do sistema de referencial Inercial para velocidade angular inicial 1000 rpm aplicada ao eixo  $y_e$  para a embarcação executando um movimento curvo com trepidações



**Fig 5-29: Projeção do vetor unitário da esfera em coordenadas do sistema de referencial Inercial para velocidade angular inicial 3000 rpm aplicada ao eixo  $y_e$  para a embarcação executando um movimento curvo com trepidações**

### 5.3.3 VEÍCULO 3: DIRIGÍVEL

O dirigível admite que seu centro de massa tenha os movimentos de translação e rotação durante voo, conforme a figura 5-30.



**Fig 5-30: Dirigível**

O movimento prescrito do dirigível conforme VALLE et al. (2015) é expresso por:

$${}^I\mathbf{d}_{mov}(t) = \begin{bmatrix} 6 + 0,01\text{sen}\left(\frac{\pi}{20}t\right) \\ 5t + 0,01\text{sen}\left(\frac{\pi}{20}t\right) \\ 12 + 0,01\text{sen}\left(\frac{\pi}{20}t\right) \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

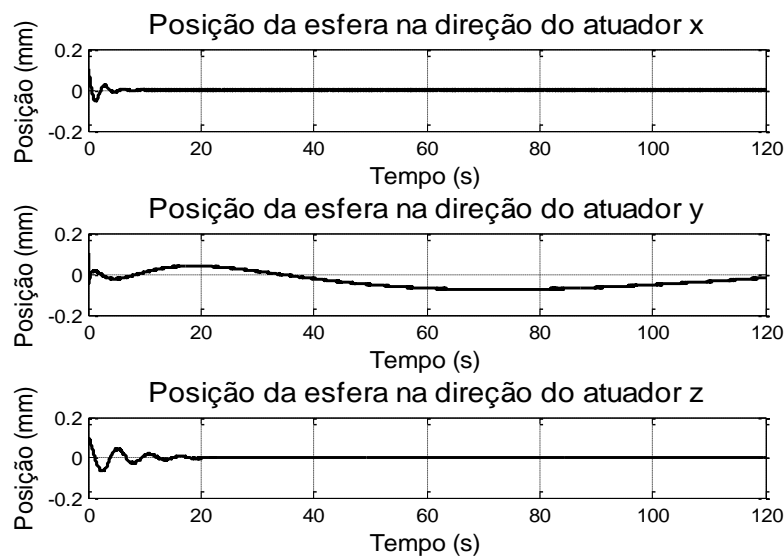
$$\begin{cases} \theta(t) = 2\left(\frac{\pi}{180}\right)\text{sen}\left(\frac{\pi}{25}t\right) \\ \beta(t) = 3\left(\frac{\pi}{180}\right)\text{sen}\left(\frac{\pi}{25}t\right) \\ \alpha(t) = 2\left(\frac{\pi}{180}\right)\text{sen}\left(\frac{\pi}{25}t\right) \end{cases} \quad (5.15)$$

O vetor posição do centro geométrico dos atuadores e esfera levitada é dado por:

$${}^a\mathbf{d}_a = \begin{bmatrix} 0,10 \\ 0,85 \\ -1,5 \end{bmatrix} \quad (5.16)$$

Nota-se na figura 5-31 que a amplitude do erro de posição na direção do atuador  $y$  é de  $0,1\text{ mm}$ , enquanto nos outros casos há uma pequena oscilação amortecida até a proximidade do zero.

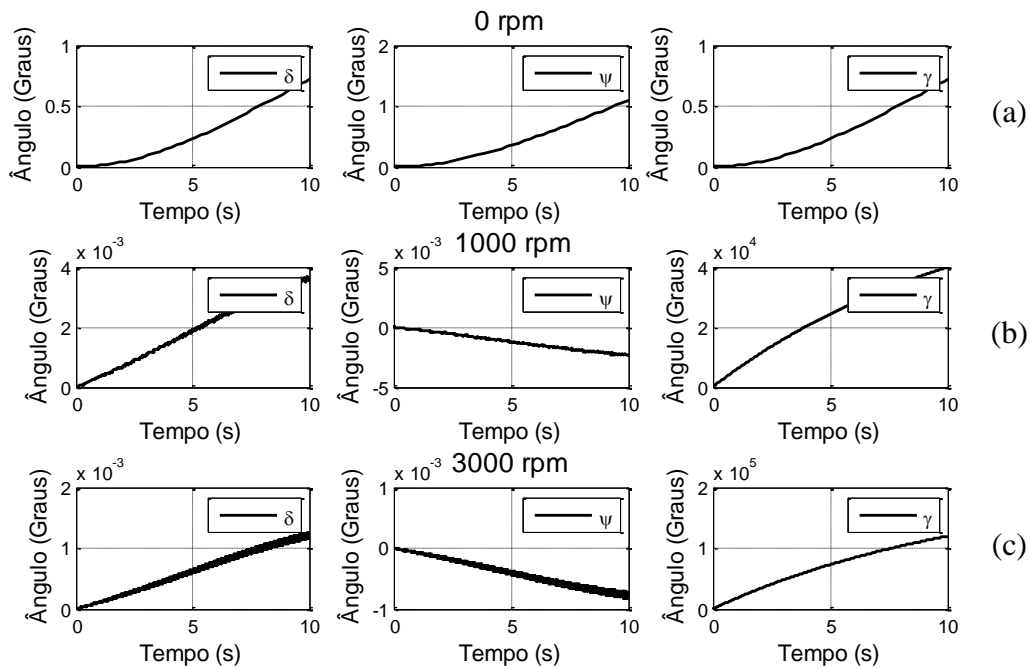
Todas as posições são muito menores que  $s_0$  ( $3\text{ mm}$ ), indicando que a esfera não colidirá com as superfícies dos atuadores e não se aproximará excessivamente das mesmas.



**Fig 5-31: Resultado da simulação para o sistema montado no dirigível**

Na figura 5-32(a), não é fornecida velocidade angular inicial para a esfera e nas figuras 5-32(b) e 5-32(c) são fornecidas uma velocidade angular inicial de 1000 rpm e 3000 rpm em torno do eixo  $y_e$ , respectivamente.

Verifica-se que quando  $\dot{\gamma} = 1000 \text{ rpm}$ , figura 5-32(b), há uma variação muito pequena nos ângulos  $\delta$  e  $\psi$ . Ao se elevar a velocidade angular da esfera ( $\dot{\gamma} = 3000 \text{ rpm}$ ), nota-se que há uma melhora em relação aos casos anteriores, conforme é apresentado na figura 5-32(c).



**Fig 5-32: Resultado da simulação para os ângulos da esfera para o dirigível**

Na figura 5-25 estão as componentes do vetor unitário  $\mathbf{e} = [0 \ 1 \ 0]$  solidário à esfera no sistema de coordenadas XYZ ( $e_x e_y e_z$ ).

Ao se aplicar uma velocidade angular inicial  $\dot{\gamma}_0 = 1000 \text{ rpm}$  para a esfera, figura 5-25(b), observa-se uma variação bem menor nas componentes do vetor  $\mathbf{e}$  no sistema Inercial XYZ.

Quando se aumentar a velocidade angular inicial da esfera para  $\dot{\gamma}_0 = 3000 \text{ rpm}$ , figura 5-25(c), nota-se uma melhora em relação aos casos anteriores.

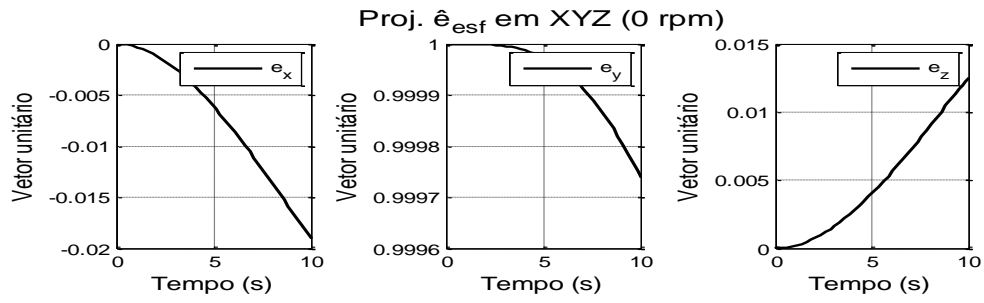


Fig 5-33: Projeção do vetor unitário da esfera em coordenadas do sistema Inercial para velocidade angular inicial nula da esfera para o dirigível

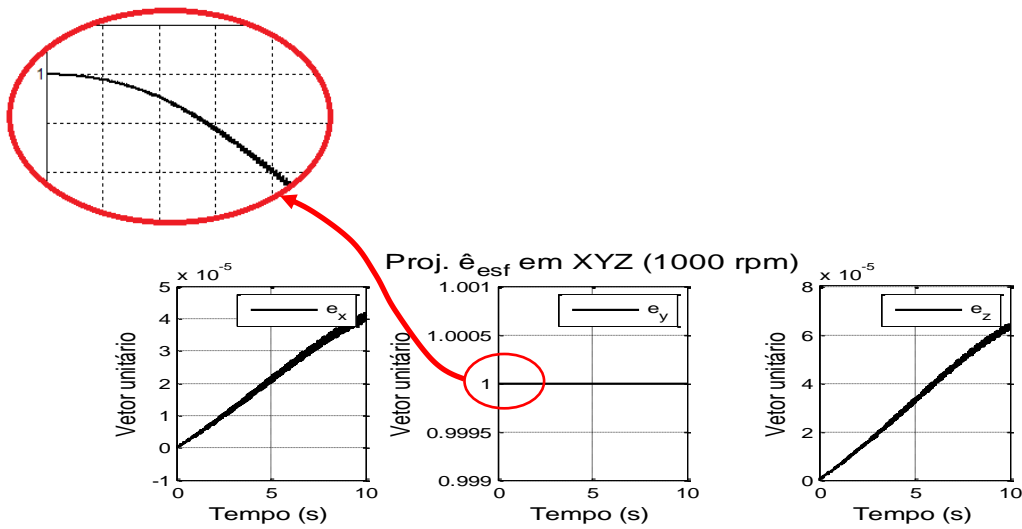


Fig 5-34: Projeção do vetor unitário da esfera em coordenadas do sistema de referencial Inercial para velocidade angular inicial 1000 rpm aplicada ao eixo  $y_e$  para o dirigível

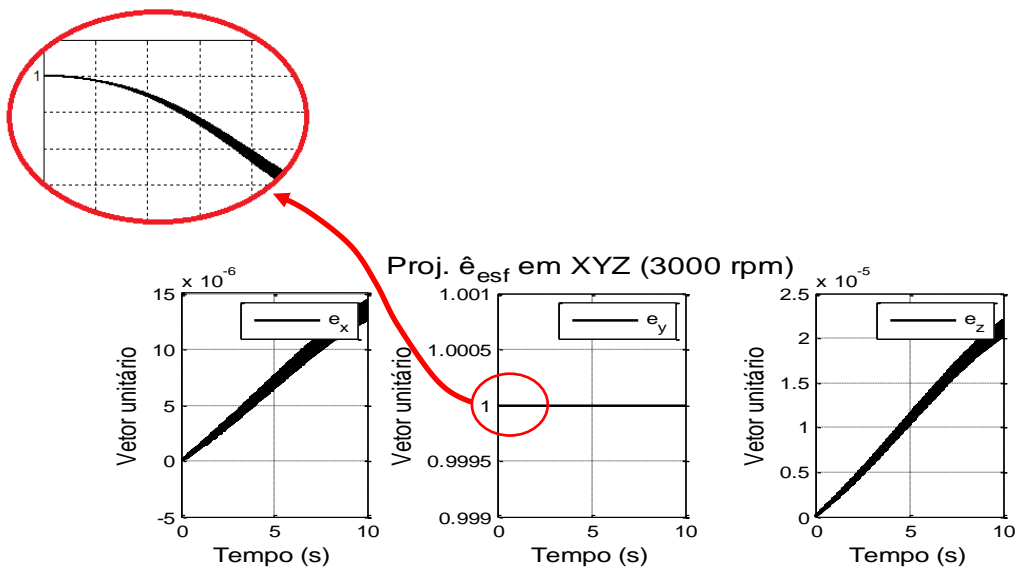


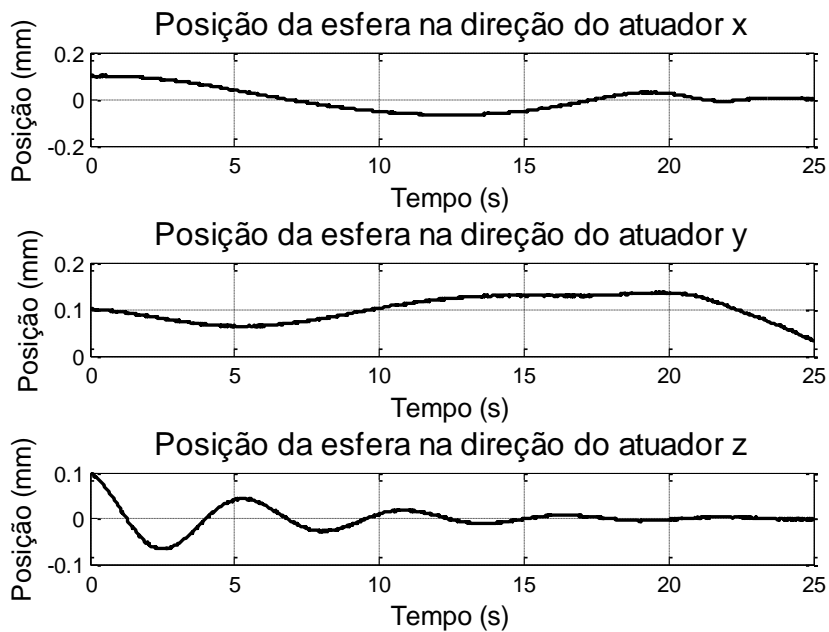
Fig 5-35: Projeção do vetor unitário da esfera em coordenadas do sistema de referencial Inercial para velocidade angular inicial 3000 rpm aplicada ao eixo  $y_e$  para o dirigível

A seguir, é apresentado as equações do dirigível realizando uma curva com trepidações:

$${}^I d_{mov}(t) = \begin{bmatrix} 45 + 40 \cos\left(\frac{\pi}{25}t\right) + 0,01 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{20}t\right) \\ 42 + 40 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{25}t\right) + 0,01 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{20}t\right) \\ 12 + 0,01 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{20}t\right) \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

$$\begin{cases} \theta(t) = 2 \left(\frac{\pi}{180}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{20}t\right) \\ \beta(t) = \pi \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{25}t\right) + 3 \left(\frac{\pi}{180}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{25}t\right) \\ \alpha(t) = 2 \left(\frac{\pi}{180}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{20}t\right) \end{cases} \quad (5.18)$$

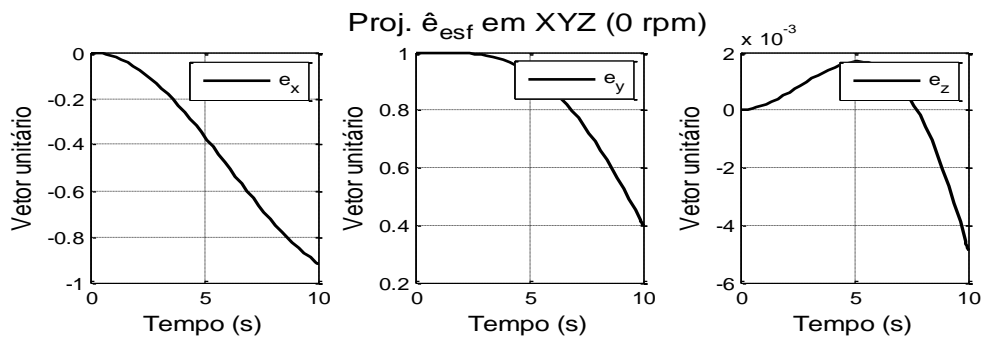
Na figura 5-36, tem-se o resultado da simulação, nota-se que os erros de posição da esfera nas direções  $x$  e  $z$  são oscilatórias amortecidas e tendem à proximidade do zero. Para a posição na direção do atuador em  $y$  é oscilatória em torno da amplitude de  $0,1 \text{ mm}$ .



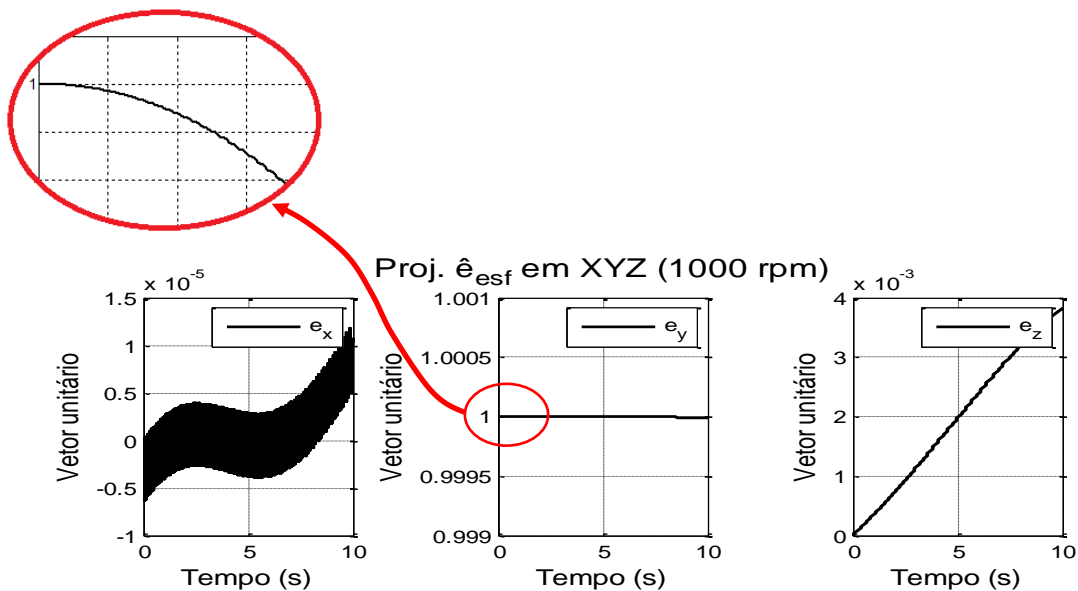
**Fig 5-36: Resultado da simulação para o sistema montado no dirigível realizando uma curva com trepidações**

Na figura 5-15(a), nota-se que há uma grande variação nas amplitudes das componentes do vetor  $e$ , quando a esfera não possui velocidade angular inicial, indicando que o sistema será inadequado para medição da orientação do dirigível.

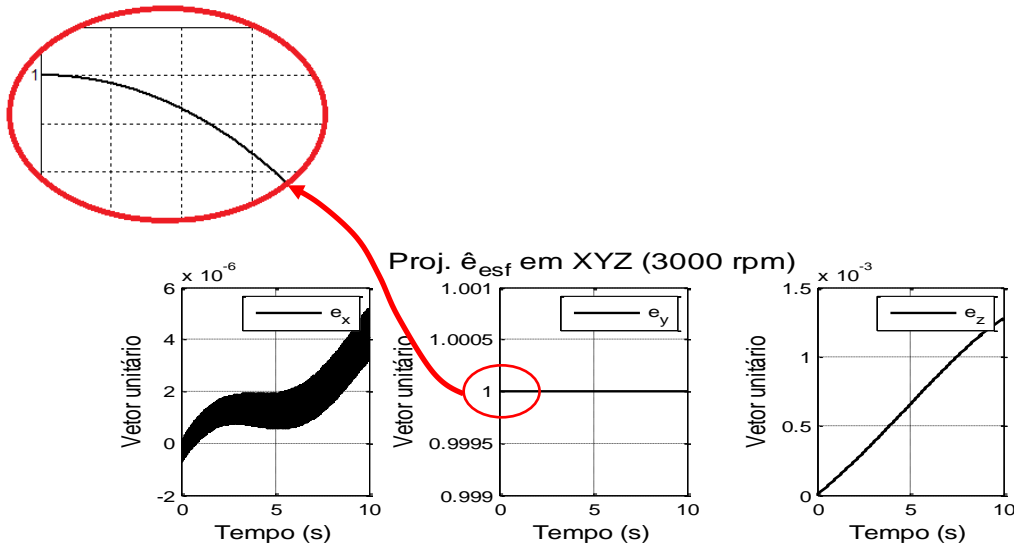
Quando se introduz velocidades angulares iniciais para a esfera em torno do seu eixo  $y_e$  de  $1000 \text{ rpm}$  e  $3000 \text{ rpm}$ , nota-se que há redução significativa nas variações das componentes do vetor  $e$  no sistema Inercial  $XYZ$ . Indicando que o sistema possuirá desempenho melhor para fins de obtenção da orientação do dirigível.



**Fig 5-37: Projeção do vetor unitário da esfera em coordenadas do sistema Inercial para velocidade angular inicial nula da esfera para o dirigível executando um movimento curvo com trepidação**



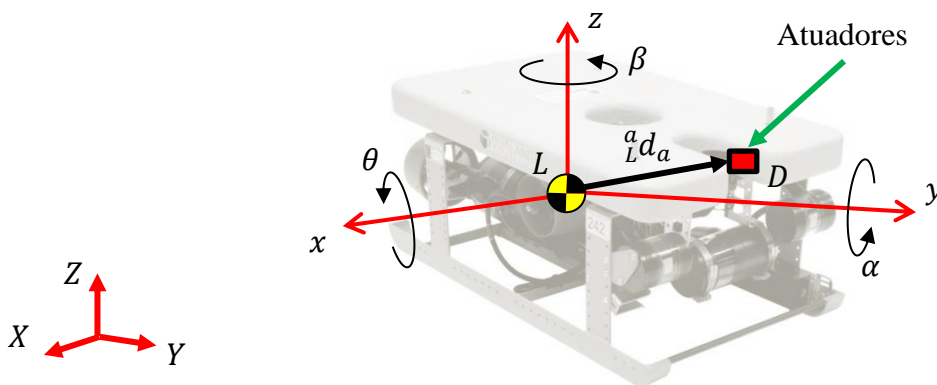
**Fig 5-38: Projeção do vetor unitário da esfera em coordenadas do sistema de referencial Inercial para velocidade angular inicial  $1000 \text{ rpm}$  aplicada ao eixo  $y_e$  para o dirigível executando um movimento curvo com trepidação**



**Fig 5-39: Projeção do vetor unitário da esfera em coordenadas do sistema de referencial Inercial para velocidade angular inicial 3000 rpm aplicada ao eixo  $y_e$  para o dirigível executando um movimento curvo com trepidação**

### 5.3.4 VEÍCULO 4: ROV

O centro de massa do ROV possui os movimentos de translação e rotação durante navegação sob o mar, conforme a figura 5-40.



**Fig 5-40: ROV**

O movimento prescrito do dirigível (HERNÁNDEZ et. al., 2013) é expresso por:



$${}^I \mathbf{d}_{mov}(t) = \begin{bmatrix} 5 + 0,01 \text{Sen} \left( \frac{\pi}{45} t \right) \\ t + 0,001 \text{Sen} \left( \frac{\pi}{45} t \right) \\ -25 + 0,01 \text{Sen} \left( \frac{\pi}{45} t \right) \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

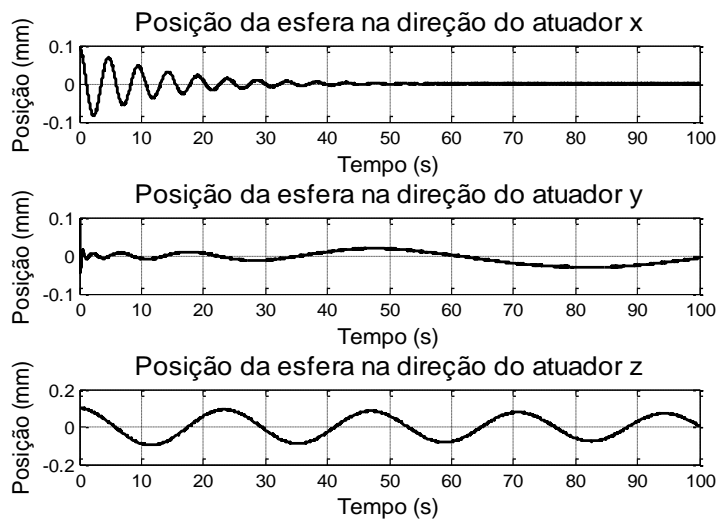
$$\begin{cases} \theta(t) = 2 \left( \frac{\pi}{180} \right) \text{Sen} \left( \frac{\pi}{20} t \right) \\ \beta(t) = 3 \left( \frac{\pi}{180} \right) \text{Sen} \left( \frac{\pi}{20} t \right) \\ \alpha(t) = 4 \left( \frac{\pi}{180} \right) \text{Sen} \left( \frac{\pi}{20} t \right) \end{cases} \quad (5.20)$$

O vetor posição do centro geométrico dos atuadores e esfera levitada é dado por:

$${}^a \mathbf{d}_a = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,45 \\ 0,30 \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

Nota-se na figura 5-41 que a posição da esfera na direção do atuador  $x$  é oscilatória amortecida e tende a proximidade de zero, para o atuador  $y$  há um movimento oscilatório em torno do zero de  $0,05 \text{ mm}$  de amplitude e para a direção do atuador  $z$ , nota-se uma oscilação de amplitude de  $0,1 \text{ mm}$  para a esfera.

Entretanto, todos são significativamente inferiores a  $s_0$  ( $3 \text{ mm}$ ), indicando que a esfera não colidirá com as superfícies dos atuadores nem se aproximará excessivamente das mesmas.

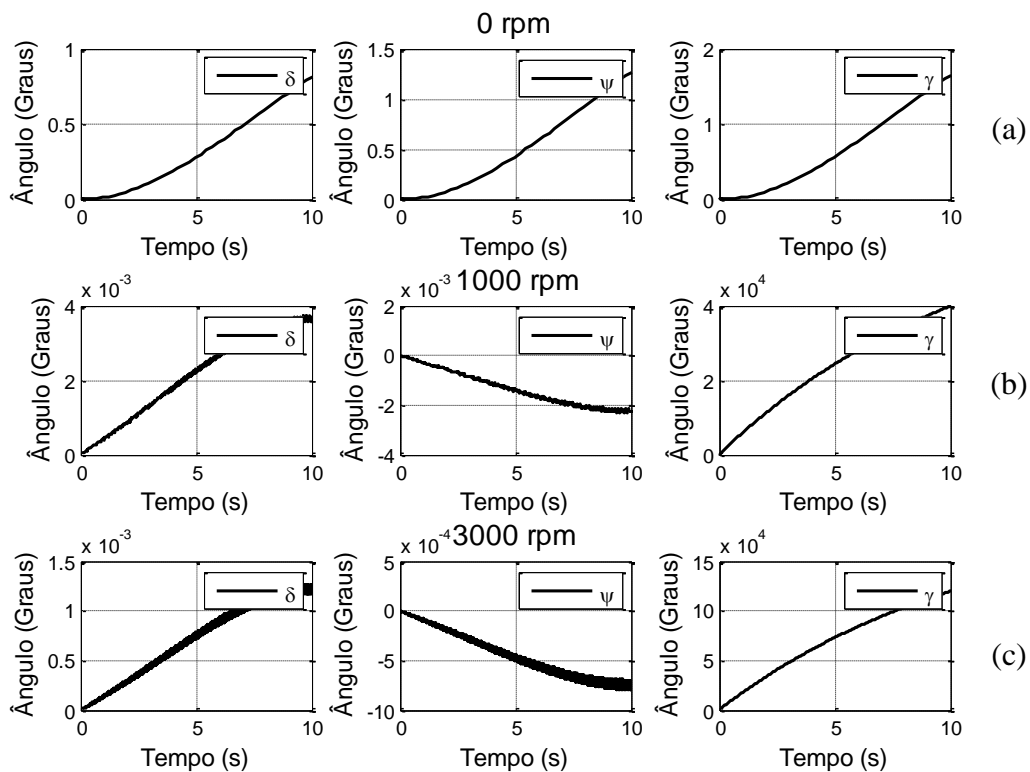


**Fig 5-41: Resultado da simulação para o sistema montado no ROV**

Na figura 5-42(a), não é fornecida velocidade angular inicial para a esfera. Já para as figuras 5-42(b) e 5-42(c) é introduzida uma velocidade angular inicial de 1000 rpm e 3000 rpm em torno do eixo  $y_e$ , respectivamente.

Verifica-se que a variação dos ângulos  $\delta$  e  $\psi$  é muito pequena quando  $\dot{\gamma} = 1000 \text{ rpm}$ , conforme a figura 5-42(b).

Quando se eleva velocidade angular da esfera 3000 rpm, tem-se uma melhora em relação aos casos anteriores, figura 5-42(c).

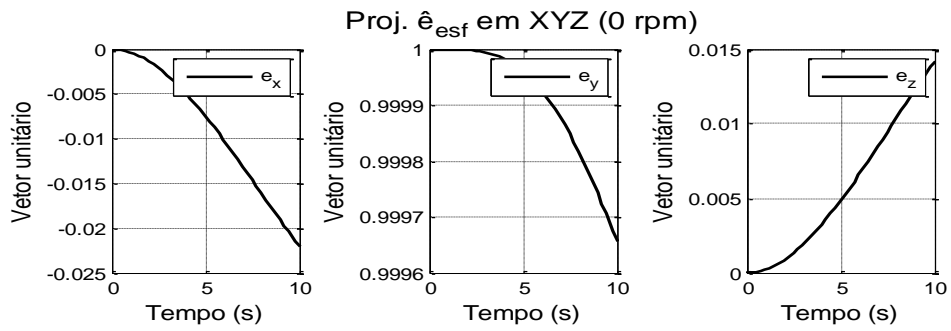


**Fig 5-42: Resultado da simulação para os ângulos da esfera para o ROV**

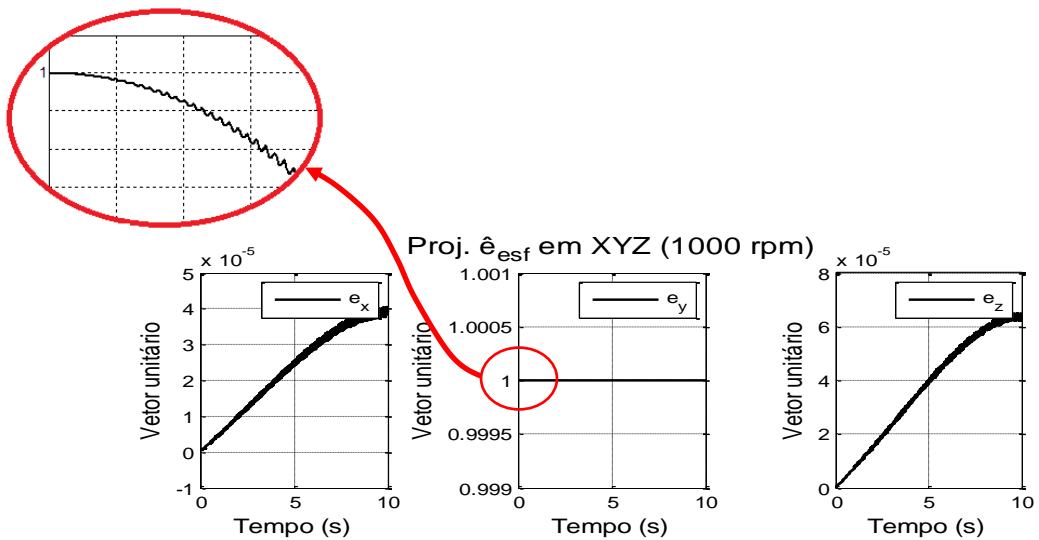
É apresentado na figura 5-31 as componentes do vetor unitário  $\mathbf{e} = [0 \ 1 \ 0]$  solidário à esfera no sistema de coordenadas  $XYZ$  ( $e_x e_y e_z$ ).

Quando se introduz uma velocidade angular inicial  $\dot{\gamma}_0 = 1000 \text{ rpm}$  para a esfera, nota-se que há uma pequena variação nas componentes do vetor  $\mathbf{e}$  no sistema Inercial  $XYZ$ , conforme a figura 5-31(b).

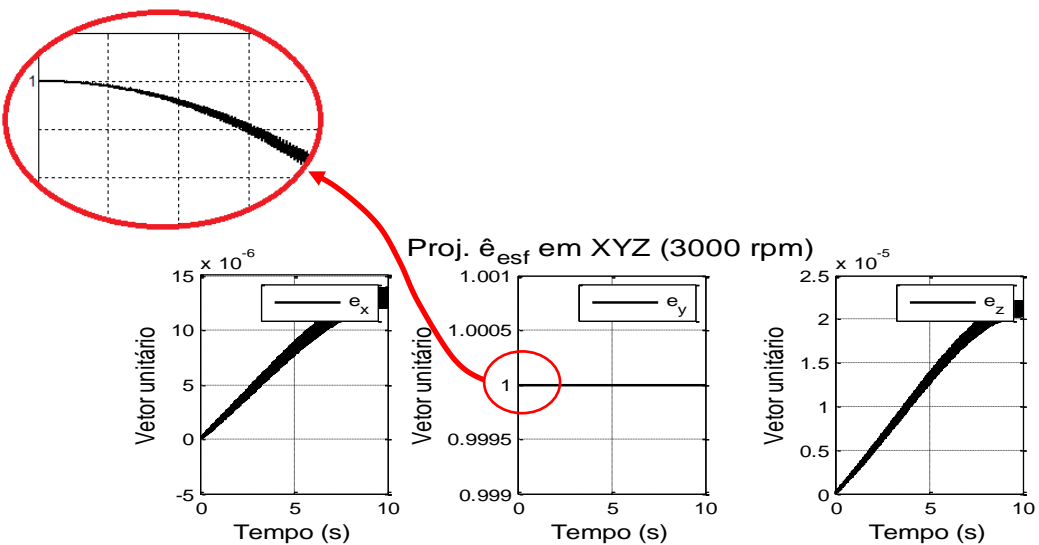
Ao se aumentar a velocidade angular inicial da esfera para  $\dot{\gamma}_0 = 3000 \text{ rpm}$ , figura 5-31(c), observa-se uma melhora em relação aos casos anteriores.



**Fig 5-43: Projeção do vetor unitário da esfera em coordenadas do sistema Inercial para velocidade angular inicial nula da esfera para o ROV**



**Fig 5-44: Projeção do vetor unitário da esfera em coordenadas do sistema de referencial Inercial para velocidade angular inicial nula aplicada ao eixo  $y_e$  para ROV**



**Fig 5-45: Projeção do vetor unitário da esfera em coordenadas do sistema de referencial Inercial para velocidade angular inicial nula aplicada ao eixo  $y_e$  para o ROV**

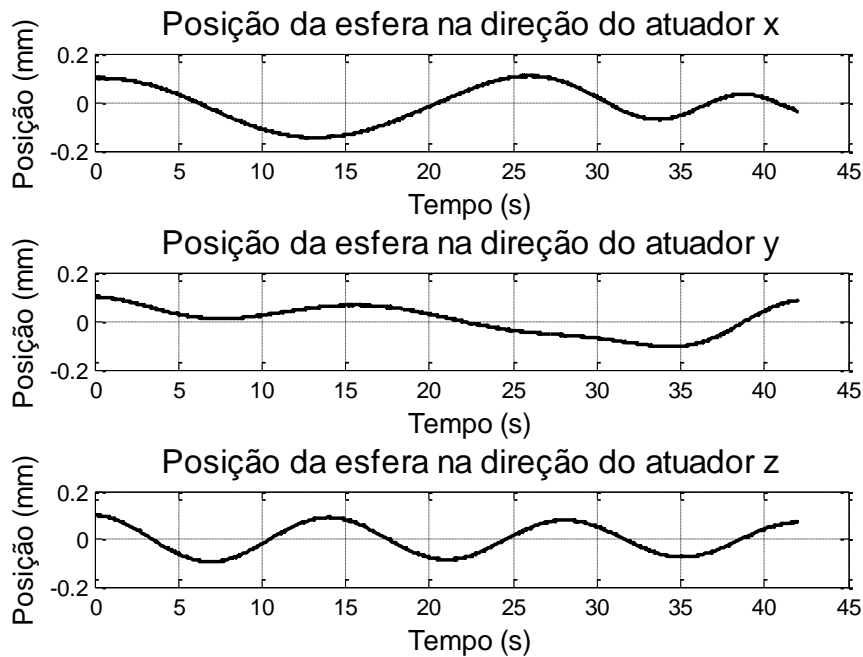
Durante a simulação, o fluxo do campo magnético máximo encontrado é  $0,5 \text{ mT}$ , portanto, os efeitos de histerese e saturação podem ser considerados desprezíveis e sendo razoável não incluí-los no modelo (BARROT, 2008).

A seguir, faz-se uma simulação para verificar o comportamento da esfera quando o ROV executa uma curva com trepidações, conforme as equações:

$${}^I\mathbf{d}_{mov}(t) = \begin{bmatrix} 25 + 14 \cos\left(\frac{\pi}{45}t\right) + 0,02\text{sen}\left(\frac{\pi}{45}t\right) \\ 20 + 14\text{sen}\left(\frac{\pi}{45}t\right) + 0,01\text{sen}\left(\frac{\pi}{45}t\right) \\ -15 + 0,01\text{sen}\left(\frac{\pi}{45}t\right) \end{bmatrix} \quad (5.22)$$

$$\begin{cases} \theta(t) = 2\left(\frac{\pi}{180}\right)\text{sen}\left(\frac{\pi}{20}t\right) \\ \beta(t) = \pi\text{sen}\left(\frac{\pi}{45}t\right) + 3\left(\frac{\pi}{180}\right)\text{sen}\left(\frac{\pi}{20}t\right) \\ \alpha(t) = 4\left(\frac{\pi}{180}\right)\text{sen}\left(\frac{\pi}{20}t\right) \end{cases} \quad (5.23)$$

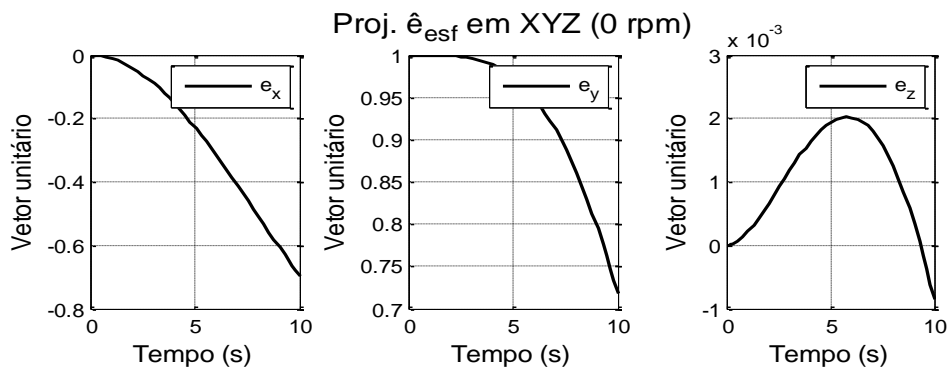
Na figura 5-32, nota-se que em todos os casos a posição da esfera diminui para o tempo de simulação.



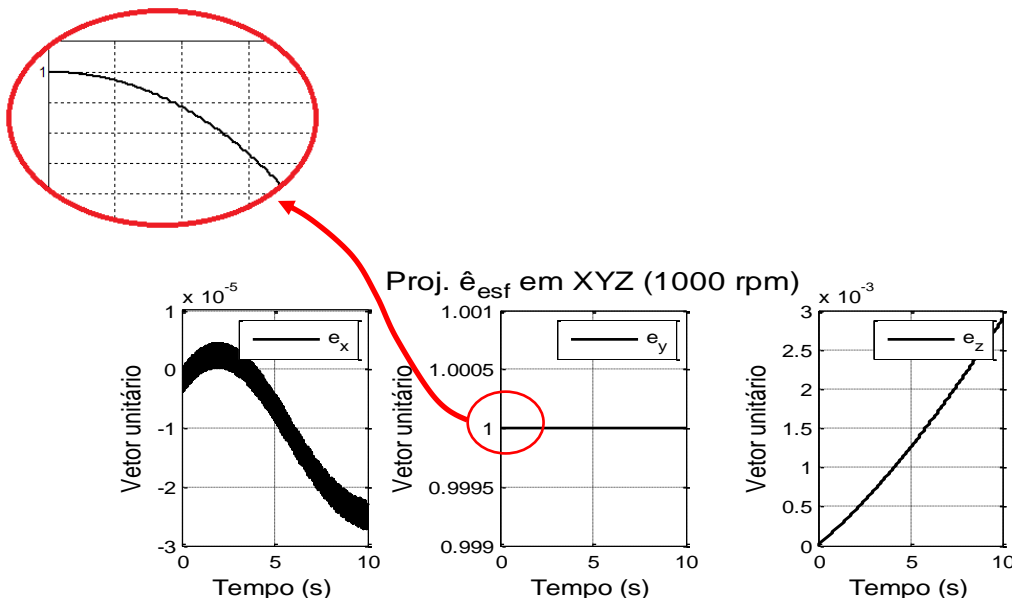
**Fig 5-46: Resultado da simulação para o sistema montado no ROV executando uma curva**

Na figura 5-33(a), nota-se que há uma variação muito grande nas amplitudes das componentes do vetor  $e$ , quando a esfera não possui velocidade angular inicial, indicando que o sistema será inadequado para medição da orientação do corpo no qual ele é montado.

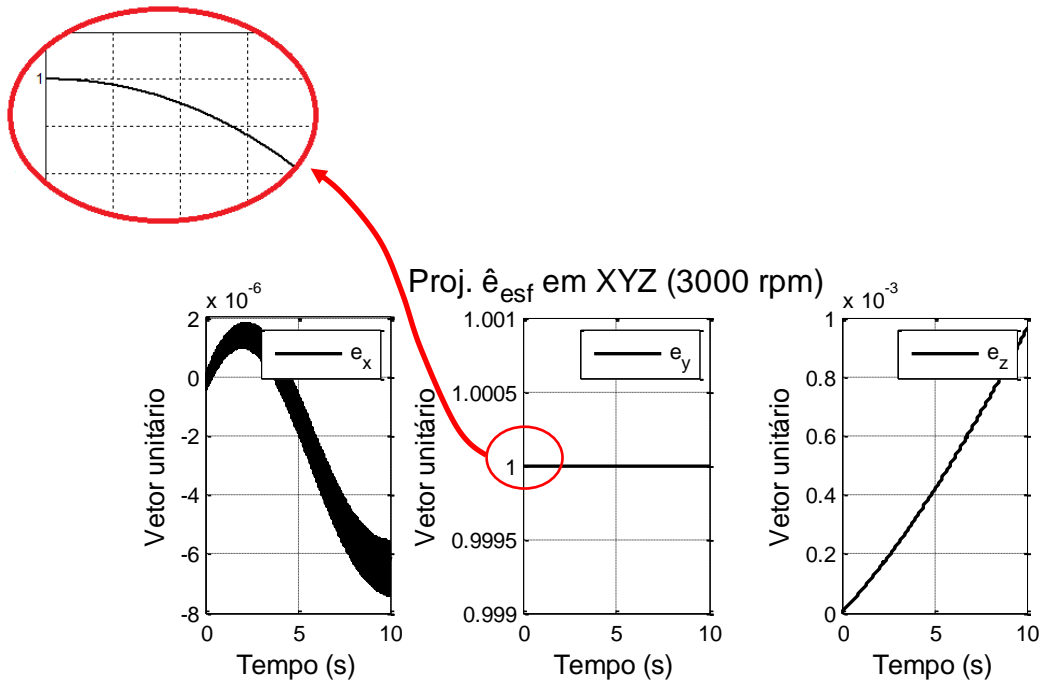
Quando se aplica velocidade angular inicial para a esfera em torno do seu eixo  $y_e$  (1000 rpm e 3000 rpm), nota-se que há uma grande redução nas variações das componentes do vetor  $e$  no sistema Inercial XYZ. Mostrando que o sistema possuirá desempenho melhor para fins de obtenção da orientação do ROV em relação ao referencial inercial.



**Fig 5-47: Projeção do vetor unitário da esfera em coordenadas do sistema Inercial para velocidade angular inicial nula da esfera para o ROV executando um movimento curvo com trepidação**



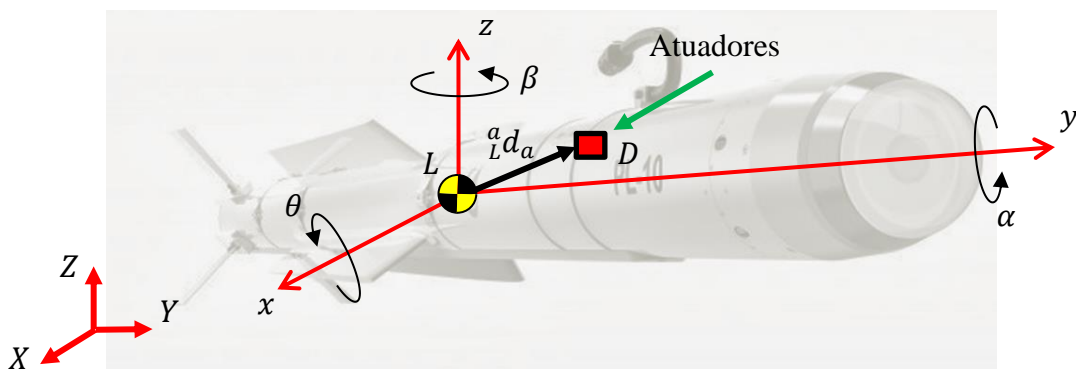
**Fig 5-48: Projeção do vetor unitário da esfera em coordenadas do sistema de referencial Inercial para velocidade angular inicial 1000 rpm aplicada ao eixo  $y_e$  para o ROV executando um movimento curvo com trepidação**



**Fig 5-49: Projeção do vetor unitário da esfera em coordenadas do sistema de referencial Inercial para velocidade angular inicial 3000 rpm aplicada ao eixo  $y_e$  para o ROV executando um movimento curvo com trepidação**

### 5.3.5 VEÍCULO 5: MÍSSIL

Considera-se que o movimento do centro de massa do míssil tenha translação e rotação durante voo, conforme a figura 5-50.



**Fig 5-50: Míssil**

O movimento prescrito do míssil (GRUZMAN, 2011) é expresso por:

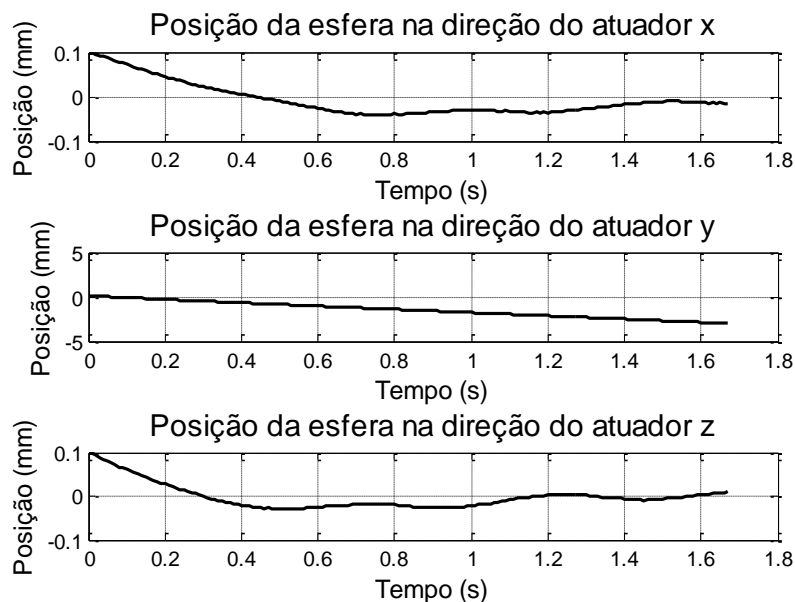
$${}^I\mathbf{d}_{mov}(t) = \begin{bmatrix} 10 + 0,25\text{Sen}(4\pi t) \\ 250t + 5\text{Sen}(4\pi t) \\ 8 + 0,5\text{Sen}(4\pi t) \end{bmatrix} \quad (5.24)$$

$$\begin{cases} \theta(t) = 3\left(\frac{\pi}{180}\right)\text{Sen}(4\pi t) \\ \beta(t) = 3\left(\frac{\pi}{180}\right)\text{Sen}(4\pi t) \\ \alpha(t) = 12\left(\frac{\pi}{180}\right)\text{Sen}(4\pi t) \end{cases} \quad (5.25)$$

O vetor posição do centro geométrico dos atuadores e esfera levitada é dado por:

$${}^a\mathbf{d}_a = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,75 \\ 0,10 \end{bmatrix} \quad (5.26)$$

Verifica-se na figura 5-51 que a simulação é interrompida (1,7 s), pois a esfera toca na superfície do atuador y. Conclui-se assim que quando o corpo no qual o sistema é montado realiza movimentos típicos de um míssil, o controlador utilizado neste trabalho não é capaz de manter a esfera levitando entre os atuadores.



**Fig 5-51: Resultado da simulação do sistema montado no míssil**

A rotação da esfera não é analisada para o míssil, pois ocorre contato desta com as superfícies dos atuadores.



## 6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES

Neste trabalho estudou-se um sistema constituído por esfera levitada por atuadores eletromagnéticos montados a um corpo que realizou movimentos prescritos correspondentes à diversos tipos de veículos.

Para tal, foi desenvolvido um modelo para o sistema, no qual se considerou:

- Equações não-lineares de força eletromagnéticas para a dinâmica da esfera levitada;
- Controlador PID independente aplicado para cada par de atuadores eletromagnéticos colineares. Os ganhos foram obtidos pelo método experimental da resposta em frequência desenvolvido por Ziegler-Nichols, a partir na linearização da equação dinâmica entre a esfera levitada e dois atuadores colineares;
- Inclusão de erros de medição nos sensores de posição, que medem o erro de posição entre as superfícies da esfera e os atuadores;
- Modelagem do torque eletromagnético decorrente da velocidade angular relativa entre o conjunto de atuadores eletromagnéticos e a esfera levitada; e
- Equações de Euler da esfera para verificar seu movimento angular.

Os parâmetros da esfera e atuador considerados nas simulações numéricas são oriundos de outros trabalhos que se valeram de testes realizados com bancada experimental.

Diversas simulações numéricas foram apresentadas no Capítulo 5 a partir da escolha de alguns movimentos típicos de veículos, como um VANT, uma embarcação, um dirigível, um ROV e um míssil.

Foram consideradas situações em que os veículos moviam-se com trepidações bem como executando curvas junto com seus movimentos de trepidações.

Nas simulações realizadas, observou-se que o sistema de controle é eficiente, ou seja, capaz de manter a esfera levitada entre os atuadores eletromagnéticos triaxiais sem que houvesse contato.

Porém, para o veículo que apresenta variação de posição muito rápida, o míssil, o sistema de controle não foi capaz de manter a esfera levitando entre os atuadores, uma vez que na simulação constatou-se o contato da esfera com a superfície de um atuador.

Em todos os casos simulados, o fluxo do campo magnético encontrado foi muito inferior ao máximo conforme Barrot (2008). Desta maneira os efeitos de histerese e saturação podem ser considerados desprezíveis e sendo razoáveis não incluí-los no modelo.

Quando o veículo (isto é, corpo no qual o sistema composto pela esfera e os atuadores) realizou movimentos sem curvas, porém com trepidações, constatou-se nas simulações que a esfera não sofreu rotações excessivas, podendo, assim, ser utilizada como referencial para a obtenção da orientação do veículo.

Entretanto, ao se fornecer uma velocidade angular inicial para a esfera, o desempenho do sistema melhorou significativamente, conforme se observou nas simulações, onde ocorreram menores variações nas componentes do vetor  $e$  (vetor normal fixo na esfera e paralelo ao eixo em torno do qual é fornecida a velocidade angular inicial para a esfera) no sistema de coordenadas solidário ao referencial inercial (eixo  $XYZ$ ).

Quando, além do movimento com trepidações, o veículo realiza uma curva foi constatado nas simulações que a esfera só funciona adequadamente como um referencial para obtenção da orientação do veículo se for fornecida à mesma uma velocidade angular inicial.

Nas simulações onde se forneceu velocidade angular inicial para a esfera, analisou-se o comportamento do sistema apenas durante o tempo em que a velocidade angular permanecia em valores altos (cerca de dez segundos), uma vez que, velocidade angular alta significa uma maior quantidade de movimento angular e menores variações das componentes do vetor  $e$  no sistema de coordenadas inerciais ( $XYZ$ ).

A redução da velocidade angular é causada principalmente pelos torques eletromagnéticos que surgem quando há velocidade angular relativa entre a esfera e os atuadores. Além disso, estes torques também causam alterações na direção do vetor  $e$  em relação ao referencial inercial.

Assim, caso o sistema tenha sido projetado para funcionar durante um período de tempo longo, seria necessário buscar a eliminação dos torques eletromagnéticos mencionados. Pode-se conseguir isso através do fornecimento de correntes elétricas

adicionais e defasadas entre si,  $i_{Def}$ , à cada atuador eletromagnético, conforme discutido no Capítulo 1 e nos trabalhos de Boletis (2005) e KIM et al. (2014).

Para dar continuidade a este trabalho sugere-se:

- Implementar outras técnicas de controle ao sistema estudado, principalmente controladores não lineares, pois além de serem mais eficientes, não requerem o uso de uma corrente elétrica *bias*. Isso permite se obter um menor campo magnético uniforme ( $B$ ), com isso, o torque eletromagnético decorrente da velocidade angular relativa entre a esfera e o conjunto de atuadores deverá ser reduzido, uma vez que este depende de  $B$ ;

- Verificar o desempenho do sistema quando, além da tensão elétrica *bias*,  $i_0$ , e de controle,  $i_{ctr}$ , são fornecidas tensões elétricas,  $i_{Def}$ , para cada atuador de modo a se minimizar os torques eletromagnéticos resultantes do fato de haver uma velocidade angular relativa entre a esfera e os atuadores;

- Verificar e analisar a influência do modelo dinâmico dos veículos sobre o dispositivo;

- Construção de um dispositivo experimental em uma bancada de testes para verificar a validade do modelo desenvolvido neste trabalho; e

- Verificar a viabilidade do sistema estudado para ser aplicado como base para câmeras de monitoramento para veículos aéreos, por exemplo. Neste caso, uma estrutura esférica oca contendo em seu interior uma câmera de alta resolução seria colocada para levitar entre atuadores eletromagnéticos triaxiais. Um controlador semelhante ao desenvolvido neste trabalho estabilizaria a posição desta câmera em relação ao movimento do veículo no qual este sistema é montado. Para isso, a partir da leitura da imagem obtida, seria necessário adicionar correntes elétricas defasadas aos atuadores,  $i_{Def}$ , que iriam dar origem à torques para direcionar a câmera para uma determinada área de interesse.

## 7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ARJUNAN, A.; RADHAKRISHNAN, K.; ARJUNAN, S. C. **Air Gap control of an Electromagnetically Levitated System**. International Journal of Engineering and Innovative Technology. Vol. 2, 2013.
- AWELEWA, A. A.; SAMUEL, I. A.; ADEMOLA, A.; IYIOLA, S. O. **An Undergraduate Control Tutorial on Root Locus-Based Magnetic Levitation System Stabilization**. International Journal of Engineering and Innovative Technology. Vol. 13, 2013.
- BARBOSA, L. F. W.; COSTA, F. E. D. F.; LUDWIG, G. O.; NASCIMENTO JR; C. L. **Controle analógico de um levitador magnético (MagLev) de simples construção e operação**. LAP-INP, IEE-ITA, São José dos Campos, SP.
- BARROT, F. **Acceleration and Inclination Sensors Based on Magnetic Levitation. Application in the Particular Case of Structural Health Monitoring in Civil Engineering**. DSc Thèse. Laboratoire de Systèmes Robotiques 1: Section de Microtechnique. École Polytechnique Fédérale de Lausanne. Lausanne, Switzerland, 2008.
- BEER, F. P.; JOHNSTON JR, E. R. **Mecânica Vetorial para Engenheiros – Dinâmica**. 9ª edição. São Paulo: Makron Books, 2011.
- BOLETIS, A. R. **High speed micromotor on a three axis active magnetic bearing**. DSc Thèse. Laboratoire de Systèmes Robotiques 1: Section de Microtechnique. École Polytechnique Fédérale de Lausanne. Lausanne, Switzerland, 2005.
- CASTRO, E. L.; MOLEN, G. M. V. D. **Submarine  $H_\infty$  depth control under wave disturbances**. IEEE transaction on control system technology. Vol. 3, Nr 3, 1995.
- CHEN, C. T. **Linear System Theory and Design**. Oxford. New York, USA, 2012.
- DIEGUEZ, J. P. P. **Métodos de calculo numérico**. IME. Rio de Janeiro, BRASIL, 2005.

- DORF, R. C.; BISHOP, R. H. **Sistemas de controle modernos**. LTC, Rio de Janeiro, Brasil, 2013.
- ÉCOLE POLYTECHNIQUE FEDERALE DE LAUSANNE. Boletis, A. R.; BARROT, F.; MOSER, R. **Three axis active magnetic levitation for inertial sensing systems**. US 7.252.001 B2, Sep. 2 2003, Aug. 7 2007.
- FRANKLIN, G. F.; POWELL, J. DA; NAEINI; A. E. **Feedback Control of Dynamics Systems**. Stanford. New York, USA, 2014.
- FOSSEN, I. T. **Marine control system: guidance, navigation and control of ships, rigs and underwater vehicles**. Marine cybernetics. Trondheim Norway, 2002.
- GREENWOOD, D. T. **Principles of dynamics**. Prentice Hall, Inc.. Canada, 1965.
- GRUZMAN, M.; SANTOS, I. F. **Vibration control of a flexible structure with electromagnetic actuators**. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering. Brazil, Rio de Janeiro, 2015.
- GRUZMAN, M. **Sistema de acompanhamento de alvos montado em um corpo em movimento**. Tese de Doutorado. Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, Brasil, 2011.
- GRUZMAN, M. **Simulação de giroscópico de suspensão cardânica com dois graus de liberdade**. Dissertação de mestrado. Seção de Engenharia Mecânica e de Materiais, Instituto Militar de Engenharia. Rio de Janeiro, Brasil, 2003.
- GUDE, J. J.; KAHORAHO, E. **Kappa-tau type PI tuning rules for specified robust levels**. IFAC - Conference on Advances in PID Control. Brescia, Italy. March, 2012.
- HAUG, E. J. **Computer Aided Kinematics and Dynamics of Mechanical Systems**, Allyn and Bacon Series of engineering, Massachusetts, 1989.
- IWAKURA, A.; TSUDA, S.; TSUDA, Y. **Feasibility Sudy on Three Dimensional Reaction Wheel**. Proceedings of the School of Engineering Tokai University. Vol. XXXIII, 2008.

- JAZAR, R. N. **Vehicle Dynamics: Theory and Application**. Springer, 2013.
- JIANGUO, X.; XIA, C.; LI, H.; SHI, TINGNA. **A novel orientation measurement using optical sensor for epherical motor**. Science China: Technological Sciences. Vol. 56, 2013.
- KAILATH, T. **Linear Systems**. Prentice-Hall, 1980.
- KIM, D.; YOON, H.; KANG, W.; KING, Y.; CHOI, H. **Development of a spherical reaction wheel actuator using electromagnetic induction**. Aerospace Science and Tecnology, pag. 86-94, 2014.
- LEE, M. A. **A system engineering approach for unmanned aerial vehicle system development with autonomous and ground tracking capability**. Doctor Philosophy Dissertation. National Cheng Kung University. Tainan, Taiwan, 2007.
- LÖSCH, F. **Identification and automated controller design for active magnetic bearing systems**. Doctor of Technical Sciences Dissertation. Swiss Federal Institute of Technology. Zurich, Switzerland, 2002.
- NABATI, E. G.; ENGELL, S. **Online Adaptive Robust Tuning of PID Parameters**. IFAC - Conference on Advances in PID Control. Brescia, Italy. March, 2012.
- OGATA, K. **Engenharia de Controle Moderno**. 5ª Ed., Prentice Hall. São Paulo, Brasil, 2011.
- SANTOS, I. F. **Dinâmica de sistemas mecânicos: modelagem – simulação – visualização - verificação**. 1ª Ed., Makron books Ltda. São Paulo, Brasil, 2001.
- SHIRASAWA, Y.; TSUDA, Y. **System performance analysis of three dimensional reaction wheel for the attitude control of microsattellites**. Japan Society for Aeronautical and Space Sciences and ISTS, pag. 105-110, 2008.
- SCHWEITZER, G.; BLEULER, H.; TRAXLER, A. **Active Magnetic Bearings: Basics, Properties and Applications of Active Magnetic Bearing**. Vdf Hochschulverlag AG an der ETH. Zurich, Switzerland, 1994.

SCHWEITZER, G.; MASLEN, E; BLEULER, H.; COLE, M.; KEOGH, P.; LARSONNEUR, R.; NORDMANN, R.; OKADA, Y.; TRAXLER, A. **Magnetic Bearings: Theory, Design and Application to Rotating Machinery**. Springer. New York, USA, 2009.

SKILLING, H. H. **Electromechanics: A First Course in Electromechanical Energy Conversion**. John Wiley and Sons, Inc. New York, USA, 1962.

STEPHAN, R. M.; PINTO, F. A. N. C.; GOMES, A. C. D. N.; SANTISTEBAN, J. A.; SALAZAR, A. O. **Mancais Magnéticos: Mecatrônica sem atrito**. Ciência Moderna Ltda. Rio de Janeiro, Brasil, 2013.

TENENBAUM, R. A. **Fundamentals of Applied Dynamics**. Springer. New York, USA, 2004.

VALDOVINOS, L. G. G.; JIMÉNEZ, T. S.; SÁNCHEZ, M. B.; BALANZAR, L. N.; ALVARADO, R. H.; LEDESMA, J. A. C. **Modelling, design and robust control of a remotely operated underwater vehicle**. International Journal of advanced robotic systems, 2014.

VALLE, R. C.; MENEGALDO, L. L.; SIMÕES, A. M. **Smoothly Gain-Scheduled Control of a Tri-Turbofan Airship**. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*. Vol. 38, Nr 1, 2015.

VISIOLI, A. **Practical PID Control**. Springer. New York, USA, 2006.