

**MINISTÉRIO DA DEFESA**  
**EXÉRCITO BRASILEIRO**  
**DEPARTAMENTO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA**  
**INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA**  
(Real Academia de Artilharia Fortificação e Desenho - 1792)  
**CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA E DE AUTOMÓVEIS**

**ANA CATARINA ROCHA GREY DE LIMA**

**ANTONIO VINICIUS DE SOUZA ALVES**

**PABLO FREITAS BRITTO**

**USO DE ASSENTOS PARA REDUÇÃO DOS MOVIMENTOS OSCILATÓRIOS**  
**DOS PASSAGEIROS DE UM VEÍCULO TERRESTRE**

**Rio de Janeiro**  
**2016**

**INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA**

**ANA CATARINA ROCHA GREY DE LIMA**

**ANTONIO VINICIUS DE SOUZA ALVES**

**PABLO FREITAS BRITTO**

**USO DE ASSENTOS PARA REDUÇÃO DOS MOVIMENTOS OSCILATÓRIOS  
DOS PASSAGEIROS DE UM VEÍCULO TERRESTRE**

Trabalho apresentado ao Curso de Engenharia Mecânica e de Automóvel do Instituto Militar de Engenharia como requisito parcial de obtenção de grau da disciplina de Projeto Final de Curso.

Orientador: Prof. Maurício Gruzman - D. Sc.

Rio de Janeiro

**2016**

c2016

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

Praça General Tibúrcio, 80 – Praia Vermelha

Rio de Janeiro – RJ CEP: 22290-270

Este exemplar é de propriedade do Instituto Militar de Engenharia, que poderá incluí-lo em base de dados, armazenar em computador, microfilmар ou adotar qualquer forma de arquivamento.

É permitida a menção, reprodução parcial ou integral e a transmissão entre bibliotecas deste trabalho, sem modificação de seu texto, em qualquer meio que esteja ou venha a ser fixado, para pesquisa acadêmica, comentários e citações, desde que sem finalidade comercial e que seja feita a referência bibliográfica completa.

Os conceitos expressos neste trabalho são de responsabilidade do(s) autor(es) e do(s) orientador(es).

629.04 Lima, Ana Catarina Rocha Grey

L732u

Uso de assentos para redução dos movimentos oscilatórios dos passageiros de um veículo terrestre / Ana Catarina Rocha Grey de Lima, Antonio Vinicius de Souza Alves, Pablo Freitas Britto; orientados por Maurício Gruzman – Rio de Janeiro: Instituto Militar de Engenharia, 2016.

67p. : il.

Projeto de Fim de Curso (PROFIC) – Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2016.

1. Curso de Engenharia Mecânica e de Automóvel – Projeto de Fim de Curso. 2. Suspensão de assento. 3. Dinâmica veicular. 4. Modelo biodinâmico. 5. Resposta biodinâmica. I. Alves, Antonio Vinicius de Souza. II. Britto, Pablo Freitas. III. Gruzman, Maurício. IV. Título. V. Instituto Militar de Engenharia.

**INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA**

**ANA CATARINA ROCHA GREY DE LIMA**

**ANTONIO VINICIUS DE SOUZA ALVES**

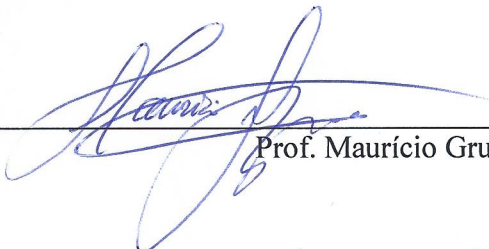
**PABLO FREITAS BRITTO**

**USO DE ASSENTOS PARA REDUÇÃO DOS MOVIMENTOS OSCILATÓRIOS  
DOS PASSAGEIROS DE UM VEÍCULO TERRESTRE**

Projeto Final de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia Mecânica e de Automóvel do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica e de Automóvel.

Orientador: Prof. Maurício Gruzman - D. Sc.

Aprovado em 27 de setembro de 2016 pela seguinte Banca Examinadora:

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Maurício Gruzman – D. Sc. do IME

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Ricardo Teixeira de Costa Neto – D. Sc. do IME

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Elias Dias Rossi Lopes – M. Sc. do IME

Rio de Janeiro

2016

## RESUMO

Neste trabalho é elaborado um modelo computacional para o estudo das vibrações às quais passageiros no interior de um veículo são submetidos. Com o modelo implementado, analisa-se e compara-se as possíveis estratégias (passivas e/ou ativas) para minimizar tais vibrações. É utilizado um modelo de  $1/2$  carro na modelagem do sistema, que é composto de uma suspensão passiva, com mola e amortecedor. São cinco etapas analisadas no trabalho e a cada etapa é inserido no sistema um componente para redução de vibrações. A primeira etapa analisada consta apenas da suspensão do veículo, com o assento conectado diretamente ao chassi para fins de simulação. A segunda etapa adiciona ao sistema uma almofada, colocada no assento. A terceira, inclui no sistema anterior um conjunto de mola e amortecedor, colocado entre o assento e o chassi. Na quarta etapa incorpora-se um absorvedor dinâmico de vibrações montado no assento. A quinta e última etapa insere um atuador, com um controlador proporcional.

São vistos os princípios de vibrações, métodos de análise, modelos biodinâmicos utilizados, além das respostas no tempo do sistema.

São feitas simulações com dois modelos de pista: pista com lombada senoidal e pista com perfil senoidal. Os resultados são apresentados e comparados de forma a verificar a eficiência de cada método proposto para redução dos efeitos das vibrações no passageiro.

## ABSTRACT

In this work a computer model was developed to study the vibration to which passengers inside a vehicle are submitted. With the implemented model, possible strategies (passive and/or active) are studied to minimize these vibrations. A model of  $1/2$  vehicle is used for modeling the system, which is composed of a passive suspension, with spring and damper. The work is divided into five stages and on each stage a component to reduce vibration is inserted in the system. The first stage contains only the vehicle suspension and the seat is connected directly to the chassis, for purposes of simulation. The second stage adds a cushion that is put on the seat. The third stage includes also a set of damper and spring, fixated between the seat and the chassis. In the fourth stage, a dynamic absorber is incorporated in the system mounted on the seat. The fifth and last stage consists on adding a controlled actuator, using proportional controlling.

The principles of vibration, methods of analysis and biodynamic models are revised, as well as the response of the system in time.

Simulations are conducted using two models of road: with a sinusoidal bump and with a sinusoidal profile. The results are presented and compared to verify the efficiency of each method proposed for the reduction of vibrations on the passenger.

# SUMÁRIO

RESUMO .....	i
ABSTRACT .....	ii
LISTA DE ILUSTRAÇÕES .....	3
LISTA DE TABELAS .....	5
<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>6</b>
1.1 Objetivo .....	6
1.2 Motivação para o Tema .....	6
<b>2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>8</b>
2.1 Assentos com suspensão.....	8
2.1.1 Suspensão Ativa .....	9
2.2 Modelo Biodinâmico do Motorista .....	10
2.3 Absorvedor Dinâmico .....	17
<b>3 METODOLOGIA.....</b>	<b>19</b>
3.1 Modelagem Matemática do Veículo .....	19
3.2 Modelo Biodinâmico do Passageiro .....	21
3.3 Modelagem da Pista .....	22
3.3.1 Pista com uma Lombada Senoidal .....	22
3.3.2 Pista com Perfil Senoidal.....	23
3.4 Modelagem dos Sistemas Dinâmicos Assento e Veículo.....	24
3.5 Otimização do ADV de três elementos .....	28
3.6 Motor Elétrico de Corrente Contínua .....	31
3.7 Controlador.....	32
<b>4 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS.....</b>	<b>34</b>

<b>5</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES .....</b>	<b>36</b>
5.1	Simulação com a Pista Lombada.....	36
5.2	Simulação com a Pista de Perfil Senoidal .....	38
5.2.1	Deslocamentos relativos ao corpo humano .....	38
5.2.2	Acelerações do corpo humano.....	40
5.2.3	Forças transmitidas ao solo .....	51
5.2.4	Posições do CG do chassi, do eixo dianteiro e do eixo traseiro .....	53
<b>6</b>	<b>CONCLUSÃO E SUGESTÕES .....</b>	<b>55</b>
<b>7</b>	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>57</b>
<b>8</b>	<b>ANEXOS .....</b>	<b>60</b>
8.1	Equações Diferenciais de Movimento.....	60
8.1.1	Modelo 1.....	60
8.1.2	Modelo 2.....	62
8.1.3	Modelo 3.....	62
8.1.4	Modelo 4.....	64
8.1.5	Modelo V.....	67



## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIG. 2.1 – Modelo massa-mola-amortecedor 1 GDL de Coermann (Coermann, 1962).....	11
FIG. 2.2 – Modelo massa-mola-amortecedor 3 GDL de Suggs et al. (Suggs et al., 1969).....	12
FIG. 2.3 – Modelo massa-mola-amortecedor 2 GDL de Muksian e Nash (Muksian e Nash, 1976).....	12
FIG. 2.4 – Modelo massa-mola-amortecedor 7 GDL de Patil et al. (Patil et al., 1977).....	13
FIG. 2.5 – Modelo massa-mola-amortecedor 4 GDL de Boileau et al. (Boileau et al., 1998)	13
FIG. 2.6 – Simulador de vibração veicular (Boileau et al., 1998) .....	14
FIG. 2.7 – Modelo massa-mola-amortecedor 1 GDL de Wei e Griffin (Wei e Griffin, 1998)	14
FIG. 2.8 – Modelo massa-mola-amortecedor 2 GDL de Wei e Griffin (Wei e Griffin, 1998)	15
FIG. 2.9 – Modelo massa-mola-amortecedor 4 GDL de Wan e Schimmels (Wan e Schimmels, 1995).....	15
FIG. 2.10 – ADV tipo Voigt (Ormondroyd e Den Hartog, 1928).....	18
FIG. 2.11 – ADV de três elementos (Asami e Nishihara, 1999).....	18
FIG. 3.1 – Modelo de Vibração de um Automóvel (Jazar, 2014).....	19
FIG. 3.2 – Modelo ½ Automóvel (Jazar, 2014) .....	20
FIG. 3.3 – Modelo Biodinâmico de uma Pessoa Sentada (Abbas et al., 2013) .....	21
FIG. 3.4 – Veículo se deslocando numa pista com uma lombada (Gruzman, 2014).....	22
FIG. 3.5 – Modelo de Lombada Senoidal (Macedo, 2012).....	22
FIG. 3.6 – Veículo se deslocando numa pista senoidal (Gruzman, 2014) .....	23
FIG. 3.7 – Modelo 1 (Wael Abbas et al., 2013).....	24
FIG. 3.8 – Modelo 2 (Wael Abbas et al., 2013).....	25
FIG. 3.9 – Modelo 3 (Wael Abbas et al., 2013).....	26
FIG. 3.10 – Modelo 4 (Wael Abbas et al., 2013).....	27
FIG. 3.11 – Modelo do Sistema Ativo (Weichao Sun et al., 2010) .....	28
FIG. 3.12 – Modelo 5 (Wael Abbas et al., 2013).....	28
FIG. 3.13 - Absorvedor Dinâmico de Vibração de três elementos e massa <b>ma</b> .....	29
FIG. 3.14 – Conjunto motor elétrico e cremalheira fixado ao chassi do veículo.....	31
FIG. 3.15 – Diagrama de corpo para o atuador .....	33
FIG. 3.16 – Reação da força proveniente do atuador .....	33
FIG. 5.1 – Aceleração da cabeça para um veículo passando sobre uma lombada a 20 km/h ..	37
FIG. 5.2 – Aceleração do tronco superior para um veículo passando sobre uma lombada a 20 km/h.....	37
FIG. 5.3 – Picos de aceleração referentes às excitações dos eixos dianteiro e traseiro .....	38
FIG. 5.4 – Evolução do deslocamento relativo entre a cabeça e o tronco superior .....	39
FIG. 5.5 – Evolução do deslocamento relativo entre o tronco superior e as coxas.....	39
FIG. 5.6 – Evolução do deslocamento relativo entre os troncos superior e inferior.....	39
FIG. 5.7 – Evolução do deslocamento relativo entre o tronco inferior e as coxas.....	40
FIG. 5.8 – Aceleração da cabeça para um veículo trafegando a 20 km/h em uma pista de perfil senoidal.....	41

FIG. 5.9 – Aceleração do tronco superior para um veículo trafegando a 20 km/h em uma pista de perfil senoidal .....	41
FIG. 5.10 – Deslocamento do banco do motorista para um veículo trafegando a 20 km/h por uma pista de perfil senoidal.....	42
FIG. 5.11 – Aceleração da cabeça para um veículo trafegando a 20 km/h em uma pista de perfil senoidal para os modelos 3, 4 e 5 .....	42
FIG. 5.12 – Aceleração do banco para um veículo trafegando a 20 km/h em uma pista de perfil senoidal para os modelos 3, 4 e 5 .....	43
FIG. 5.13 – Aceleração da cabeça para um veículo trafegando a 40 km/h em uma pista de perfil senoidal.....	44
FIG. 5.14 – Aceleração do tronco superior para um veículo trafegando a 40 km/h em uma pista de perfil senoidal.....	44
FIG. 5.15 – Deslocamento do banco do motorista para um veículo trafegando a 40 km/h por uma pista de perfil senoidal.....	45
FIG. 5.16 – Aceleração da cabeça para um veículo trafegando a 40 km/h em uma pista de perfil senoidal para os modelos 2, 3, 4 e 5 .....	45
FIG. 5.17 – Aceleração do banco para um veículo trafegando a 40 km/h em uma pista de perfil senoidal para os modelos 2, 3, 4 e 5 .....	46
FIG. 5.18 – Aceleração da cabeça para um veículo trafegando a 60 km/h em uma pista de perfil senoidal.....	46
FIG. 5.19 – Aceleração do tronco superior para um veículo trafegando a 60 km/h em uma pista de perfil senoidal.....	47
FIG. 5.20 – Deslocamento do banco do motorista para um veículo trafegando a 60 km/h por uma pista de perfil senoidal.....	47
FIG. 5.21 – Aceleração da cabeça para um veículo trafegando a 60 km/h em uma pista de perfil senoidal para os modelos 3, 4 e 5 .....	48
FIG. 5.22 – Aceleração do banco para um veículo trafegando a 60 km/h em uma pista de perfil senoidal para os modelos 2, 3, 4 e 5 .....	48
FIG. 5.23 – Aceleração cabeça para o modelo 3 com assento rígido e com assento acolchoado a 20km/h.....	49
FIG. 5.24 – Aceleração cabeça para o modelo 3 com assento rígido e com assento acolchoado a 40km/h.....	50
FIG. 5.25 – Aceleração cabeça para o modelo 3 com assento rígido e com assento acolchoado a 60km/h.....	50
FIG. 5.26 – Força Transmitida ao solo para uma velocidade de 20 km/h .....	51
FIG. 5.27 – Força Transmitida ao solo para uma velocidade de 40 km.....	52
FIG. 5.28 – Força Transmitida ao solo para uma velocidade de 60 km/h .....	52
FIG. 5.29 – Posições do CG do chassi e dos eixos para uma velocidade igual a 20 km/h .....	53
FIG. 5.30 – Posições do CG do chassi e dos eixos para uma velocidade igual a 40 km/h .....	53
FIG. 5.31 – Posições do CG do chassi e dos eixos para uma velocidade igual a 60 km/h .....	54
FIG. 6.1 – Amortecedor com fluido eletroreológico.....	56
FIG. 6.2 – Projeto de um atuador para suspensão ativa .....	56

## LISTA DE TABELAS

TAB. 2.1 – Parâmetros Biomecânicos dos modelos propostos (Liang e Chiang, 2006) .....	16
TAB. 3.1 – Parâmetros do modelo de ½ Automóvel (Abbas <i>et al.</i> , 2013) .....	20
TAB. 3.2 – Parâmetros biodinâmicos do modelo (Liang e Chiang, 2006) .....	22
TAB. 3.3 – Parâmetros do absorvedor dinâmico de três elementos .....	27
TAB. 3.4 – Especificações técnicas do motor elétrico de corrente contínua Lenze MGFRK 090-22.....	31
TAB. 4.1 – Parâmetros dos Modelos de Pista.....	34
TAB. 4.2 – Parâmetros do Veículo .....	35
TAB. 4.3 – Parâmetros do Modelo Biodinâmico.....	35
TAB. 4.4 – Parâmetros do Motor Elétrico .....	35
TAB. 5.1 – Frequências de ressonância do sistema .....	49
TAB. 6.1 – Diferença relativa entre cada modelo e o modelo seguinte.....	55

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Objetivo

Desde o momento em que é dada a partida em um veículo, os diferentes tipos de vibrações já começam a ocorrer, devido a componentes do automóvel que giram, excitações de base proporcionadas pela rugosidade e, principalmente, pelas irregularidades da pista em contato com os pneus, perceptíveis ou não perceptíveis ao ser humano.

O trabalho está inserido no estudo das vibrações oriundas das excitações de base que são transmitidas ao passageiro e as possíveis maneiras de reduzi-las. O objetivo é a comparação de sistemas redutores de vibrações para o assento do motorista, de forma a identificar a melhor resposta às excitações de base provocadas no veículo. Nesse caso, procura-se reduzir as acelerações verificadas no tronco e cabeça do modelo de motorista, utilizando métodos passivos e ativos para redução de vibrações.

## 1.2 Motivação para o Tema

Vivemos em uma sociedade de crescente mobilidade. A facilidade de transporte que desfrutamos torna os trajetos mais curtos e continua a fazer o mundo um lugar menor e mais acessível. O automóvel existe há mais de um século, de forma que progressos foram feitos e podemos desfrutar de carros cada vez mais confortáveis e agradáveis. Um fenômeno importante a ser estudado nessa evolução são as vibrações transmitidas pela pista e que chegam no passageiro passando pelo chassi e pelo assento. Essas vibrações, associadas com um tempo prolongado sentado, são o maior fator de risco para dores nas costas e lombar, afetando a saúde mental e física de motoristas e passageiros, além de reduzir sua eficiência no trabalho (Sun et al., 2010).

A Segurança veicular é o resultado de um projeto harmonioso da suspensão, direção e sistema de freios, e reflete no comportamento dinâmico do veículo, enquanto o conforto veicular depende da capacidade em manter o *stress* fisiológico dos ocupantes do veículo o

menor possível, reduzindo vibrações, ruídos e mantendo as condições climáticas adequadas (Fischer e Isermann, 2004). Porém, esses dois conceitos estão intimamente conectados, reduzir o *stress* do motorista é considerado um importante fator na redução de acidentes no trânsito (Bosch, 1996).

Dessa forma, sabendo que vibração é um fenômeno que pode ser reduzido na dinâmica do veículo, medidas devem ser estudadas nesse sentido. Na análise das vibrações originadas por excitações de base considera-se o sistema de suspensão veicular juntamente com o material dos pneus como o primeiro meio de isolar os passageiros de tais vibrações.

No entanto, o projeto de uma suspensão automotiva é sempre um compromisso entre o conforto durante a condução do veículo e a dirigibilidade do mesmo. Uma suspensão mais macia com baixo amortecimento resulta em bom conforto para o passageiro, enquanto que uma suspensão mais rígida com maior amortecimento é desejável para se obter um menor tempo de resposta e melhor dirigibilidade.

Uma boa maneira de sanar esse impasse é usar métodos de atenuação da transmissão de vibrações através do próprio assento dos passageiros, e é neste ponto que este trabalho tem seu foco.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 Assentos com suspensão

Suspensões de assento desempenham um papel significativo na redução das acelerações no motorista durante a condução do veículo. De forma geral, o controle de vibrações por meio de suspensão no assento pode ser classificado de três maneiras: os sistemas passivos, os ativos e os semiativos.

Os sistemas passivos consistem em um membro resiliente (rigidez) e um dissipador de energia (amortecedor) com características fixas. Esse conjunto pode ser colocado no assento na forma de uma espuma ou pela introdução de uma suspensão sob o assento. A maioria dos trabalhos desenvolvidos que utilizam sistemas passivos têm como principal objetivo a otimização dos parâmetros de rigidez e amortecimento (Du et al., 2013). Embora estes sistemas ofereçam simplicidade e baixo custo, possuem muitas desvantagens: causam amplificação das vibrações para frequências próximas à frequência natural de ressonância do sistema e possuem limitações significativas para faixas de frequência muito variadas.

Com o desenvolvimento dos amortecedores eletroreológicos e magnetoreológicos, é possível a utilização de suspensões semiativas. Nesses amortecedores são utilizados fluidos que têm sua viscosidade variada com a aplicação de um campo elétrico ou magnético, respectivamente (Ata, 2014). Dessa forma, podem fornecer parâmetros variáveis de amortecimento sem que haja um gasto de energia tão grande. É possível atingir um desempenho satisfatório com a utilização dos sistemas de suspensão semiativos (Maciejewski e Krzyzynski, 2011), motivando a atenção à esse tema na literatura (Nguyen et al., 2013; Dong et al., 2009; Du et al., 2005). Este tipo de sistema, no entanto, não é utilizado no presente trabalho.

Dentre todos os tipos de sistema apresentados, o que costuma oferecer melhor desempenho na atenuação das vibrações é o sistema ativo (Du et al., 2013). No sistema ativo, um atuador aplica uma força independente como parte da suspensão ativa, de forma a equilibrar as forças produzidas pela excitação de base e transmitidas ao assento. As informações colhidas pelos sensores instalados no assento são enviadas para um controlador

em tempo real que calcula a magnitude de tal força que precisa ser aplicada pelo atuador. O cálculo da força é realizado usando diferentes algoritmos de forma a responder melhor às fontes de distúrbio, tais como o algoritmo genético (Abbas *et al.*) ou do tipo NFC (*Neuro-Fuzzy Controller*). Os estudos sobre este tipo de sistema focam, em sua maioria, no desenvolvimento de estratégias de controle avançadas, ou na aplicação de diferentes tipos de atuadores, considerando problemas como: saturação do atuador, variação de carga, atraso e confiabilidade.

Embora sistemas ativos provêm alta performance de controle numa ampla faixa de frequência, existem desvantagens: grande energia requerida e alto custo de fabricação e operação (Nguyen *et al.*, 2013).

Utilizam-se neste trabalho sistemas passivos e sistemas que combinam técnicas passivas e ativas.

### 2.1.1 Suspensão Ativa

Dos três principais tipos de suspensão de assento (passiva, semiativa e ativa) a suspensão ativa é a que possui melhores resultados para o objetivo de reduzir a transmissão de vibrações aos ocupantes de veículos. A otimização da rigidez e do amortecimento foi estudada para os assentos passivos que são eficazes apenas em uma determinada faixa de frequência e não possuem uma linha de realimentação para que a suspensão possa se adaptar a necessidade do sistema a cada instante, além da possibilidade de aumentar a vibração dependendo das vibrações naturais do sistema. De um modo geral, quanto menor a rigidez da mola melhor o conforto proporcionado aos ocupantes durante a condução, porém, resulta em aumento no curso da suspensão e assim um aumento nas vibrações transmitidas em baixa frequência. O curso total da suspensão deve ser limitado pela geometria do componente montado no automóvel e o espaço disponível entre o assento e o chassi. Diferentes abordagens foram propostas para superar esse problema. Estudos de rigidez não-linear como o realizado por Wan e Schimmels (2003) e estruturas de rigidez negativa como o apresentado por Le e Ahn (2011) para suspensões de assentos passivas têm sido realizados e mostram que existe uma troca entre o conforto e a transmissibilidade de vibrações em baixa frequência.

Nos últimos anos, pesquisas foram realizadas com respeito a assentos que utilizam suspensão semiativa. Suspensões que utilizam amortecedor com fluido eletroreológico (fluido capaz alterar suas propriedades quando submetidos a um campo elétrico) e amortecedor com fluido magnetoreológico (fluido capaz alterar suas propriedades quando submetidos a um campo magnético) foram propostos. Elastômeros magnetoreológicos (MRE) foram introduzidos na suspensão de assento por Du, Li e Zhang (2011). Sun et al. (2015) propôs um isolador a base de MRE para a redução da vibração em movimentos horizontais de um assento de veículo. Hiemenz et al. (2008) aplica amortecedores magnetoreológicos em assentos de helicópteros para aumento do conforto dos ocupantes.

Por outro lado, é amplamente aceito que suspensões ativas são a maneira mais eficaz de melhorar o conforto na condução e por este motivo vem ganhando muita atenção nos últimos anos. Várias configurações de assento ativo com diversos atuadores têm sido propostas. Uma suspensão de assento ativa com dois atuadores eletromagnéticos lineares foi desenvolvida e construída por Gan, Hillis e Darling (2015). Uma suspensão de assento ativa consistindo de um amortecedor hidráulico e uma mola à ar comprimidos controlada é estudada em Maciejewski, Meyer e Krzyzynski (2010). Kawana e Shimogo (1998) utilizam um servomotor elétrico com um mecanismo de parafuso como atuador. Um isolador de vibração pneumático ativo foi aplicado em estruturas com rigidez negativa por Ahn (2014). Uma opção de atuador com custo menor e controle simplificado é o motor elétrico de corrente contínua como o utilizado por Ning (2016).

## 2.2 Modelo Biodinâmico do Motorista

O corpo humano é um sistema dinâmico complexo cujas propriedades mecânicas variam instante a instante e de um indivíduo a outro. Nas últimas décadas, diversos modelos matemáticos foram desenvolvidos com base em dados experimentais, de forma a descrever a resposta biodinâmica de uma pessoa quando exposta a vibrações. Griffin (2001) lista alguma das possíveis aplicações para um modelo do comportamento dinâmico do corpo:

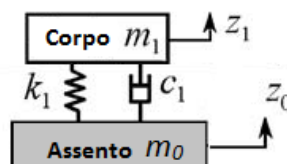
- a) Melhor entendimento de como o corpo se movimenta;



- b) Prever a influência de diferentes parâmetros que afetam as respostas biodinâmicas;
- c) Prover um método conveniente de resumir os dados biodinâmicos experimentais médios;
- d) Prever movimentos e forças causados pelas inúmeras situações possíveis, normalmente pouco práticas para determinações experimentais;
- e) Prever movimentos e forças causados por situações perigosas de serem determinadas experimentalmente;
- f) Fornecer informações necessárias para a otimização de outros sistemas acoplados ao corpo;
- g) Determinar as condições-padrão de impedância em sistemas de testes de vibração para pessoas.

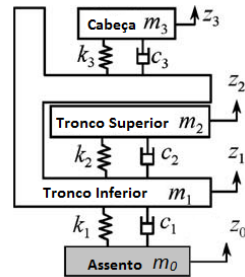
Há três modelagens possíveis para o corpo humano: modelagem massa-mola-amortecedor, modelagem por elementos finitos, e modelagem por multicorpos. Somente a primeira modelagem está presente neste trabalho.

A modelagem massa-mola-amortecedor considera o corpo humano como diversas massas concentradas e interconectadas por molas e amortecedores. Este tipo de modelo é mais simples de analisar, porém sendo limitado a uma análise unidirecional. Diversos autores desenvolveram seus próprios modelos do corpo humano com base em dados experimentais. Coermann (1962) mediu as impedâncias mecânicas para uma pessoa sentada ereta e em pé, e sugeriu um modelo com um grau de liberdade (GDL), ilustrado na FIG. 2.1.



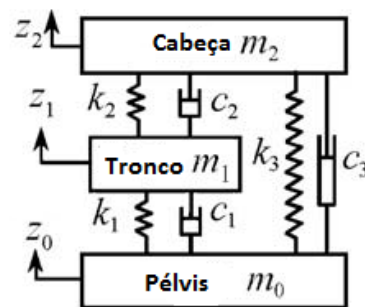
**FIG. 2.1 – Modelo massa-mola-amortecedor 1 GDL de Coermann (Coermann, 1962)**

Suggs et al. (1969) desenvolveu um modelo com 3 GDL, ilustrado na FIG. 2.2, baseado em medidas usando um simulador mecânico de forma a analisar a dinâmica de um corpo humano sentado e submetido a vibrações verticais.



**FIG. 2.2 – Modelo massa-mola-amortecedor 3 GDL de Suggs et al. (Suggs et al., 1969)**

Muksian e Nash (1974, 1976) propuseram, respectivamente, modelos de seis e dois GDL para estudar as respostas biodinâmicas de uma pessoa sentada, sendo utilizado em ambos os estudos molas e amortecedores não lineares para modelar as propriedades físicas do corpo humano. Eles chegaram à conclusão de que os coeficientes de amortecimento podem variar com a frequência de excitação. A FIG. 2.3 ilustra o modelo de dois GDL de Muksian e Nash, sendo que a massa  $m_0$  que representa a pélvis está rigidamente em contato com o assento.



**FIG. 2.3 – Modelo massa-mola-amortecedor 2 GDL de Muksian e Nash (Muksian e Nash, 1976)**

Patil et al. (1977, 1978), Patil e Palanachamy (1988) modificaram o modelo de seis GDL proposto por Muksian e Nash e propuseram um novo modelo, ilustrado na FIG. 2.4, adicionando um novo conjunto mola e amortecedor debaixo da pélvis, desconsiderando, entretanto, as forças internas no corpo.

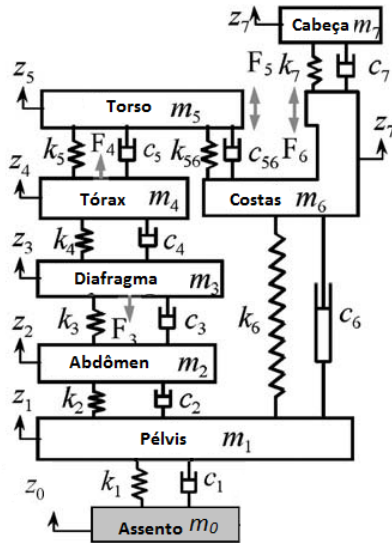


FIG. 2.4 – Modelo massa-mola-amortecedor 7 GDL de Patil et al. (Patil et al., 1977)

Boileau et al. (1998) utilizaram um procedimento de otimização para estabelecer um modelo de quatro GDL, ilustrado na FIG. 2.5, baseado em dados experimentais. Este modelo difere dos demais, pois embora diversos pesquisadores analisassem a transmissibilidade do assento à cabeça e a impedância mecânica do motorista para estimar os parâmetros do modelo, nenhum deles procurou que, tanto a amplitude quanto a fase, de ambas as medições, fossem satisfeitas simultaneamente. A FIG. 2.6 ilustra o simulador utilizado por Boileau et al. para realizar as medidas de impedância mecânica para uma dada posição do motorista.

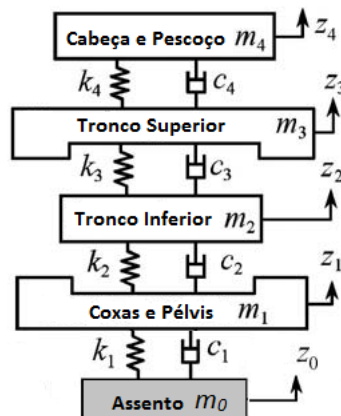
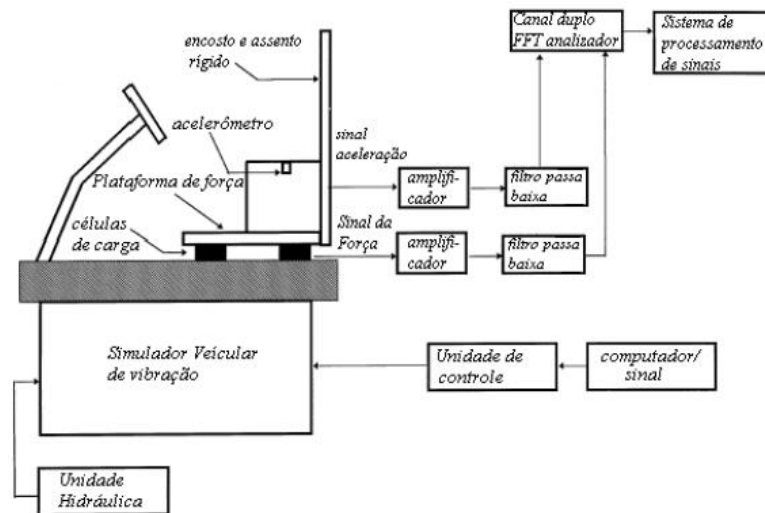
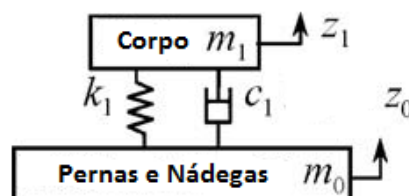


FIG. 2.5 – Modelo massa-mola-amortecedor 4 GDL de Boileau et al. (Boileau et al., 1998)

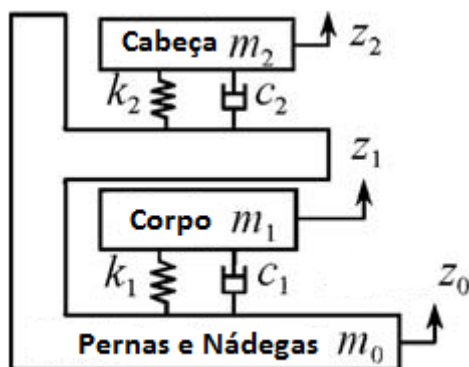


**FIG. 2.6 – Simulador de vibração veicular (Boileau et al., 1998)**

Wei e Griffin (1998) utilizam modelos de um e dois GDL para a estudar a transmissibilidade do assento, sendo que o segundo possui a mesma forma que o modelo utilizado na ISO 5982, mas com massas, rigidezes e amortecimentos distintos. Os parâmetros do modelo são determinados a partir das medidas da massa aparente, razão entre a força e a aceleração, por meio de ajuste de curva. Eles concluem que o modelo de um GDL pode refletir satisfatoriamente as características dinâmicas do corpo humano a baixas frequências e podem ser utilizados para prever a transmissibilidade do assento durante a ressonância do mesmo, geralmente em torno de 3 a 5 Hz. Entretanto, o modelo de dois GDL possibilita melhores previsões da transmissibilidade do assento, visto que ele consegue prever a segunda frequência de ressonância, na faixa de 8 Hz em ensaios de transmissibilidade, e podem fornecer importantes previsões da transmissibilidade para frequências maiores que 25 Hz. As FIG. 2.7 e FIG. 2.8 ilustram, respectivamente, os modelos de um e dois GDL, sendo a massa  $m_0$  que representa as pernas e nádegas está rigidamente conectada ao assento.

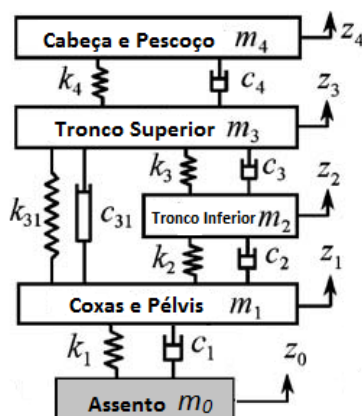


**FIG. 2.7 – Modelo massa-mola-amortecedor 1 GDL de Wei e Griffin (Wei e Griffin, 1998)**



**FIG. 2.8 – Modelo massa-mola-amortecedor 2 GDL de Wei e Griffin (Wei e Griffin, 1998)**

Wan e Schimmels (1995) desenvolveram um modelo de quatro GDL projetado para analisar a resposta biodinâmica de uma pessoa sentada submetida a vibrações verticais com amplitude de aceleração de até  $5 \text{ m/s}^2$ . A FIG. 2.9 ilustra o modelo de Wan e Schimmels.



**FIG. 2.9 – Modelo massa-mola-amortecedor 4 GDL de Wan e Schimmels (Wan e Schimmels, 1995)**

Liang e Chiang (2006), e Abbas et al. (2010) analisaram, respectivamente, para onze e para três modelos biodinâmicos, as seguintes respostas biodinâmicas de uma pessoa sentada: a transmissibilidade, a impedância mecânica e a massa aparente. Para Liang e Chiang, após analisar os resultados de todas as simulações feitas com os onze modelos, o desenvolvido por Wan e Schimmels (1995) é o que melhor se ajusta aos dados experimentais. Da mesma forma, Abbas et al. concluem que o modelo proposto por Wan e Schimmels é o que melhor estima a transmissibilidade, a impedância mecânica e a massa aparente, com valores de ajustes de 91,2%, 82,1% e 87,1%, respectivamente. Como esse modelo apresentou melhores resultados

e possui os GDL correspondentes à cabeça e à coluna vertebral, ele foi escolhido como modelo biodinâmico base utilizado no presente trabalho.

Todos os parâmetros de massa, rigidez e amortecimento dos modelos propostos na seção 2.2 encontram-se na TAB. 2.1.

**TAB. 2.1 – Parâmetros Biomecânicos dos modelos propostos (Liang e Chiang, 2006)**

Modelo (Autor)	Graus de Liberdade	Massa (kg)		Amortecimento (Ns/m)		Rigidez (KN/m)	
Coermann (1962)	1	m <sub>1</sub>	47,4 a 66,2	c <sub>1</sub>	2.833 a 4.847	k <sub>1</sub>	47,2 a 103,8
Suggs et al. (1969)	3	m <sub>3</sub>	4,6 a 6,4	c <sub>3</sub>	276 a 360	k <sub>3</sub>	56,9 a 91,7
		m <sub>2</sub>	30 a 42	c <sub>2</sub>	∞	k <sub>2</sub>	∞
		m <sub>1</sub>	12,8 a 17,8	c <sub>1</sub>	1.806 a 3.806	k <sub>1</sub>	18,2 a 63,6
Muksian e Nash (1976)	2	m <sub>2</sub>	5,44	c <sub>2</sub>	686	k <sub>2</sub>	0
		m <sub>1</sub>	47,17	c <sub>1</sub>	467	k <sub>1</sub>	63,318
		-	-	c <sub>1</sub> '	17.289f <sub>0</sub> <sup>2</sup> (f <sub>0</sub> ≥ 10Hz)	-	-
		m <sub>0</sub>	27,22	c <sub>0</sub>	1.780	k <sub>0</sub>	27,158
Patil et al. (1977)	7	m <sub>7</sub>	5,45	c <sub>7</sub>	3.580	k <sub>7</sub>	52,6
		m <sub>6</sub>	6,82	c <sub>6</sub>	3.580	k <sub>6</sub>	52,6
		-	-	-	3.580	-	52,6
		m <sub>5</sub>	32,762	c <sub>5</sub>	292	k <sub>5</sub>	0,877
		m <sub>4</sub>	1,362	c <sub>4</sub>	292	k <sub>4</sub>	0,877
		m <sub>3</sub>	0,455	c <sub>3</sub>	292	k <sub>3</sub>	0,877
		m <sub>2</sub>	5,921	c <sub>2</sub>	292	k <sub>2</sub>	0,877
		m <sub>1</sub>	27,23	c <sub>1</sub>	371	k <sub>1</sub>	25,5
Boileau et al. (1998)	4	m <sub>4</sub>	5,31	c <sub>4</sub>	400	k <sub>4</sub>	310
		m <sub>3</sub>	28,49	c <sub>3</sub>	4.750	k <sub>3</sub>	183
		m <sub>2</sub>	8,62	c <sub>2</sub>	4.585	k <sub>2</sub>	162
		m <sub>1</sub>	12,78	c <sub>1</sub>	2.064	k <sub>1</sub>	90
Wei e Griffin (1998)	1	m <sub>1</sub>	43,4	c <sub>1</sub>	1.485	k <sub>1</sub>	44,13
		m <sub>0</sub>	7,8	c <sub>0</sub>	-	k <sub>0</sub>	-
Wei e Griffin (1998)	2	m <sub>2</sub>	10,7	c <sub>2</sub>	458	k <sub>2</sub>	38,374
		m <sub>1</sub>	33,4	c <sub>1</sub>	761	k <sub>1</sub>	35,776
		m <sub>0</sub>	6,7	c <sub>0</sub>	-	k <sub>0</sub>	-
Wan e Schimmels (1995)	4	m <sub>4</sub>	4,17	c <sub>4</sub>	250	k <sub>4</sub>	134,4
		m <sub>3</sub>	15	c <sub>3</sub>	200	k <sub>3</sub>	10
		m <sub>2</sub>	5,50	c <sub>2</sub>	330	k <sub>2</sub>	20
		m <sub>1</sub>	36	c <sub>1</sub>	2.475	k <sub>1</sub>	49,34

## 2.3 Absorvedor Dinâmico

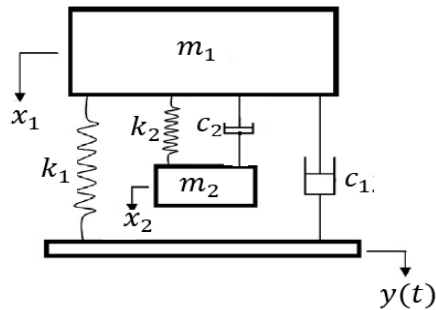
Absorvedor dinâmico de vibração (ADV) é um dispositivo mecânico capaz de reduzir, de forma passiva, vibrações indesejáveis às quais o sistema primário está sujeito. Uma máquina ou um sistema pode experimentar vibração excessiva se sofrer a ação de uma força ou excitação de base cuja frequência tenha um valor próximo da frequência natural da máquina ou do sistema. Portanto, é um dispositivo projetado de modo que as frequências naturais do conjunto (ADV acoplado ao sistema primário) fiquem distantes da frequência de excitação (RAO, 2008).

Os absorvedores dinâmicos de vibração apresentam a grande vantagem de atuar em uma faixa de frequências, e não apenas em uma única frequência. São, por isto, muito eficazes tanto em aplicações onde a excitação é bem definida e constante (oriunda de uma máquina, por exemplo) como naquelas em que a excitação é variável e imprevisível, como no caso de vento ou da movimentação do público em um estádio (GERB, 2016). O ADV consiste em uma mola de constante de rigidez  $k_2$ , uma massa inercial oscilante  $m_2$  e um elemento de amortecimento  $c_2$ .

O primeiro ADV sem amortecimento foi introduzido por Frahm (1909), e era útil para excitações de base que possuíssem frequências de excitação muito próximas às frequências naturais do ADV. Em 1928, Ormondroyd e Den Hartog demonstraram que um ADV com um elemento de amortecimento é eficaz para faixas de frequências mais amplas. O ADV com amortecimento proposto por Den Hartog é conhecido hoje como absorvedor dinâmico de vibração tipo Voigt, onde, os elementos mola e amortecedor são dispostos paralelamente, como visto na FIG. 2.10. O tipo Voigt é considerado o modelo padrão de ADV com amortecimento (Anh, Nguyen e Hoa, 2013).

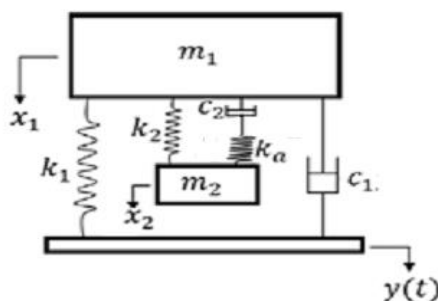
Trabalhos foram desenvolvidos para que fosse possível determinar os valores ótimos de  $k_2$  e  $c_2$  dos ADV, dados a massa  $m_1$ , rigidez  $k_1$  e amortecimento  $c_1$  referentes aos elementos da estrutura que se deseja reduzir a vibração. Ormondroyd and Den Hartog (1928) propuseram uma forma de otimização dos parâmetros do ADV da FIG. 2.10 para estruturas não amortecidas e submetidas a uma excitação harmônica, a proposta era minimizar o valor máximo da razão entre os deslocamentos da estrutura primária e da excitação de base. Quando um amortecimento está presente no sistema primário, a solução analítica para os valores

ótimos dos parâmetros do ADV torna-se mais complexa (Anh, Nguyen e Hoa, 2013). Ioi e Ikeda (1978) apresentam uma fórmula empírica para otimização dos parâmetros de um ADV Voigt conectado a uma estrutura amortecida, baseada em um método numérico.



**FIG. 2.10 – ADV tipo Voigt (Ormondroyd e Den Hartog, 1928)**

O modelo de três elementos do ADV foi proposto por Asami e Nishihara (1999). Diferente do modelo padrão, o ADV de três elementos possuiu duas molas, sendo uma conectada em série com o amortecedor e outra em paralelo,  $k_a$  e  $k_2$ , respectivamente, como mostrado na FIG. 2.11. Muitos estudos foram feitos utilizando este modelo de três elementos para estruturas não amortecidas. Estes estudos mostram que o modelo de três elementos possui um desempenho melhor do que o modelo Voigt (Anh, Nguyen e Hoa, 2013). Anh, Nguyen e Hoa (2013) apresentam uma otimização para o modelo de ADV de três elementos, conectado à uma estrutura amortecida, baseada em um método de linearização equivalente, onde a estrutura amortecida é substituída por uma não amortecida equivalente. Com isso é possível obter uma relação ótima dos parâmetros do modelo do ADV de três elementos com os parâmetros da estrutura amortecida, para uma excitação harmônica. Os valores ótimos encontrados para os parâmetros do modelo de ADV de três elementos utilizado neste trabalho são apresentados na seção 3.5



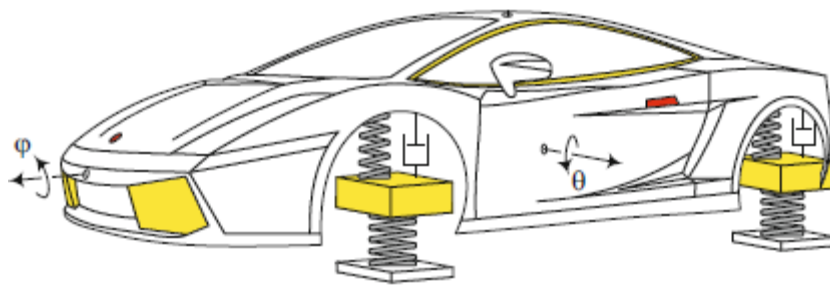
**FIG. 2.11 – ADV de três elementos (Asami e Nishihara, 1999)**



### 3 METODOLOGIA

#### 3.1 Modelagem Matemática do Veículo

O veículo é modelado matematicamente como um corpo rígido, ligando seu chassi por meio de molas e amortecedores à cada uma de suas rodas. A FIG. 3.1 ilustra este modelo.



**FIG. 3.1 – Modelo de Vibração de um Automóvel (Jazar, 2014)**

O modelo utilizado no presente trabalho é o de  $1/2$  Automóvel, em que se considera apenas duas rodas, uma dianteira e uma traseira, e admite-se como a massa do chassi sendo igual à metade da massa do veículo. Este modelo foi escolhido por conta de sua simplicidade e por permitir a análise não só dos deslocamentos verticais do veículo e das suspensões, mas também do seu movimento de pitch.

O modelo de  $1/2$  Automóvel possui quatro GDL:

- O deslocamento vertical do chassi  $Z$ ;
- O ângulo de pitch  $\theta$  entre o chassi e o chão;
- Os deslocamentos verticais das rodas dianteira,  $Z_f$ , e traseira,  $Z_r$ .

O conjunto da roda dianteira é representado pela massa  $m_f$ , coeficiente de amortecimento do pneu  $c_{tf}$  e rigidez do pneu  $k_{tf}$ . Analogamente, o conjunto da roda traseira é representado pela massa  $m_r$ , coeficiente de amortecimento do pneu  $c_{tr}$  e rigidez do pneu  $k_{tr}$ . As

suspensões dianteira e traseira são representadas pelos coeficientes de amortecimento  $c_f$  e  $c_r$  e rigidezes  $k_f$  e  $k_r$ , respectivamente. A massa  $M$  e o momento de inércia  $I_y$  representam o chassi do veículo suspenso. O centro de massa do veículo encontra-se a uma distância  $a_1$  do eixo dianteiro e a uma distância  $a_2$  do eixo traseiro. As irregularidades da pista são representadas por meio das excitações de base aplicadas nos eixos dianteiro e traseiro,  $y_f$  e  $y_r$ , respectivamente. A FIG. 3.2 ilustra o modelo  $1/2$  Automóvel, juntamente com os seus graus de liberdade. Os parâmetros típicos de projeto para o modelo de  $1/2$  Automóvel (Abbas *et al.*, 2013), estão listadas na TAB. 3.1.

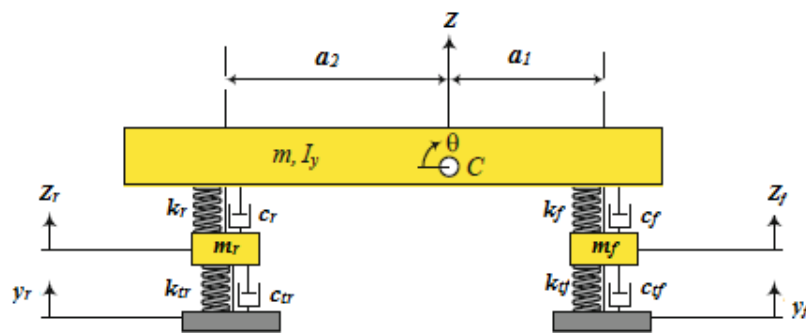


FIG. 3.2 – Modelo  $1/2$  Automóvel (Jazar, 2014)

TAB. 3.1 – Parâmetros do modelo de  $1/2$  Automóvel (Abbas *et al.*, 2013)

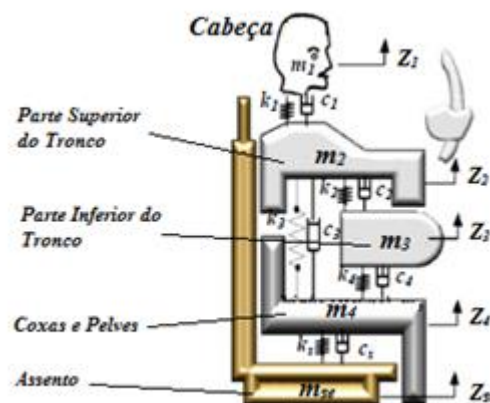
Parâmetro	Símbolo	Valor
Rigidezes dos pneus dianteiro e traseiro (N/m)	$k_{tf}, k_{tr}$	155900
Massas dos eixos dianteiro e traseiro (kg)	$m_f, m_r$	28,58; 54,3
Coeficiente de amortecimento linear das suspensões dianteira e traseira (N.s/m)	$c_f, c_r$	1828
Coeficiente de amortecimento dos pneus dianteiro e traseiro (N.s/m)	$c_{tf}, c_{tr}$	0
Rigidezes das suspensões dianteira e traseira (N/m)	$k_f, k_r$	15000
Distância entre o CG e o eixo dianteiro (m)	$a_1$	1,098
Distância entre o CG e o eixo traseiro (m)	$a_2$	1,468
Massa do chassi (kg)	$M$	505,1
Momento de Inércia do chassi (kg.m <sup>2</sup> )	$I_y$	651

### 3.2 Modelo Biodinâmico do Passageiro

Conforme explicado na seção 2.2, o modelo que melhor representa o comportamento do corpo humano é o modelo de Wan e Schimmels (1995) com quatro GDL. Nesse modelo, a pessoa sentada é modelada utilizando quatro massas separadas e interconectadas por meio de cinco conjuntos de molas e amortecedores, com uma massa total de 60,67 kg. As quatro massas representam as seguintes partes do corpo humano:

- a) A cabeça e o pescoço,  $m_1$ ;
- b) A parte superior do tronco,  $m_2$ ;
- c) A parte inferior do tronco,  $m_3$ ;
- d) As coxas e a pelve,  $m_4$ .

Os braços e as pernas são combinados com a parte superior do tronco e com a coxa, respectivamente. As rigidezes e os coeficientes de amortecimento das coxas e da pelve são  $k_5$  e  $c_5$ , da parte inferior do tronco são  $k_4$  e  $c_4$ , da parte superior do tronco são  $k_2$  e  $k_3$  e  $c_2$  e  $c_3$ , e da cabeça são  $k_1$  e  $c_1$ . O assento é representado pela massa  $m_{se}$ , sendo igual a 35 kg. A FIG. 3.3 ilustra o modelo biodinâmico utilizado e a TAB. 3.2 lista os parâmetros do assento e biodinâmicos do modelo (Liang e Chiang, 2006).



**FIG. 3.3 – Modelo Biodinâmico de uma Pessoa Sentada (Abbas et al., 2013)**

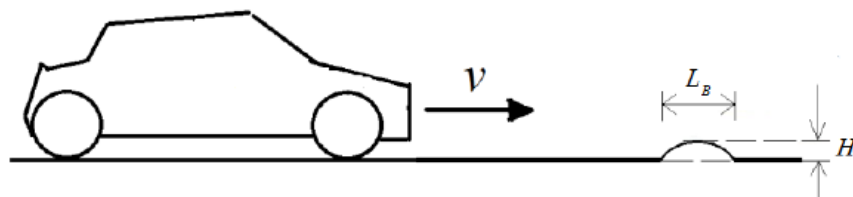
**TAB. 3.2 – Parâmetros biodinâmicos do modelo (Liang e Chiang, 2006)**

Massa (kg)	Coefficiente de Amortecimento (N.s/m)	Rigidez (N/m)
$m_1 = 4,17$	$c_1 = 250$	$k_1 = 134400$
$m_2 = 15$	$c_2 = 200$	$k_2 = 10000$
	$c_3 = 909,1$	$k_3 = 192000$
$m_3 = 5,5$	$c_4 = 330$	$k_4 = 20000$
$m_4 = 36$	$c_5 = 2475$	$k_5 = 49340$

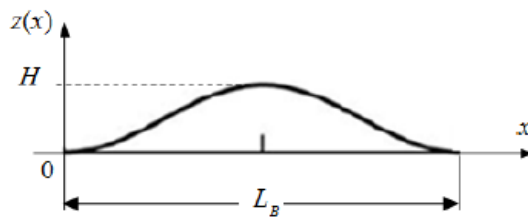
### 3.3 Modelagem da Pista

#### 3.3.1 Pista com uma Lombada Senoidal

Neste modelo, considera-se que o veículo se desloca ao longo de uma pista horizontal com um obstáculo, ilustrado na FIG. 3.4, no formato de lombada de perfil senoidal de comprimento  $L_B$  e altura  $H$ , ilustrada na FIG. 3.5.



**FIG. 3.4 – Veículo se deslocando numa pista com uma lombada (Gruzman, 2014)**



**FIG. 3.5 – Modelo de Lombada Senoidal (Macedo, 2012)**

As equações da lombada são:

$$\begin{cases} \text{Para } 0 \leq t \leq \frac{L_B}{v}, y_f = H \sin(\omega t) \\ \text{Para } t > \frac{L_B}{v}, y_f = 0 \end{cases}, \quad (3.1)$$

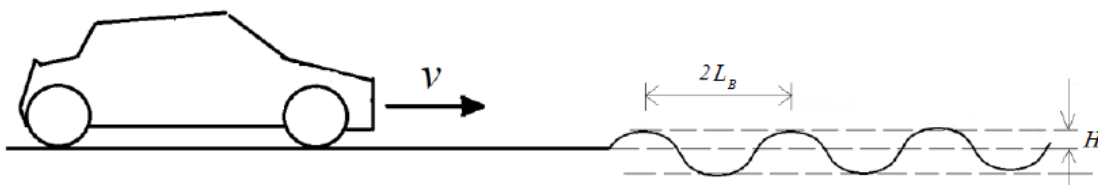
$$\begin{cases} \text{Para } 0 \leq t \leq \tau, y_r = 0 \\ \text{Para } \tau \leq t \leq \tau + \frac{L_B}{V}, y_r = H \sin(\omega t) \\ \text{Para } t > \tau + \frac{L_B}{V}, y_r = 0 \end{cases} \quad (3.2)$$

Em que,  $\omega$  é a frequência angular de excitação em cada roda que decorre da velocidade com a qual o veículo trafega e da pista, e seu valor é dado por  $\pi V/L_B$ , sendo  $V$  a velocidade do veículo.

O modelo matemático do perfil da pista é descrito da seguinte forma: um veículo, com entre eixo  $L$ , passa com cada uma das rodas sobre a lombada com velocidade constante  $V$ , tendo como excitações de base dianteira e traseira iguais a  $y_f$  e  $y_r$  respectivamente. A excitação de base traseira segue o mesmo perfil da lombada que a roda dianteira, mas com um atraso  $\tau$ , sendo este atraso igual a  $L/V$ . Este trabalho assume que o veículo trafega a 20 km/h (5,5 m/s),  $H$  igual a 0,035 m e  $L_B$  igual a 1 m (Abbas *et al.*, 2013).

### 3.3.2 Pista com Perfil Senoidal

Neste modelo, considera-se que o veículo se desloca ao longo de uma pista com um perfil senoidal, com distância entre picos constante, cujos parâmetros são os mesmos utilizados na seção 3.3.1, ilustrada na FIG. 3.6. Além disso, são feitas simulações com diferentes valores de velocidades constantes do veículo.



**FIG. 3.6 – Veículo se deslocando numa pista senoidal (Gruzman, 2014)**

### 3.4 Modelagem dos Sistemas Dinâmicos Assento e Veículo

Esta seção dedica-se a apresentação dos modelos propostos. São apresentados os cinco diferentes modelos dinâmicos que são utilizados neste trabalho, sendo todos submetidos às mesmas excitações de base provenientes da pista. Dessa forma, o sistema está apenas sujeito a excitações verticais e, conseqüentemente, só há forças atuando na vertical. Além disso, o modelo biodinâmico do motorista é o mesmo, e o assento localiza-se a uma distância  $a$  de seu CG. Propõe-se um aumento gradual da complexidade do sistema de assento de forma a analisar a capacidade do mesmo de reduzir as acelerações às quais o passageiro está sujeito e comparar os modelos. Utiliza-se desde o modelo mais simples, com um assento sem almofada e diretamente acoplado ao chassi do veículo, até um modelo mais complexo, com um assento com almofada e com suspensão ativa. As equações diferenciais de movimento de cada um dos modelos encontram-se no anexo na seção 8.1. Os modelos utilizados são:

- a) Sistema com assento rígido acoplado diretamente ao chassi

Nessa configuração, utiliza-se um modelo com um assento e que está diretamente acoplado ao chassi do veículo. Este modelo possui ao todo oito GDL, sendo quatro do modelo biodinâmico do motorista e quatro do veículo. O modelo 1 é ilustrado na FIG. 3.7.

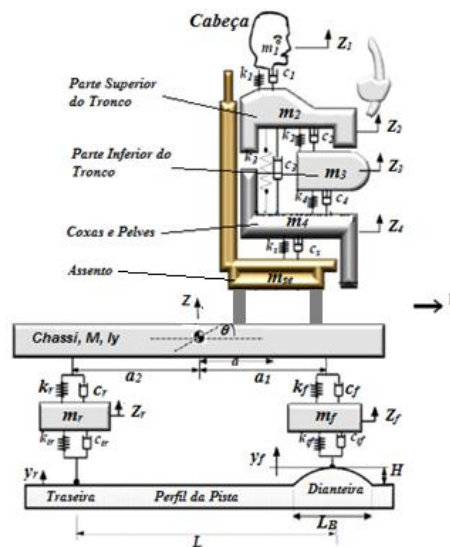


FIG. 3.7 – Modelo 1 (Wael Abbas et al., 2013)

b) Sistema com assento acolchoado acoplado diretamente ao chassi

Neste modelo é utilizado um assento com almofada no lugar de um rígido. A almofada é representada pela rigidez  $k_{cu}$  e pelo coeficiente de amortecimento  $c_{cu}$ , sendo estes iguais a 8228,78 N/m e 152,8Ns/m (Du et al, 2013) respectivamente, estando ambos em série com a rigidez e o amortecimento das coxas e da pelve. A FIG. 3.8 ilustra o Modelo 2.

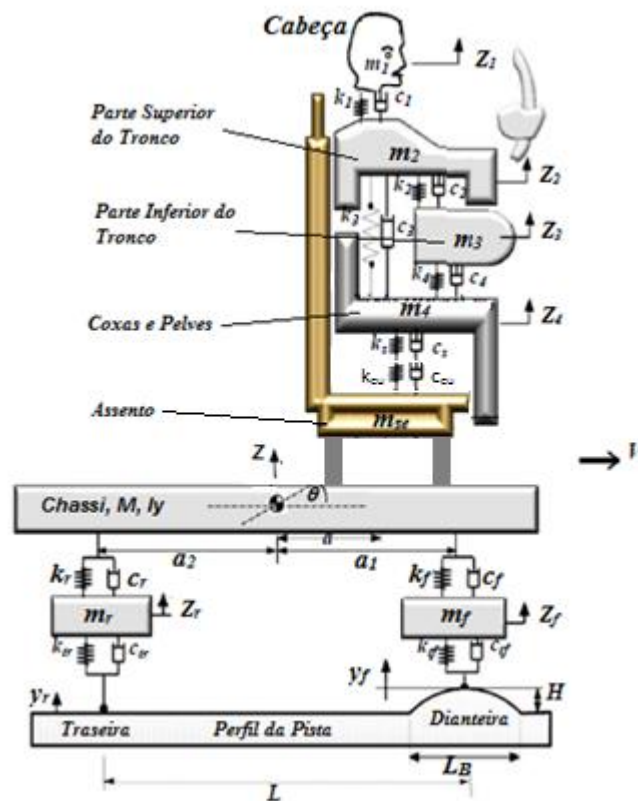


FIG. 3.8 – Modelo 2 (Wael Abbas et al., 2013)

c) Sistema com assento acolchoado com suspensão passiva entre este e o chassi

Neste modelo adiciona-se uma suspensão passiva entre o assento e o chassi do veículo. Por conta disso, adiciona-se um grau de liberdade ao deslocamento  $Z_{se}$  do assento e, portanto, o sistema passa a ter nove GDL. A suspensão passiva é representada pela rigidez  $k_{se}$  e pelo amortecimento  $c_{se}$ . Abbas et al. (2013) utilizaram um processo de otimização por algoritmo genético e obtiveram valores para rigidez e amortecimento da suspensão iguais a 8097 N/m e 999 Ns/m, respectivamente (Abbas et al., 2013). O Modelo 3 é ilustrado na FIG. 3.9.

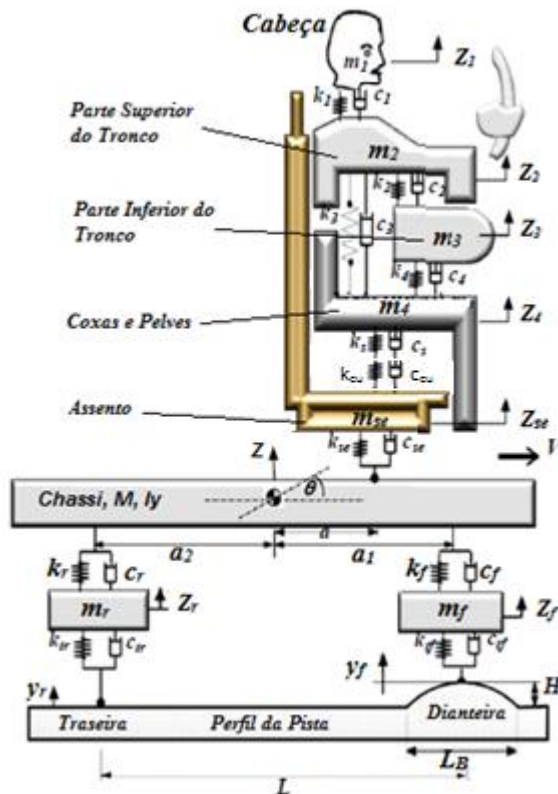


FIG. 3.9 – Modelo 3 (Wael Abbas et al., 2013)

- d) Sistema com assento acolchoado com suspensão passiva e absorvedor dinâmico entre este e o chassi

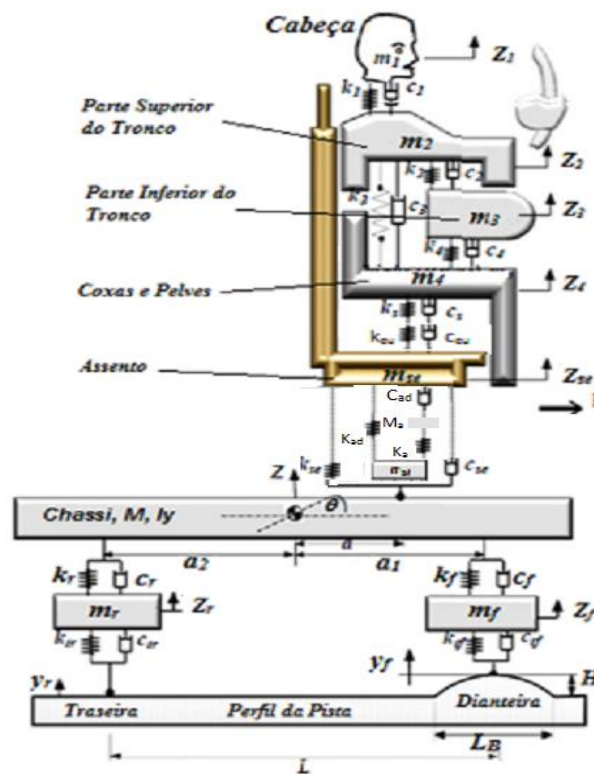
Nesse modelo, além de estar presente a suspensão passiva entre o assento e o chassi do veículo, utiliza-se o absorvedor dinâmico de três elementos proposto por Asami e Nishihara (1999), conforme estabelecido na seção 2.3. Os elementos  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $c_1$  e  $c_2$  da FIG. 2.11 correspondem, respectivamente, aos elementos  $m_{se}$ ,  $m_{ad}$ ,  $k_{se}$ ,  $k_{ad}$ ,  $c_{se}$  e  $c_{ad}$ . Os valores dos parâmetros do absorvedor de três elementos estão dispostos na TAB. 3.3. Foi inserida no modelo uma massa  $M_a$ , que não está presente no modelo proposto de Asami e Nishihara (1999), apenas para fins de simplificação das simulações. Foi escolhido um valor de 0,01kg, muito pequeno quando comparado à massa  $M_{ad}$ , de forma a não interferir no funcionamento do sistema.

A FIG. 3.10 ilustra o Modelo 4. Com a adição do absorvedor dinâmico, o sistema passa a ter dez GDL.



**TAB. 3.3 – Parâmetros do absorvedor dinâmico de três elementos**

Parâmetros	
$M_{ad}$ (kg)	6
$M_a$ (g)	10
$K_{ad}$ (N/m)	240,54
$K_a$ (N/m)	154,37
$C_{ad}$ (Ns/m)	17,36



**FIG. 3.10 – Modelo 4 (Wael Abbas et al., 2013)**

e) Sistema com assento acolchoado com suspensão ativa entre este e o chassi

Para este último modelo, ilustrado na FIG. 3.12, substituiu-se o absorvedor dinâmico por uma suspensão ativa entre o assento e o chassi. Para um sistema com suspensão ativa, além de haver um conjunto mola-amortecedor, utiliza-se paralelamente um atuador, conforme ilustrado na FIG. 3.11, que aplica uma força  $u_{se}$ .

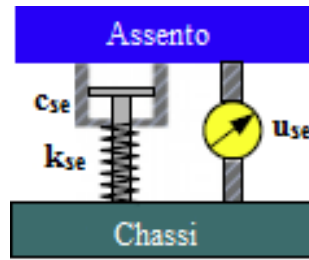


FIG. 3.11 – Modelo do Sistema Ativo (Weichao Sun et al., 2010)

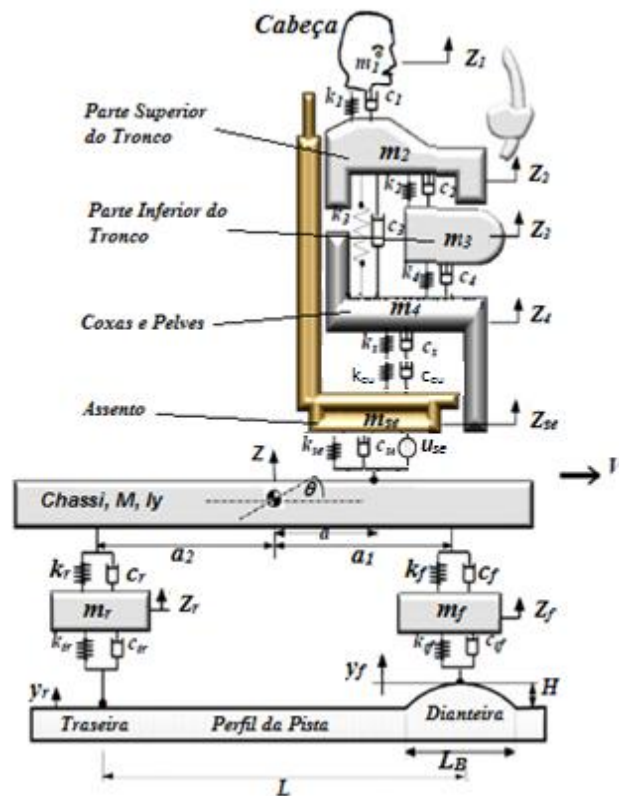
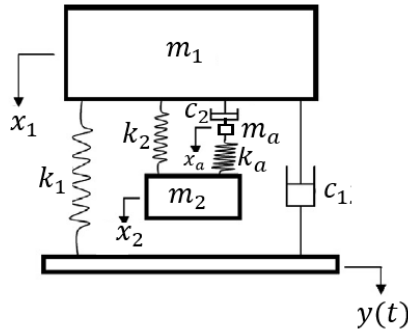


FIG. 3.12 – Modelo 5 (Wael Abbas et al., 2013)

### 3.5 Otimização do ADV de três elementos

Neste trabalho o modelo de absorvedor dinâmico de vibração utilizado é o modelo de três elementos. Este ADV é empregado para reduzir o deslocamento do assento do veículo, que pode ser visto como excitação de base para a pessoa. O conjunto assento, chassi e suspensão do assento são então o sistema primário. Para o levantamento da equação de movimento do sistema é considerada uma massa ( $m_a = 0,01 \text{ Kg}$ ) entre a mola e o amortecedor em série do

ADV, sendo que esta massa possui um valor muito baixo em comparação às outras massas do sistema, de modo que ela não influencie no comportamento da estrutura, como visto na FIG. 3.13. Tal massa não está presente no modelo original de Asami e Nishiara, e é inserido no sistema para fins de simplificação do modelo computacional.



**FIG. 3.13 - Absorvedor Dinâmico de Vibração de três elementos e massa  $m_a$**

Para o modelo de pista senoidal apresentado na seção 3.3.2, o deslocamento vertical do chassi, em regime permanente, é um movimento harmônico. Sendo assim, a otimização dos parâmetros do ADV de três elementos sujeito a uma excitação de base harmônica, desenvolvida por Anh, Nguyen e Hoa (2013) pode ser aplicada. As relações são descritas pelas equações (3.9) a (3.11).

Os trabalhos citados apresentam a utilização de modelos diferentes de ADV visando a redução de vibração em assentos.

Sejam:

$$\alpha = \frac{\sqrt{\frac{k_2}{m_2}}}{\sqrt{\frac{k_1}{m_1}}} \quad (3.3)$$

$$k = \frac{k_a}{k_2} \quad (3.4)$$

$$\xi_1 = \frac{c_2}{2\sqrt{k_1 m_1}} \quad (3.5)$$

$$\xi_2 = \frac{c_2}{2\sqrt{k_2 m_2}} \quad (3.6)$$

$$\mu = \frac{m_2}{m_1} \quad (3.7)$$

$$r = \sqrt{\frac{1+\mu}{\mu}} \quad (3.8)$$

$$a = -2 - 2r + 5r^2 + 4r^3 - 2r^5 + r^6 \quad (3.9)$$

$$b = 2 - 3r^2 - r^4 \quad (3.10)$$

Então:

$$\alpha = \left( 1 - \frac{\pi\xi_1}{2} + \frac{\pi\xi_1^2}{\sqrt{\pi^2+4\xi_1^2+\pi}} + \frac{\pi(\pi^2-4)\xi_1}{8} \ln \frac{\pi\left(\sqrt{\pi^2+4\xi_1^2}+2\xi_1\right)}{\pi^2-4} - \frac{\pi^2(\pi^2-4)}{8\sqrt{4+\pi^2\xi_1^2}} \ln \frac{2\pi^2(1+\xi_1^2)+\pi\sqrt{(4+\pi^2\xi_1^2)(\pi^2+4\xi_1^2)}}{(\pi^2-4)\left(2+\sqrt{4+\pi^2\xi_1^2}\right)} \right) \sqrt{\frac{1}{1+\mu} \left( 1 - \sqrt{\frac{\mu}{1+\mu}} \right)} \quad (3.11)$$

$$k = 2\left(\mu + \sqrt{\mu(1+\mu)}\right) \quad (3.12)$$

$$\xi_2 = \sqrt{\frac{1+r-b-\sqrt{b^2-ac}}{r} \frac{1}{a}} \quad (3.13)$$

A massa  $m_2$  é estimada considerando o espaço existente entre o chassi e assento. Orecny et al (2014) utilizam em seu trabalho uma ferramenta de otimização do programa MATLAB onde os limites inferior e superior fornecidos ao programa, referentes à massa do absorvedor, são 2 e 9, encontrando ao final um valor de 5,872 kg para  $m_2$ . Da mesma forma, Miková et al (2014), utilizando limites próximos aos anteriores chegam a um valor médio de 6,71 kg para  $m_2$ . Trisovic e Segla (2013) selecionam uma massa  $m_2$  de 6 kg para a análise comportamento do sistema sujeito à vibração, sendo esta última utilizada no presente trabalho.

Para os valores de constante de rigidez e amortecimento para a suspensão do assento estabelecidos no modelo 3 da seção 3.4. A massa  $m_1$  equivale a massa do passageiro somada a massa do assento. Calcula-se 240,54 N/m 154,37 N/m e 17,36 N.s/m para  $k_2$ ,  $k_a$  e  $c_2$ , respectivamente.

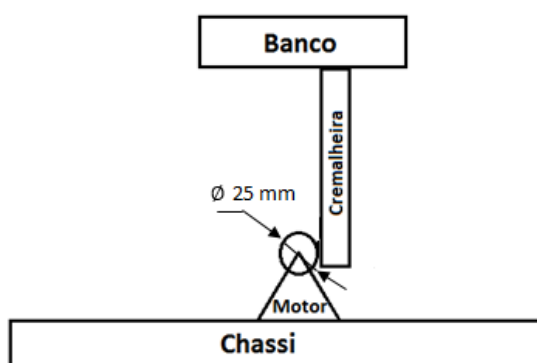
### 3.6 Motor Elétrico de Corrente Contínua

Na literatura mencionada na seção 2.1.1, atuadores que possuem saída como uma força direta (tais como molas pneumáticas e motores lineares) têm sido amplamente aplicados em suspensões ativas de assentos. O alto custo destes atuadores é uma das razões de não serem amplamente utilizados pela indústria. Para superar as desvantagens de custo elevado e alto consumo de energia, Ning (2016) utilizou um motor elétrico rotativo que possui preço mais baixo do que os outros atuadores lineares tais como o motor linear, cilindro elétrico e cilindro hidráulico. Eles são também mais simples de instalar e de controlar.

Sendo assim, o presente trabalho emprega como atuador o motor elétrico de corrente contínua Lenze MGFRK 090-22 fixado ao chassi conforme ilustrado na FIG. 3.14, uma engrenagem de diâmetro  $\emptyset$  e uma cremalheira, sendo esta última a responsável pela aplicação da força no banco. A abordagem do controle ativo de vibrações proposto é dada pela realimentação de aceleração do assento, obtido por meio de um acelerômetro fixado no banco. As especificações técnicas do motor estão dispostas na TAB. 3.4.

**TAB. 3.4 – Especificações técnicas do motor elétrico de corrente contínua Lenze MGFRK 090-22**

Parâmetros	
Massa do Motor (kg)	21
Diâmetro da Engrenagem (mm)	25
Torque Máximo (Nm)	5,5
Corrente Nominal Máxima (A)	7
Constante do Motor (Nm/A)	0,7857
Coefficiente de Amortecimento do Motor (Nms/rad)	0,024



**FIG. 3.14 – Conjunto motor elétrico e cremalheira fixado ao chassi do veículo**

### 3.7 Controlador

Neste trabalho optou-se por um controlador proporcional, P, pela sua simplicidade. O atuador funciona da seguinte maneira:

- I. Define-se a aceleração desejada  $a_d$  para o banco como sendo igual a 0
- II. Por meio de um acelerômetro fixado ao banco, mede-se a sua aceleração  $\ddot{Z}_{se}$
- III. Define-se o erro  $e$  como sendo igual a  $a_d - \ddot{Z}_{se}$ :

$$e = a_d - \ddot{Z}_{se} \quad (3.14)$$

- IV. Multiplica-se este erro pela constante de proporcionalidade  $K_p$  do controlador P e obtém-se a corrente  $i$  do motor elétrico, ou seja:

$$i = K_p e \quad (3.15)$$

O valor da constante  $K_p$  foi obtido por meio de diversas simulações e este é igual a 0,32.

- V. O torque de um motor elétrico é igual à corrente  $i$  multiplicada pela constante do motor  $K_t$  menos o atrito viscoso dado por  $C_m \dot{\theta}_m$ , em que  $C_m$  e  $\dot{\theta}_m$  representam, respectivamente, o coeficiente de amortecimento do motor e a velocidade angular do motor. Sendo assim:

$$T_m = K_t i - C_m \dot{\theta}_m \quad (3.16)$$

Visto que o motor possui uma corrente máxima, foi implementado no programa que, caso a corrente  $i$  ultrapasse seu valor máximo, esta não aumentaria, ou seja:

$$\begin{cases} \text{Se } |K_p e| \leq i_{m\acute{a}x} \Rightarrow i = K_p e \\ \text{Se } |K_p e| \geq i_{m\acute{a}x} \Rightarrow i = \pm i_{m\acute{a}x} \end{cases} \quad (3.17)$$

- VI. Dado que o motor está fixo ao chassi e engrenado à cremalheira e, sendo ela fixa ao banco, então tem-se que a velocidade angular do motor é igual a velocidade

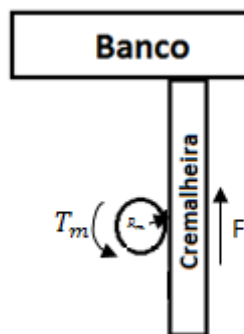
relativa entre o banco e o chassi dividido pelo raio  $R_m$  da engrenagem solidário ao motor:

$$\dot{\theta}_m = \frac{\dot{z}_{se} - \dot{z}}{R_m} \quad (3.18)$$

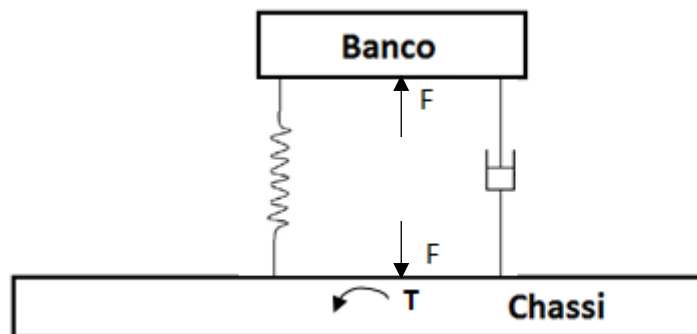
VII. Substituindo a equação (3.7) em (3.5), chega-se ao torque no eixo do motor como sendo igual a:

$$T_m = K_t i - C_m \frac{\dot{z}_{se} - \dot{z}}{R_m} \quad (3.19)$$

As FIG. 3.15 e FIG. 3.16 ilustram como o torque aplicado pelo motor à cremalheira resulta na força aplicada pelo atuador ao assento, e a reação dessa força aplicada ao chassi, gerando uma força de sentido oposto.



**FIG. 3.15 – Diagrama de corpo para o atuador**



**FIG. 3.16 – Reação da força proveniente do atuador**

No capítulo 4 são apresentadas as simulações numéricas e parâmetros utilizados.

## 4 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

As simulações têm como objetivo analisar a dinâmica do motorista que se encontra em um veículo que trafega a uma velocidade constante  $V$ , pelos dois modelos de pista propostos na seção 3.3. Para o modelo de pista da lombada, é utilizada apenas a velocidade de 20 km/h para o veículo, pois seu objetivo é avaliar o comportamento no regime transiente dos sistemas de atenuação de vibrações. Já para o modelo de pista com perfil senoidal, o sistema é avaliado para velocidades constantes e iguais a 20 km/h, 40 km/h e 60 km/h.

As regiões de interesse do corpo humano são a cabeça e a parte superior do tronco, visto que estas são as estruturas do corpo mais importantes na questão de exposição humana à vibração do corpo inteiro. Os problemas de saúde ocupacional mais associados à vibração estão relacionados com a região lombar da coluna vertebral (Becker, 2006). Dessa forma, obtém-se para cada um dos modelos discutidos na seção 3.4 a amplitude e a frequência das vibrações a que a cabeça e a parte superior do tronco estão submetidas. Além disso, se verifica se os deslocamentos relativos entre cada uma das massas referentes ao corpo humano estão numa faixa coerente com a realidade, visto que deslocamentos excessivos causariam danos ao corpo humano, principalmente na região do pescoço.

As simulações são realizadas com o uso do MATLAB e suas equações de governo estão dispostas na seção 8.1. Os resultados são discutidos no capítulo 5.

As TAB. 4.1, TAB. 4.2, TAB. 4.3, e TAB. 4.4 apresentam os valores dos parâmetros utilizados na simulação.

**TAB. 4.1 – Parâmetros dos Modelos de Pista**

Parâmetro	Símbolo	Pista com Lombada Senoidal	Pista com Perfil Senoidal
Comprimento	$L_B$	1m	1m
Altura	$H$	0,035m	0,035m
Velocidade do Veículo	$V$	20km/h	20, 40 e 60 km/h



**TAB. 4.2 – Parâmetros do Veículo**

Parâmetro	Símbolo	Valor
Rigidezes dos pneus dianteiro e traseiro (N/m)	$k_{tf}, k_{tr}$	155900
Massas dos eixos dianteiro e traseiro (kg)	$m_f, m_r$	28,58; 54,3
Coefficiente de amortecimento linear das suspensões dianteira e traseira (N.s/m)	$c_f, c_r$	1828
Coefficiente de amortecimento dos pneus dianteiro e traseiro (N.s/m)	$c_{tf}, c_{tr}$	0
Rigidezes das suspensões dianteira e traseira (N/m)	$k_f, k_r$	15000
Distância entre o CG e o eixo dianteiro (m)	$a_1$	1,098
Distância entre o CG e o eixo traseiro (m)	$a_2$	1,468
Massa do chassi (kg)	$M$	505,1
Momento de Inércia do chassi (kg.m <sup>2</sup> )	$I_y$	651

**TAB. 4.3 – Parâmetros do Modelo Biodinâmico**

Massa (kg)	Coefficiente de Amortecimento (N.s/m)	Rigidez (N/m)
$m_1 = 4,17$	$c_1 = 250$	$k_1 = 134400$
$m_2 = 15$	$c_2 = 200$	$k_2 = 10000$
	$c_3 = 909,1$	$k_3 = 192000$
$m_3 = 5,5$	$c_4 = 330$	$k_4 = 20000$
$m_4 = 36$	$c_5 = 2475$	$k_5 = 49340$

**TAB. 4.4 – Parâmetros do Motor Elétrico**

Parâmetros	
Massa do Motor (kg)	21
Diâmetro da Engrenagem (mm)	25
Torque Máximo (Nm)	5,5
Corrente Nominal Máxima (A)	7
Constante do Motor (Nm/A)	0,7857
Coefficiente de Amortecimento do Motor (Nms/rad)	0,024

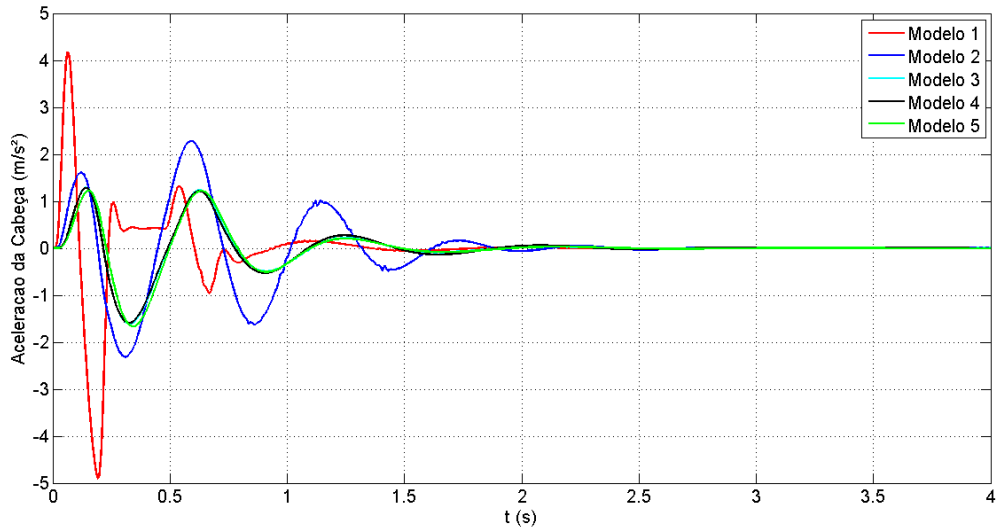
## 5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

### 5.1 Simulação com a Pista Lombada

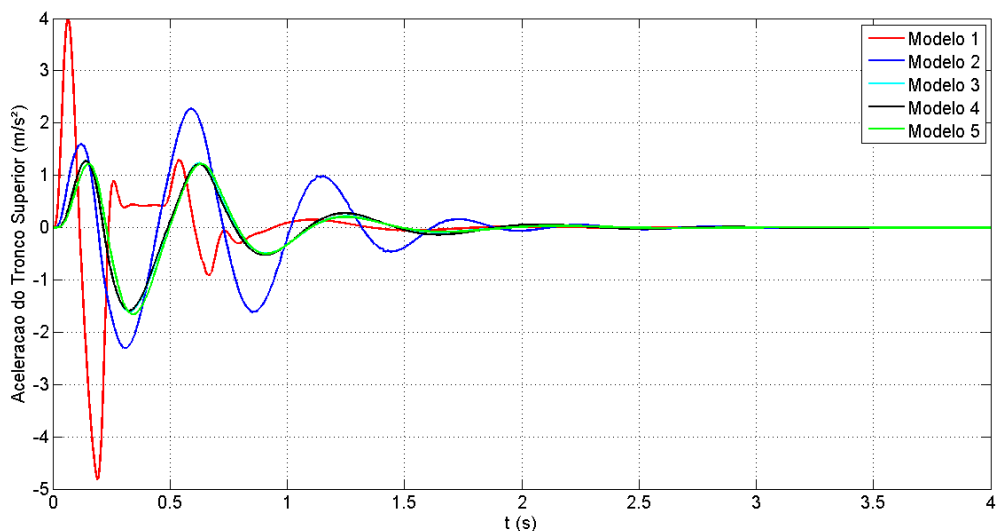
Conforme dito na seção 3.4 os modelos de 1 a 5 representam as seguintes situações:

- I. O modelo 1 representa um motorista sentado num assento rígido diretamente acoplado ao chassi;
- II. O modelo 2 representa um motorista sentado num assento acolchoado diretamente acoplado ao chassi;
- III. O modelo 3 representa um motorista sentado num assento acolchoado que está conectado ao chassi por meio de uma suspensão passiva, sendo esta constituída de uma par mola-amortecedor;
- IV. Para o modelo 4, adicionou-se ao modelo 3 um absorvedor dinâmico fixado ao assento; e
- V. Para o modelo 5, adicionou-se ao modelo 3 um atuador constituído por um conjunto de motor elétrico e cremalheira conectado paralelamente à suspensão passiva

As FIG. 5.1 e FIG. 5.2 ilustram as acelerações, para os modelos de 1 a 5, as quais estão submetidos a cabeça e o tronco superior do motorista quando o veículo passa por uma lombada, descrita na seção 3.3.1, a uma velocidade de 20 km/h. Em vermelho está representado o modelo 1, em azul escuro o modelo 2, em azul claro o modelo 3, em preto o modelo 4 e em verde o modelo 5.



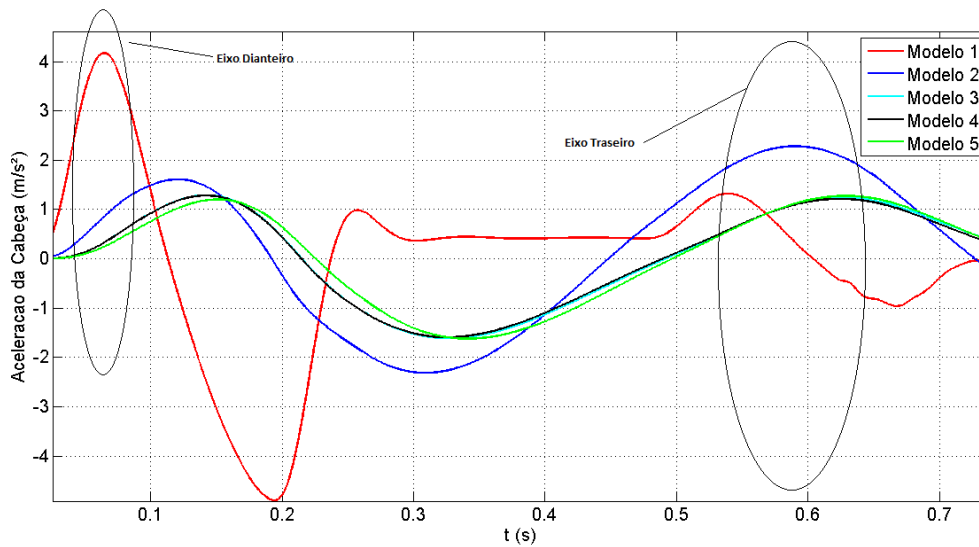
**FIG. 5.1 – Aceleração da cabeça para um veículo passando sobre uma lombada a 20 km/h**



**FIG. 5.2 – Aceleração do tronco superior para um veículo passando sobre uma lombada a 20 km/h**

Na FIG. 5.3 observa-se que o eixo dianteiro passa pela lombada em 0,095s e o eixo traseiro em 0,55s. Nota-se que o modelo 1 apresenta um maior pico de aceleração, seguido do modelo 2, enquanto os modelos 3, 4 e 5 apresentam valores de pico similares. Entretanto, observa-se que cada um dos modelos possui tempos de acomodação similares e próximos a 2s. Por fim, nota-se que, para o primeiro modelo, a aceleração permanece aproximadamente constante entre 0,29s e 0,49s. Uma hipótese é de que isto resulte simplesmente da dinâmica

do sistema automóvel mais passageiro em que, durante esse período, o motorista esteve sujeito a uma aceleração constante.

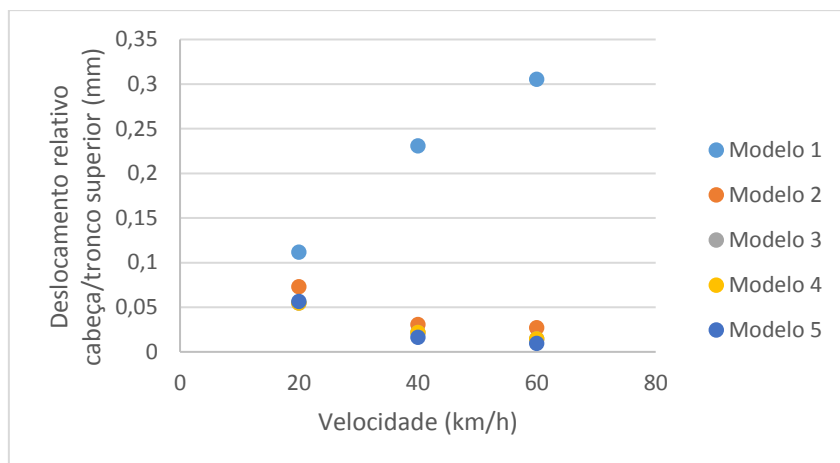


**FIG. 5.3 – Picos de aceleração referentes às excitações dos eixos dianteiro e traseiro**

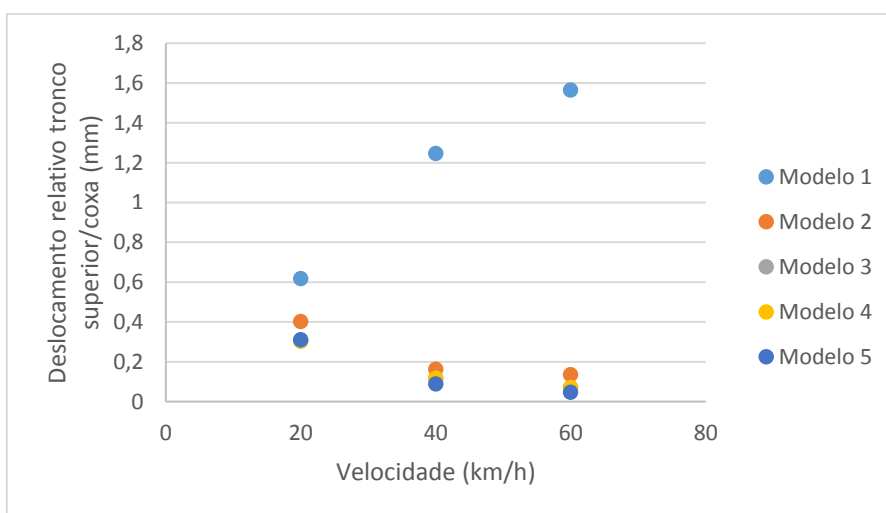
## 5.2 Simulação com a Pista de Perfil Senoidal

### 5.2.1 Deslocamentos relativos ao corpo humano

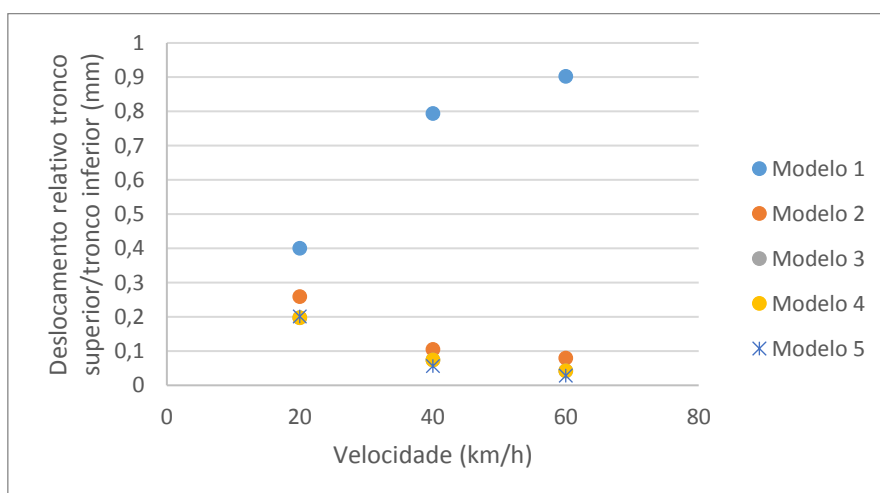
Primeiramente, verifica-se o nível dos deslocamentos relativos para cada uma das partes do corpo para o modelo biodinâmico proposto. As evoluções dos deslocamentos relativos estão ilustradas nas FIG. 5.4, FIG. 5.5, FIG. 5.6 e FIG. 5.7, sendo que as duas primeiras correspondem, respectivamente, a uma elongação ou compressão do pescoço e da coluna vertebral. Observa-se que os deslocamentos estão na ordem grandeza de no máximo de 2 mm, e que para todos os modelos, com exceção do primeiro, eles diminuem com o aumento da velocidade. Os deslocamentos relativos observados estão dentro dos valores encontrados na literatura (Abbas et al., 2013).



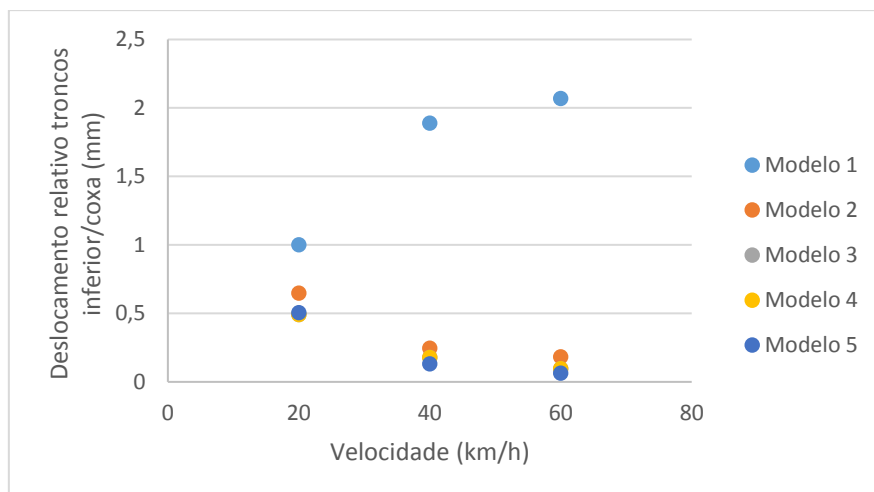
**FIG. 5.4 – Evolução do deslocamento relativo entre a cabeça e o tronco superior**



**FIG. 5.5 – Evolução do deslocamento relativo entre o tronco superior e as coxas**



**FIG. 5.6 – Evolução do deslocamento relativo entre os troncos superior e inferior**



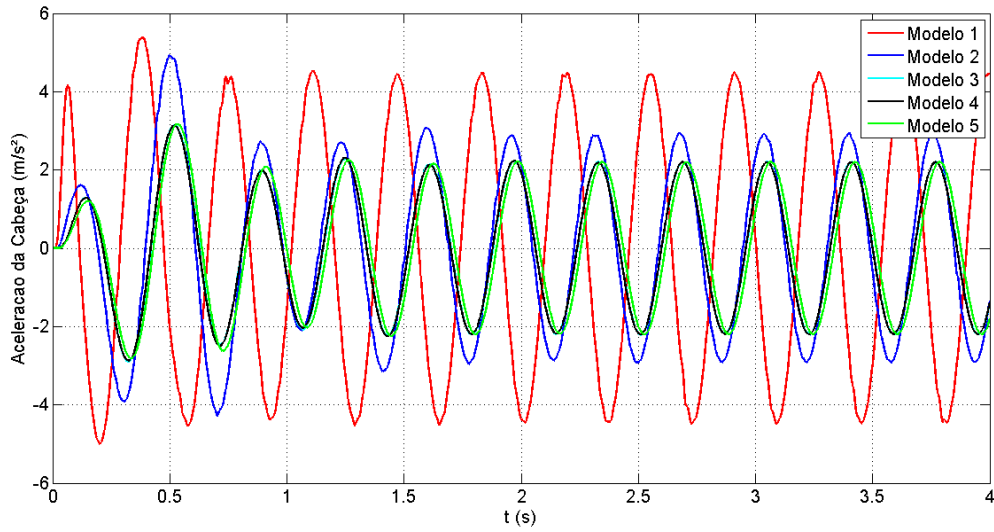
**FIG. 5.7 – Evolução do deslocamento relativo entre o tronco inferior e as coxas**

### 5.2.2 Acelerações do corpo humano

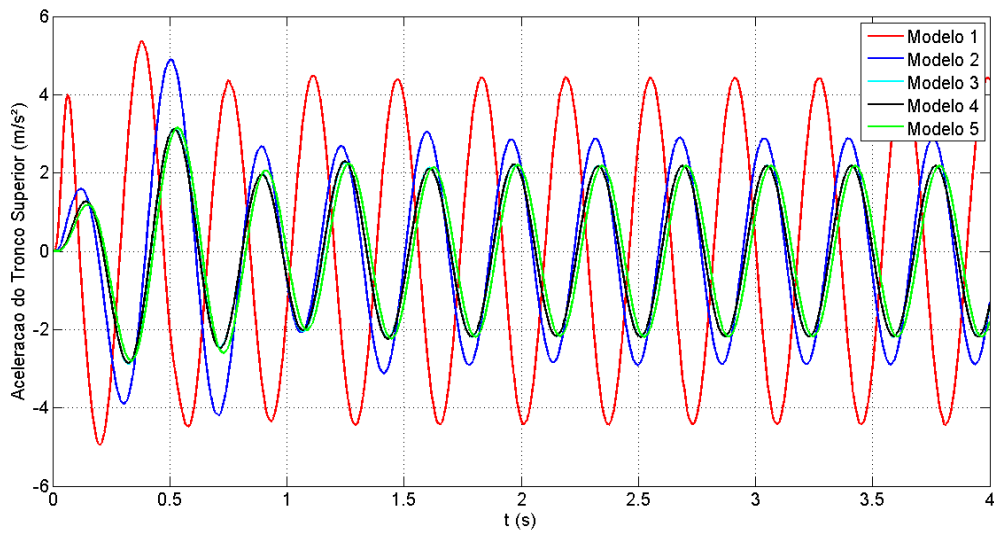
As FIG. 5.8 a FIG. 5.22 ilustram as acelerações, para os modelos de 1 a 5, as quais estão submetidos a cabeça e o tronco superior do motorista e os deslocamentos do banco, que se tornam excitações de base para o motorista, quando o veículo passa por uma pista de perfil senoidal, descrita na seção 3.3.2, a velocidades constantes e iguais a 20 km/h, 40 km/h e 60 km/h.

Observa-se que as acelerações máximas as quais a cabeça e o tronco superior estão submetidas ao trafegar a 20 km/h variam conforme o modelo utilizado, sendo o primeiro aquele que apresenta a maior aceleração em regime permanente, e os terceiro, quarto e quinto modelos aqueles que apresentam menores níveis de aceleração. O efeito do atuador no sistema para esta simulação é melhor observado nas FIG. 5.11 e FIG. 5.12. Nota-se que para uma velocidade igual a 20 km/h o atuador não diminui a aceleração transmitida ao banco nem, conseqüentemente, a aceleração transmitida à cabeça do motorista, tendo, inclusive, aumentado ligeiramente as acelerações.

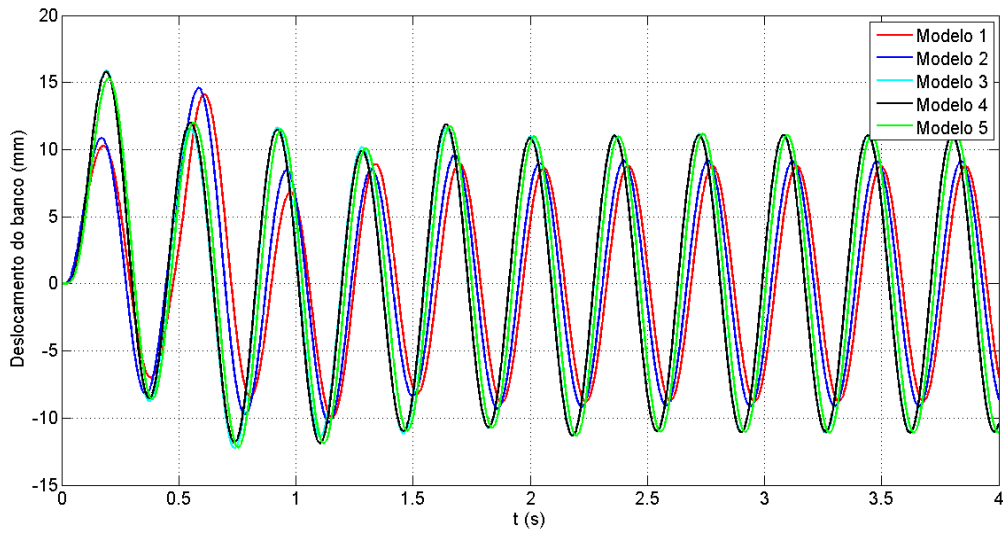
Além disso, tomando por base o modelo 4, observa-se que o deslocamento do banco possui amplitude igual a 11,11 mm em regime permanente, conforme ilustrado na FIG. 5.10. Este resultado é igualmente explorado para as velocidades de 40 km/h e 60 km/h.



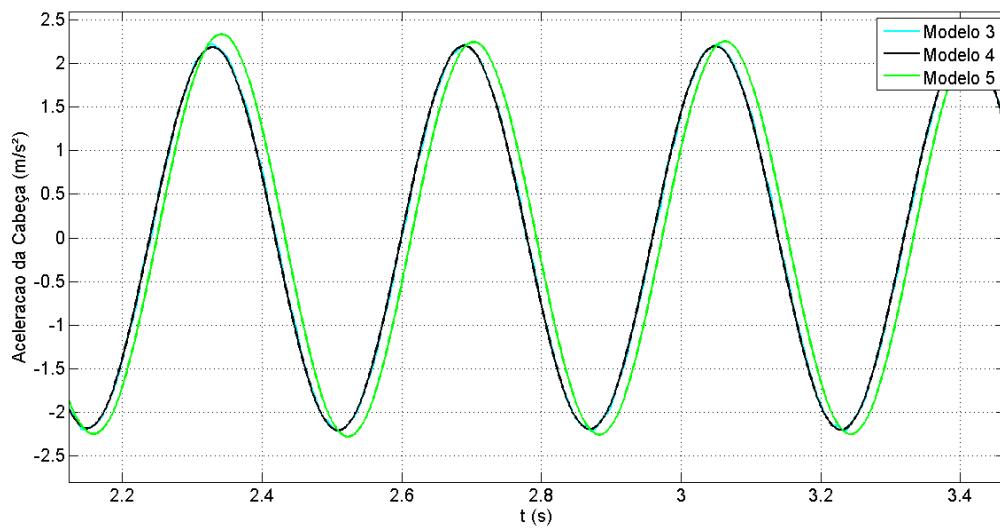
**FIG. 5.8 – Aceleração da cabeça para um veículo trafegando a 20 km/h em uma pista de perfil senoidal**



**FIG. 5.9 – Aceleração do tronco superior para um veículo trafegando a 20 km/h em uma pista de perfil senoidal**

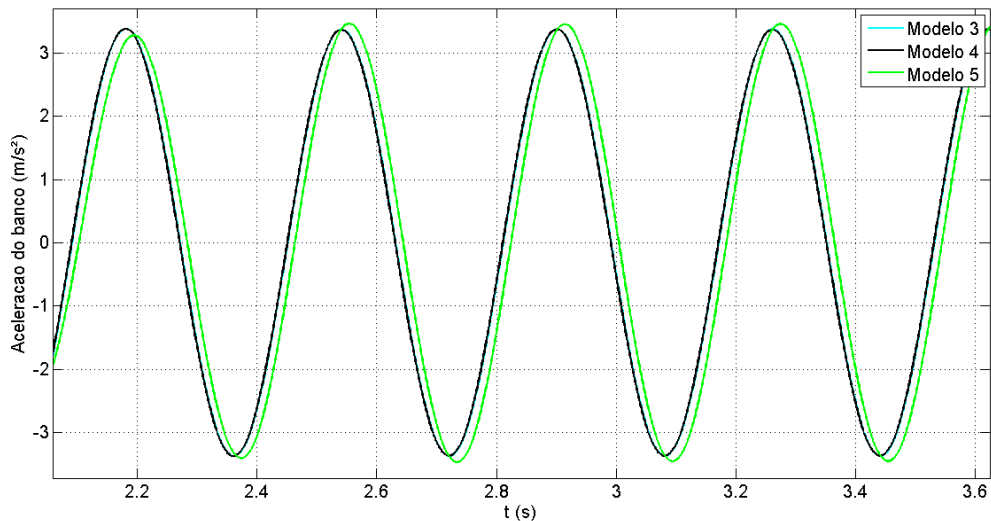


**FIG. 5.10 – Deslocamento do banco do motorista para um veículo trafegando a 20 km/h por uma pista de perfil senoidal**



**FIG. 5.11 – Aceleração da cabeça para um veículo trafegando a 20 km/h em uma pista de perfil senoidal para os modelos 3, 4 e 5**

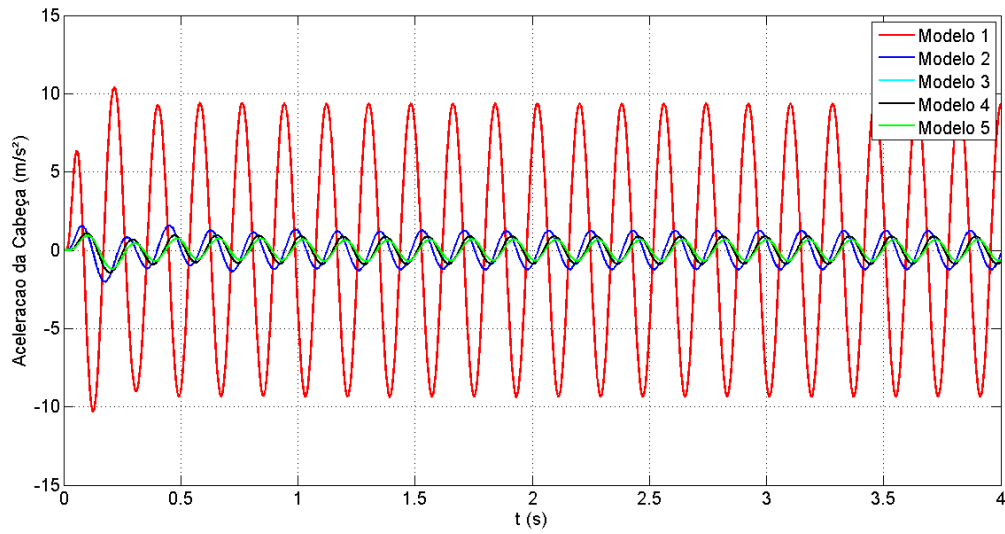




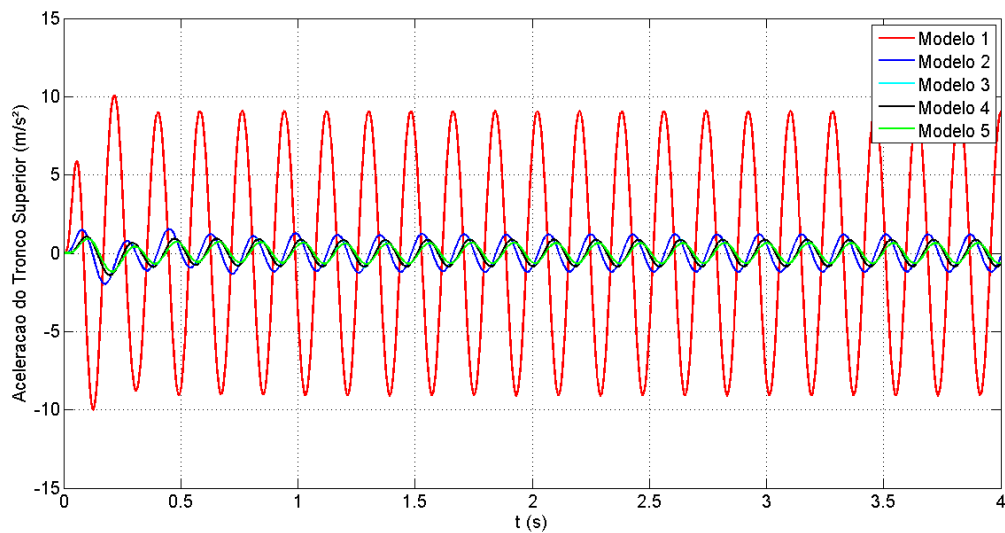
**FIG. 5.12 – Aceleração do banco para um veículo trafegando a 20 km/h em uma pista de perfil senoidal para os modelos 3, 4 e 5**

Conforme a velocidade com que o veículo trafega na pista aumenta de 20 para 40 km/h se observa um aumento da aceleração máxima para o modelo 1 e uma diminuição para os modelos restantes. Enquanto que a amplitude do deslocamento do banco diminui para 4,96 mm, conforme ilustrado na FIG. 5.15. Tal resultado, a princípio, é inesperado, visto que como a amplitude do banco diminui, e este é o elemento responsável por transmitir as vibrações ao passageiro, era de se esperar que os níveis das acelerações de todos os modelos diminuíssem.

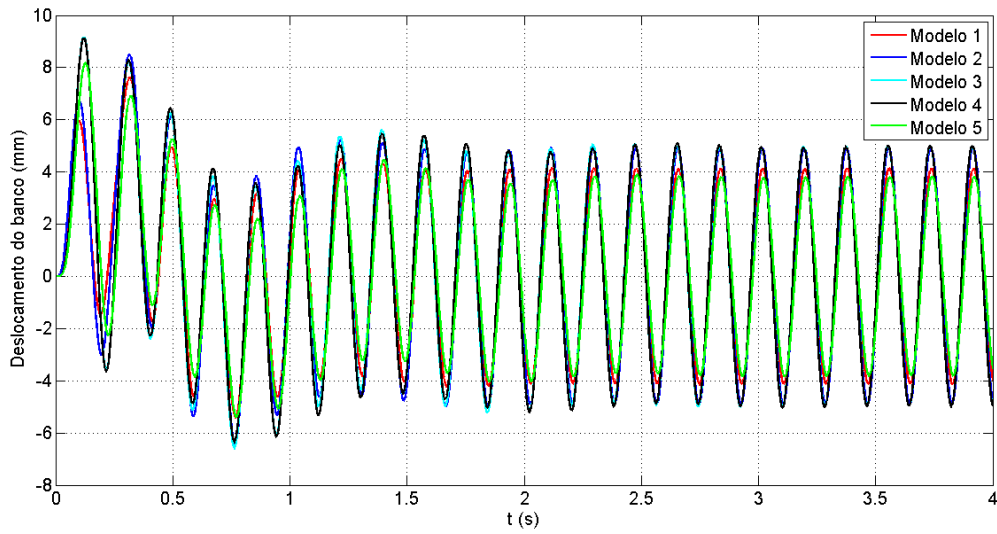
Ao analisar-se a FIG. 5.16, nota-se que para uma velocidade de 40 km/h o atuador passa a apresentar melhores resultados quanto à diminuição das acelerações transmitidas ao motorista. Observa-se que os modelos 3 e 4 apresentam melhores resultados que o modelo 2, mas os mesmos apresentam maiores picos de aceleração do que o modelo 5. Além disso, nota-se na FIG. 5.17 que a aceleração transmitida ao banco teve uma diminuição significativa do seu pico em relação aos demais modelos.



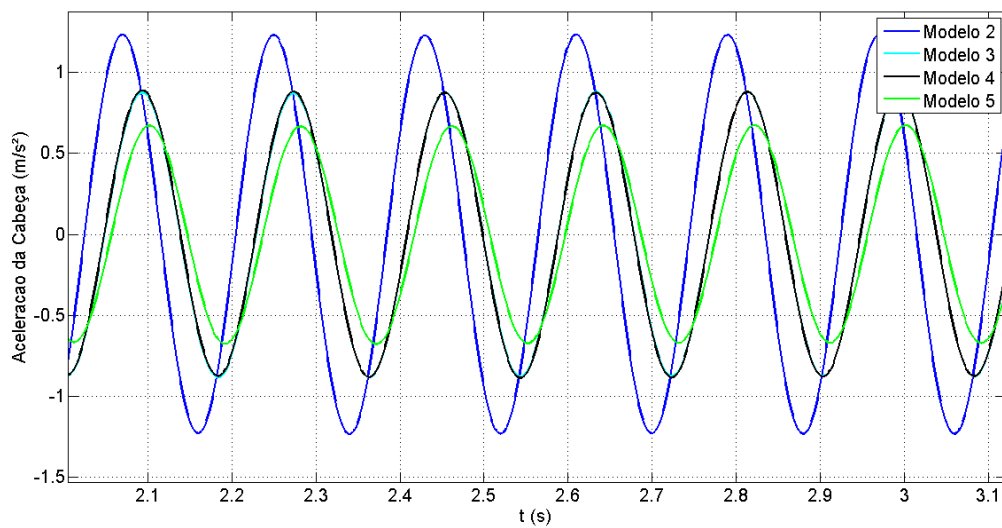
**FIG. 5.13 – Aceleração da cabeça para um veículo trafegando a 40 km/h em uma pista de perfil senoidal**



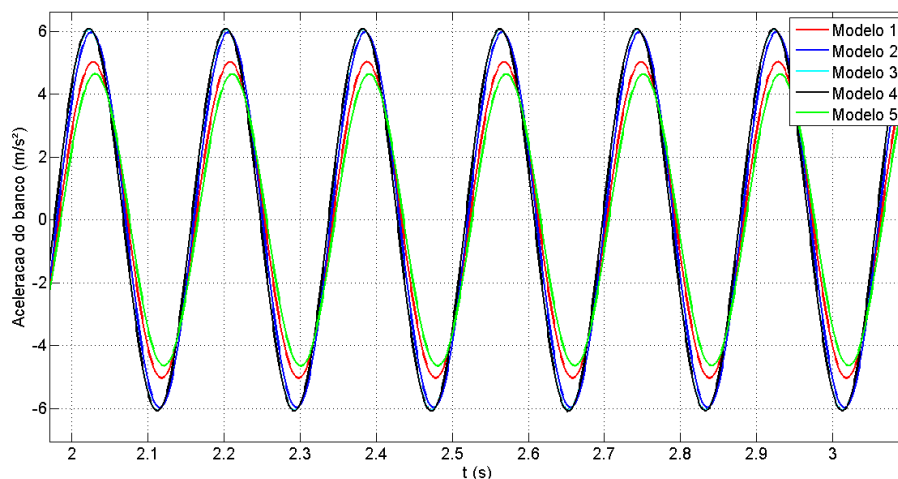
**FIG. 5.14 – Aceleração do tronco superior para um veículo trafegando a 40 km/h em uma pista de perfil senoidal**



**FIG. 5.15 – Deslocamento do banco do motorista para um veículo trafegando a 40 km/h por uma pista de perfil senoidal**



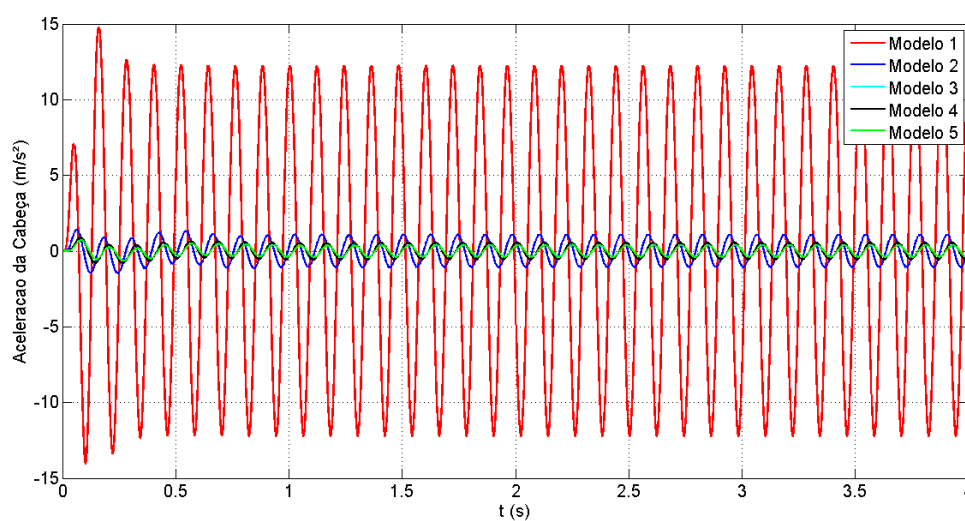
**FIG. 5.16 – Aceleração da cabeça para um veículo trafegando a 40 km/h em uma pista de perfil senoidal para os modelos 2, 3, 4 e 5**



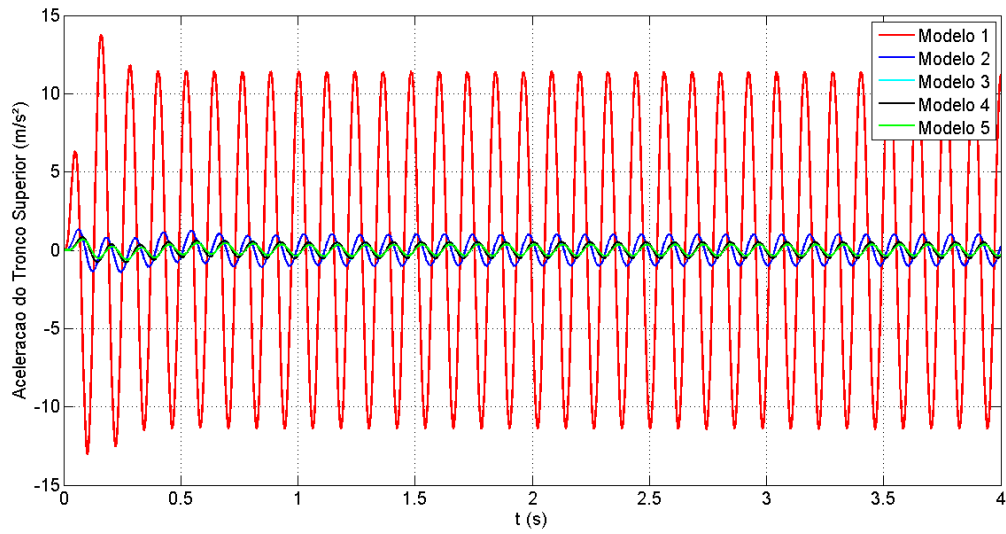
**FIG. 5.17 – Aceleração do banco para um veículo trafegando a 40 km/h em uma pista de perfil senoidal para os modelos 2, 3, 4 e 5**

Conforme pode ser observado nas FIG. 5.18 e FIG. 5.19, mais uma vez o nível da aceleração em regime permanente para o modelo 1 aumenta, enquanto que para os demais diminui, à medida que a velocidade com que se trafega sobre a pista aumenta de 40 para 60 km/h. Além disso, observa-se, novamente, que o deslocamento do banco diminui, sendo agora igual a 2,98 mm, segundo a FIG. 5.20.

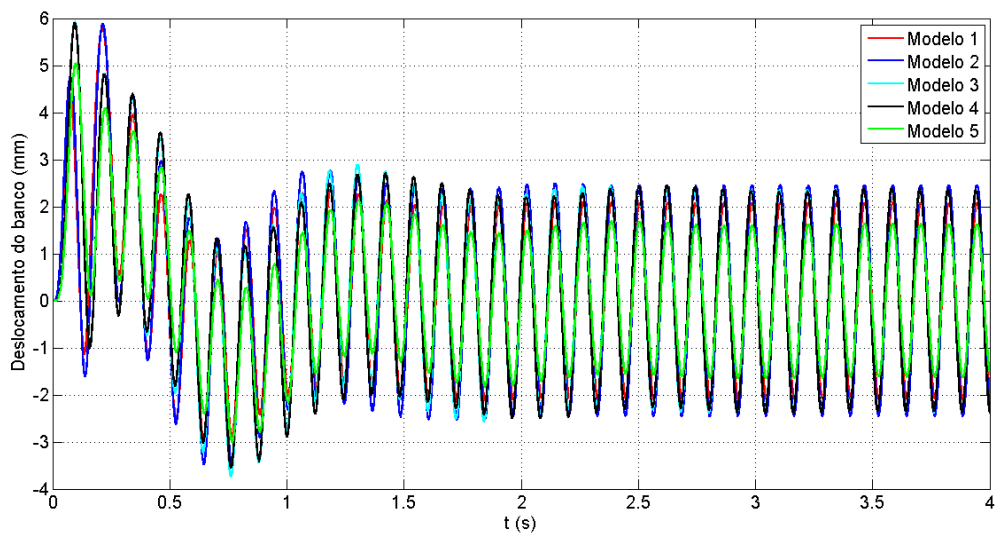
Ao analisar as FIG. 5.21 e FIG. 5.22, constata-se que o modelo 5 obteve os menores picos de aceleração e que a aceleração do banco foi significativamente reduzida em relação aos modelos III e IV.



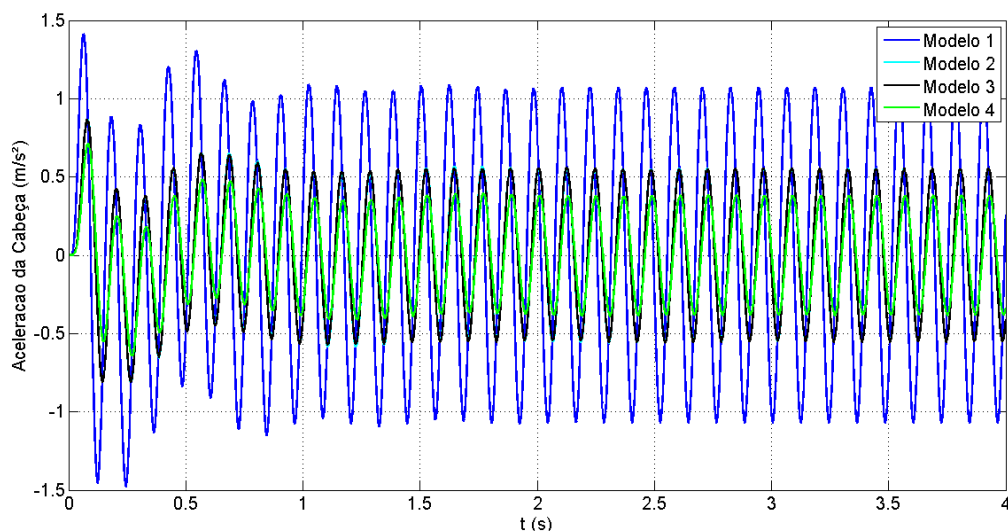
**FIG. 5.18 – Aceleração da cabeça para um veículo trafegando a 60 km/h em uma pista de perfil senoidal**



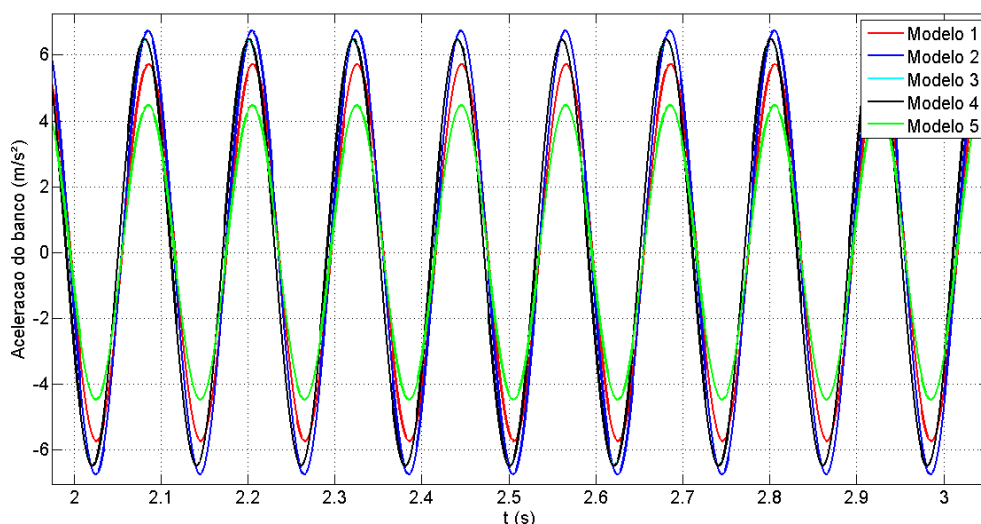
**FIG. 5.19 – Aceleração do tronco superior para um veículo trafegando a 60 km/h em uma pista de perfil senoidal**



**FIG. 5.20 – Deslocamento do banco do motorista para um veículo trafegando a 60 km/h por uma pista de perfil senoidal**



**FIG. 5.21 – Aceleração da cabeça para um veículo trafegando a 60 km/h em uma pista de perfil senoidal para os modelos 3, 4 e 5**



**FIG. 5.22 – Aceleração do banco para um veículo trafegando a 60 km/h em uma pista de perfil senoidal para os modelos 2, 3, 4 e 5**

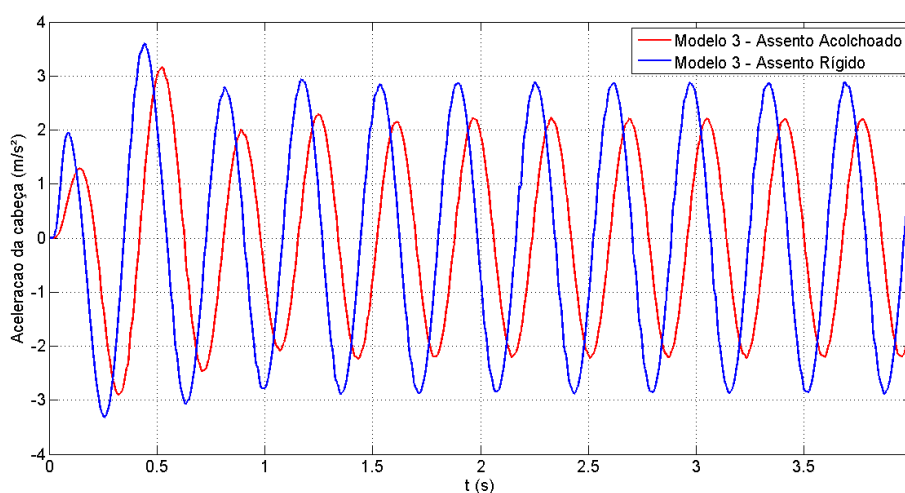
Visto que o comportamento do modelo 1 não pode ser explicado pela amplitude da excitação de base devida ao banco, dado que elas são as mesmas independentemente do modelo utilizado, é feita uma análise das frequências de vibração para o sistema. Entretanto, ao obter as frequências de ressonância para o sistema para cada modelo, dispostas na TAB. 5.1, verifica-se que elas são aproximadamente iguais independentemente do modelo. Além disso, dado que as vibrações provêm de ambos os eixos, é possível que haja uma interferência destrutiva por parte das excitações de cada eixo devido a diferença entre os ângulos de fase. Portanto, o

fator predominante para que as acelerações para o modelo 1 sejam significativamente maiores do que os demais modelos não devem ser as frequências de ressonância.

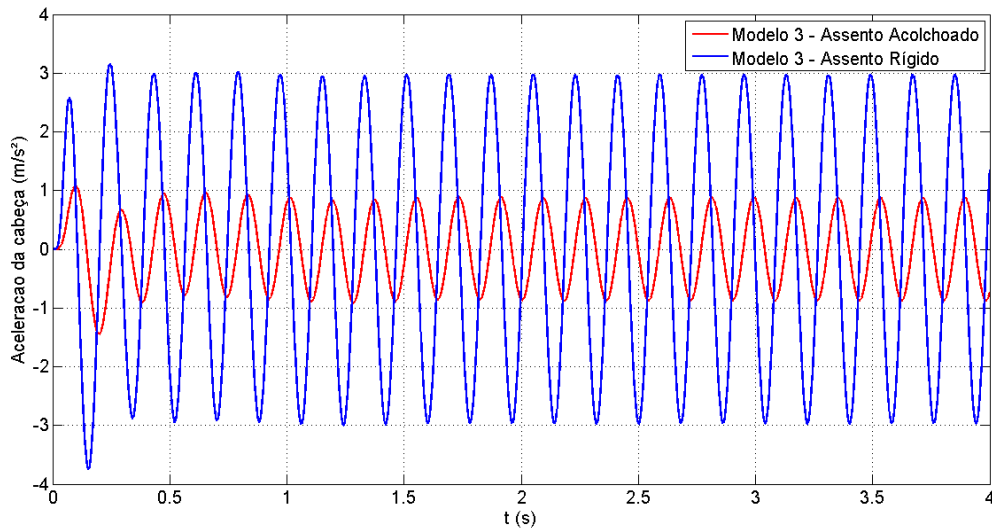
**TAB. 5.1 – Frequências de ressonância do sistema**

Frequências Naturais (Hz)				
Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 5
1,059	1,038	0,947	0,857	0,940
1,308	1,274	1,208	1,077	1,201
4,769	1,937	1,570	1,215	1,560
8,938	8,938	3,570	1,571	3,568
12,318	12,318	8,938	3,594	8,938
12,398	12,329	12,318	8,938	12,318
17,397	17,061	12,329	12,318	12,329
37,001	36,999	17,062	12,329	17,062
-	-	36,999	17,062	36,999
-	-	-	19,791	-
-	-	-	36,999	-

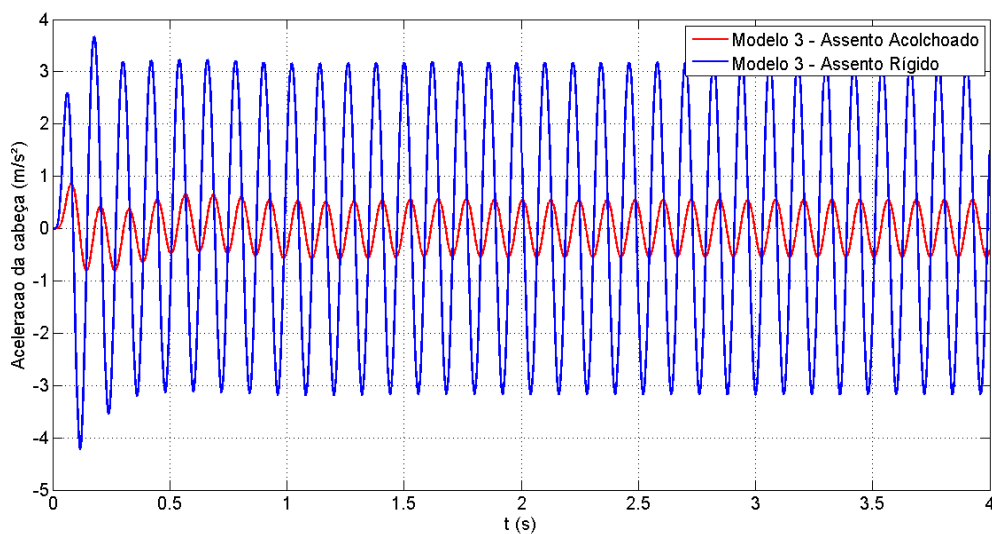
Dado que somente o primeiro modelo possui um assento rígido, realiza-se uma nova simulação comparando as acelerações obtidas para o modelo 3 com um assento rígido e com um assento acolchoado de forma a analisar como o assento pode reduzir as vibrações. Os resultados estão dispostos nas FIG. 5.23, FIG. 5.24 e FIG. 5.25, em que as curvas em azul ilustram o modelo 3 com um assento rígido e as curvas em vermelho o modelo 3 com assento acolchoado.



**FIG. 5.23 – Aceleração cabeça para o modelo 3 com assento rígido e com assento acolchoado a 20km/h**



**FIG. 5.24 – Aceleração cabeça para o modelo 3 com assento rígido e com assento acolchoado a 40km/h**



**FIG. 5.25 – Aceleração cabeça para o modelo 3 com assento rígido e com assento acolchoado a 60km/h**

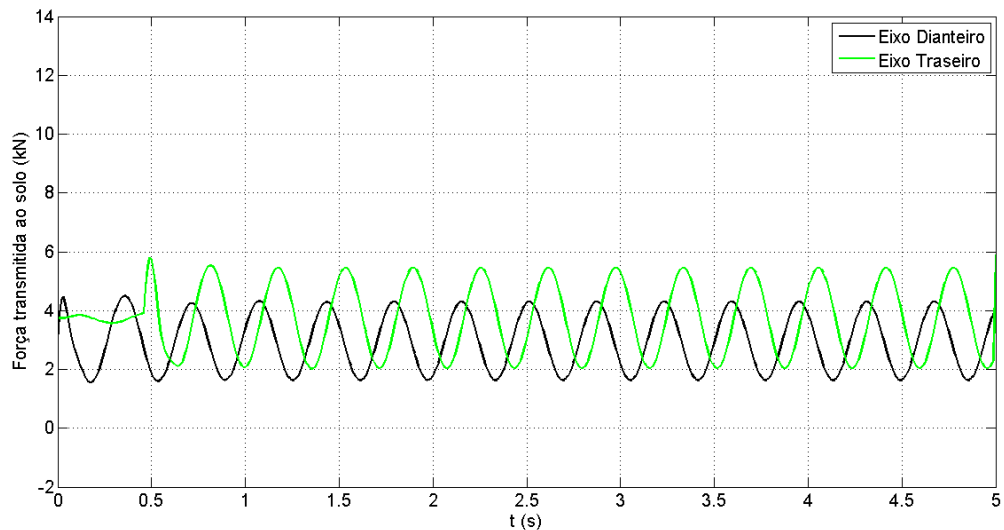
Ao analisarmos os resultados, observa-se que conforme a velocidade aumenta a aceleração da cabeça referente ao modelo 3 com assento rígido se mantém aproximadamente constante e igual a 3 m/s<sup>2</sup>, enquanto que a mesma referente ao modelo 3 com assento acolchoado diminui consideravelmente. Portanto, constata-se que o assento acolchoado tem uma grande importância na atenuação das vibrações transmitidas ao passageiro, sendo a razão pela qual o modelo 1 apresenta resultados significativamente inferiores aos demais.



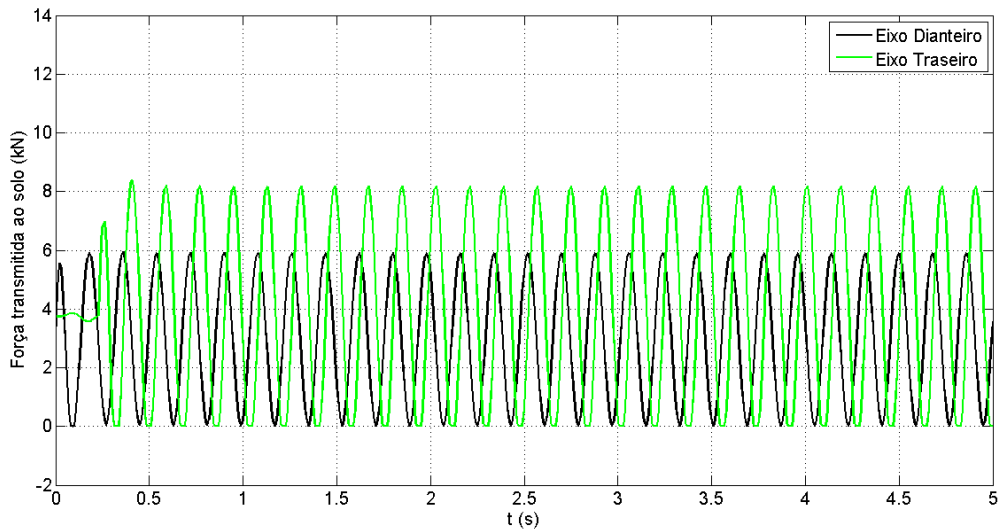
### 5.2.3 Forças transmitidas ao solo

Visto que as forças transmitidas ao solo pouco variam conforme o modelo utilizado, optou-se por somente apresentar as forças transmitidas ao solo para o primeiro modelo de modo a ilustrar o problema. Estas são ilustradas nas FIG. 5.26, FIG. 5.27 e FIG. 5.28 para a velocidade do veículo igual a 20, 40 e 60 km/h respectivamente. A força com sinal positivo representa o pneu em compressão. A força com sinal positivo representa o pneu em compressão. Visto que a força não pode ser negativa, já que isto representaria o pneu sendo tracionado, o que é fisicamente impossível, para os instantes no tempo em que a força transmitida ao solo é negativa, esta é igualada a 0, ou seja, representando a perda de contato entre o pneu e o solo. Ou seja:

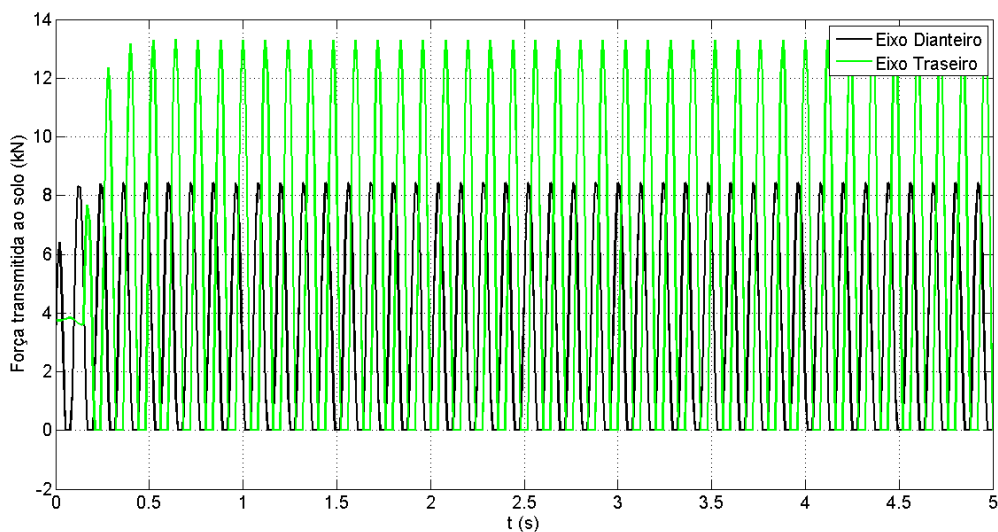
$$F_{transmitida} < 0 \Rightarrow F_{transmitida} = 0 \quad (5.1)$$



**FIG. 5.26 – Força Transmitida ao solo para uma velocidade de 20 km/h**



**FIG. 5.27 – Força Transmitida ao solo para uma velocidade de 40 km**



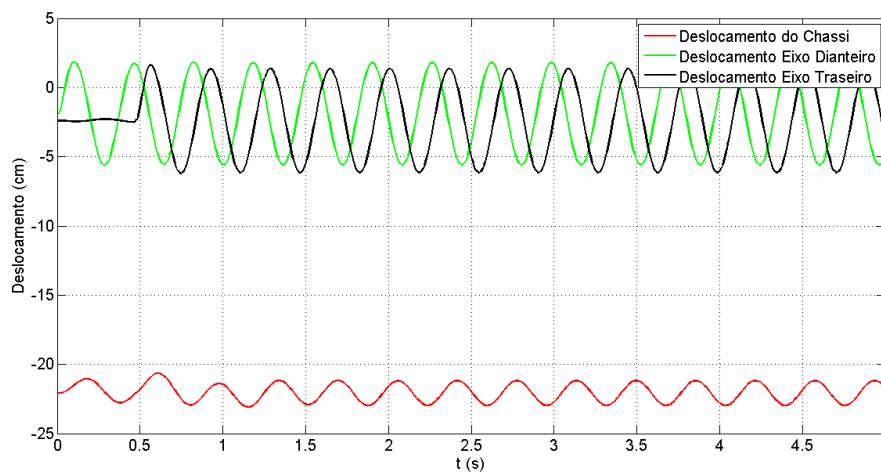
**FIG. 5.28 – Força Transmitida ao solo para uma velocidade de 60 km/h**

Ao analisarmos os resultados obtidos para a força transmitida ao solo, chegamos a três observações importantes:

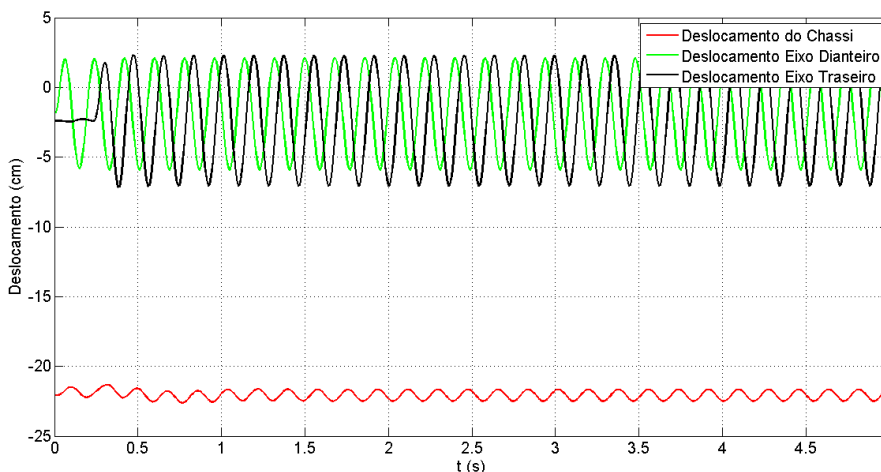
- a) A força aumenta conforme a velocidade
- b) A força transmitida pelo eixo traseiro é maior que a transmitida pelo eixo dianteiro
- c) Para velocidades iguais a 40 e 60 km/h, nota-se forças nulas, ou seja, o pneu deixa de tocar o solo

## 5.2.4 Posições do CG do chassi, do eixo dianteiro e do eixo traseiro

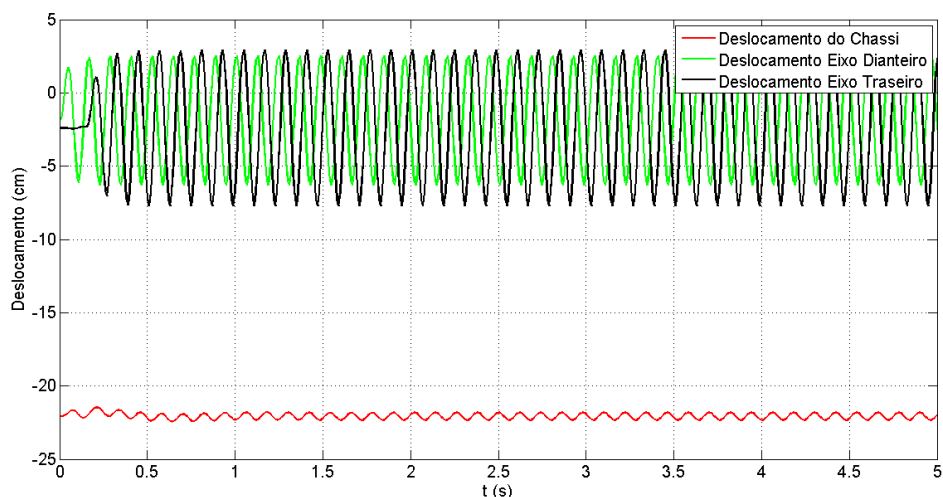
As FIG. 5.29, FIG. 5.30 e FIG. 5.31 ilustram os deslocamentos dos CG do chassi e dos eixos dianteiro e traseiro, sendo ilustrados pelas curvas em vermelho, verde e preto respectivamente, em função do tempo para a velocidade do veículo igual a 20, 40 e 60 km/h respectivamente, sendo neste caso levado em consideração as deformações estáticas devido ao peso dos elementos. Ressalta-se que elas não representam as posições, mas sim os deslocamentos dos CG.



**FIG. 5.29 – Posições do CG do chassi e dos eixos para uma velocidade igual a 20 km/h**



**FIG. 5.30 – Posições do CG do chassi e dos eixos para uma velocidade igual a 40 km/h**



**FIG. 5.31 – Posições do CG do chassi e dos eixos para uma velocidade igual a 60 km/h**

Observa-se que a amplitude máxima do deslocamento dos CG dos eixos é de 10 cm, sendo tal valor condizente com a realidade. Além disso, nota-se que a posição do CG do chassi oscila em torno de 23 cm abaixo do nível das molas das suspensões relaxadas. Sendo assim, supõe-se que não há nenhuma interferência entre as massas suspensas e não-suspensas durante a simulação, e nem compressão excessiva do pneu de modo que a roda seja comprimida, garantido a validade do modelo desenvolvido para as simulações realizadas neste trabalho.

## 6 CONCLUSÃO E SUGESTÕES

Tanto ao passar pela lombada quanto ao trafegar pela pista de perfil senoidal observa-se uma melhora significativa do modelo 2 em relação ao modelo 1, e uma melhora do modelo 3 em relação ao modelo 2. Entretanto, não foi observada nenhuma melhora do modelo 4 em relação ao modelo 3, ou seja, eles são igualmente eficientes em reduzir as vibrações transmitidas ao motorista. Além disso, o atuador só passa a contribuir positivamente para a diminuição da aceleração sentida pelo motorista para velocidades iguais a 40 km/h e 60 km/h. Dessa forma, para estas velocidades, há uma melhora do modelo 5 em relação aos modelos 3 e 4, enquanto que para 20 km/h há uma piora em relação aos modelos 3 e 4. A TAB. 6.1 ilustra a diferença relativa entre os picos de acelerações da cabeça, obtidos no regime permanente, de cada modelo em relação ao modelo seguinte.

**TAB. 6.1 – Diferença relativa entre cada modelo e o modelo seguinte**

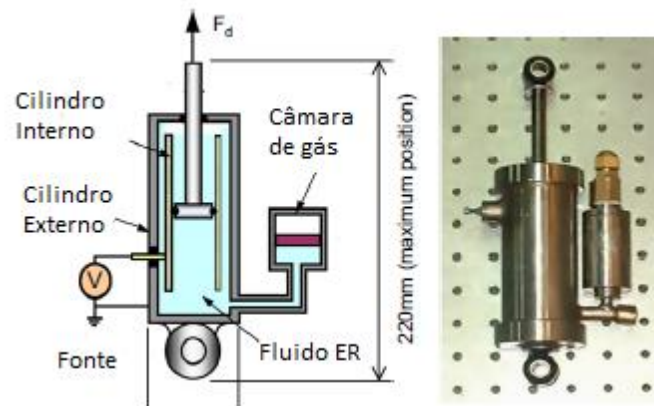
	Diferença Relativa (%)		
	Velocidade (km/h)		
	20	40	60
Modelo 1/2	34,79%	86,81%	91,23%
Modelo 2/3	24,30%	28,91%	47,48%
Modelo 3/4	0,00%	0,00%	0,00%
Modelo 4/5	-1,86%	24,67%	33,33%

Em relação ao nível das acelerações obtidas por meio das simulações realizadas, conclui-se que elas estão dentro da faixa de valores de trabalhos anteriores, como Du et al. (2012), Papalukopoulos e Natsiavas (2007), Zhao et al. (2010), e Abbas et al. (2013).

Para o prosseguimento deste estudo propõe-se as seguintes sugestões:

- Considerar outros tipos de controladores para o atuador, como controladores do tipo PI ou PID;
- Otimização dos parâmetros do absorvedor dinâmico de vibração, através da utilização de softwares como o MATLAB;
- Considerar atrasos do tempo nos controladores;

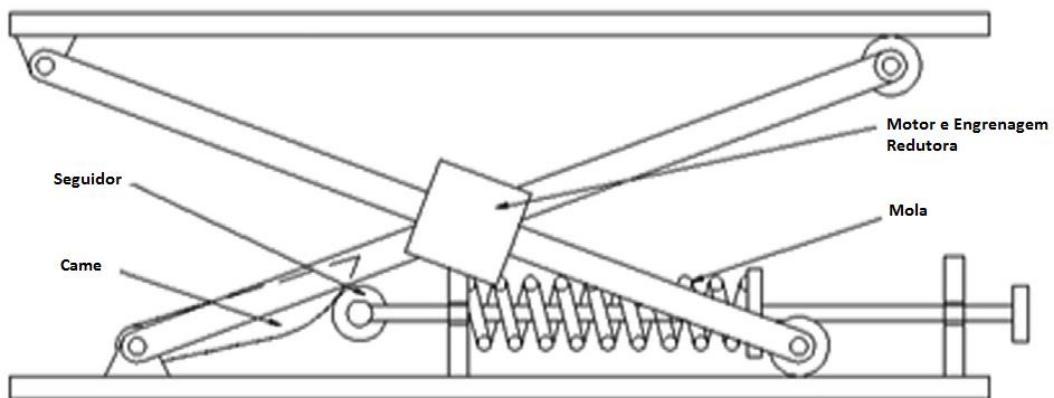
- Considerar o uso de suspensões semiativas com amortecedores de fluido eletroreológico, ilustrado na FIG. 6.1, ou magnetoreológico;



**FIG. 6.1 – Amortecedor com fluido eletroreológico**

**Choi e Han, 2007**

- Considerar outros atuadores como o utilizado por Ning et al (2016), ilustrado na FIG. 6.2;



**FIG. 6.2 – Projeto de um atuador para suspensão ativa**

**Ning et al, 2016**

## 7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABBAS, W.; ABOUELATTA, O.; EMAM, A.; BADRAN, S.; SHEBL, M. Optimal seat and suspension design for a half-car with driver model using genetic algorithm. *Scientific Research*, Cairo, 2013.

ABBAS, W.; ABOUELATTA, O.; EL-AZAB, M.; ELSAIDY, M.; MEGAHED, A. Optimization of biodynamic seated human models using genetic algorithms. *Scientific Research*, Cairo, 2010.

AHN, K.K. Active pneumatic vibration isolation system using negative stiffness structures for a vehicle seat. *Journal of Sound and Vibration*, v. 333, p. 1245–1268, 2014.

ATA, W.. Intelligent Control of Tracked Vehicle Suspension. Tese de Doutorado, University of Manchester: 2014.

BOILEAU, P.É.; RAKHEJA, S. Whole-body vertical biodynamic response characteristics of the seated vehicle driver: measurement and model development. *International Journal of Industrial Ergonomics*, v. 22, p. 449-472, 1998.

BOSH, R. Bosch Automotive Handbook. Stuttgart, 1996.

COERMANN, R. The mechanical impedance of the human body in sitting and standing positions at low frequencies. *Human Factors*, v. 4, p. 227-253, 1962.

DE SILVA, C. Vibration: fundamentals and practice. Boca Raton: CRC Press LLC, 2000;

DONG, X; YU, M.; LIAO, C.; CHEN, W. Comparative research on semi-active control strategies for magneto-rheological suspension. *Nonlinear Dynamics*, Chongqing, 2009.

DU, H.; SZE, K.; LAM, J. Semi-active H-inf control of vehicle suspension with magneto-rheological dampers. *Journal of Sound and Vibration*, Londres, 2005.

DU, HAIPING; LI, WEIHUA; ZHANG, NONG. Semi-active variable stiffness vibration control of vehicle seat suspension using an MR elastomer isolator. *Smart Materials and Structures*, 2011.

DU, H.; LI, W.; ZHANG, N. Integrated seat and suspension control for a quarter car with driver model. *Transactions on Vehicular Technology*, v. 61, Wollongong, 2012.

DU, H.; LI, W.; ZHANG, N. Vibration control of vehicle seat integrating with chassis suspension and driver body model. *Advances in Structural Engineering*, v. 16, p. 1-10, Wollongong, 2013.

FISCHER, D.; ISERMANN, R. Mechatronic semi-active and active vehicle suspensions. *Control Engineering Practice*, v.12 p. 1353-67. Darmstadt, 2004.

GAN, Z.; HILLIS, A.J; DARLING, J. Adaptive control of an active seat for occupant vibration reduction. *Journal of Sound and Vibration*, v. 349, p. 39–55, 2015.

GERB – Controle de Vibrações. Disponível em: [www.gerb.com](http://www.gerb.com). Acesso em 07 de julho de 2016;

- GRIFFIN, M. The validation of biodynamic models. *Clinical Biomechanics*, Southampton, 2001.
- GRUZMAN, M. Notas de Aula. Instituto Militar de Engenharia, 2014.
- HIEMENZ, G.J.; HU, W.; WERELEY, N.M. Semi-active magnetorheological helicopter crew seat suspension for vibration isolation. *Journal of Aircraft*, v. 45, p. 945–953, 2008.
- JAZAR, R. Vehicle dynamics: theory and application. 2. ed. Bundoora: Springer, 2014. 1066 p.
- KAWANA, M.; SHIMOGO, T. Active suspension of truck seat. *Shock and Vibration*, v. 5, p. 35–41, 1998.
- LE, T.D; AHN, K.K. A vibration isolation system in low frequency excitation region using negative stiffness structure for vehicle seat. *Journal of Sound and Vibration*, 2011.
- MACEDO, R.; WATANABE, F. Modelagem e simulação dinâmica do sistema de suspensão de um veículo do domínio do tempo In: Congresso Nacional de Estudantes de Engenharia Mecânica, 19., 2012. São Carlos.
- MACIEJEWSKI, I.; KRZYŻYŃSKI, T. Control design of semi-active seat suspension systems. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, Koszlain, 2011.
- MACIEJEWSKI, IGOR; KRZYŻYŃSKI, TOMASZ. The vibration damping effectiveness of an active seat suspension system and its robustness to varying mass loading. *Journal of Sound and Vibration*, v. 329, p. 3898–3914, 2010.
- MUKSIAN, R.; NASH, C.D. A model for the response of seated humans to sinusoidal displacements of the seat. *Journal of Biomechanics*, v. 7, p. 209-215, 1974.
- MUKSIAN, R.; NASH, C.D. On frequency-dependent damping coefficients in lumped-parameter models of human being. *Journal of Biomechanics*, v. 9, p. 339-342, 1976.
- NING, D.; SUN, S.; LI, H.; DU, H.; LI, W.. Active control of an innovative seat suspension system with acceleration measurement based friction estimation. *Journal of Sound and Vibration*, Wollongong, 2016.
- NGUYEN, S.; NGUYEN, Q.; CHOI, S. A Hybrid clustering based fuzzy structure for vibration control – Part 2: An application to semi-active vehicle seat-suspension system. *Elsevier*, Incheon, 2013
- OREČNÝ, M.; SEGLA, S.; HUŇADY, R.; MIKOVÁ, L. Effect of Dynamic Absorber Configuration on the Reduction of Vibration. *American Journal of Mechanical Engineering*, vol. 2, no. 7: 270-273, 2014.
- PAPALUKOPOULOS, C.; NATSIAVAS, S. Nonlinear biodynamics of passengers couples with quarter car models. *Journal of Sound and Vibration*, Thessaloniki, 2007.
- PATIL, M.K.; PALANICHAMY, M.S.; GHISTA, D.N. Dynamic response of human body seated on a tractor and effectiveness of suspension system. *SAE Paper*, v. 770932, p. 755-792, 1977.
- RAO, S. Vibrações Mecânicas. 4. Ed. Pearson Prentice Hall, 2008;



SUGGS, C.W.; ABRAMS, C.F.; STIKELATHER, L.F. Application of a damped spring-mass human vibration simulator in vibration testing of vehicle seats. *Ergonomics*, v. 12, p. 79-90, 1969.

SUN et al. Vibration control for active seat suspension systems via dynamic output feedback with limited frequency characteristic. *Mechatronics*, v.12, p. 250-60. Harbin, 2010.

SUN et al. Horizontal vibration reduction of a seat suspension using negative changing stiffness magnetorheological elastomer isolators. *International Journal of Vehicle Design*, v. 68, p. 104–118, 2015.

WAN, Y.; SCHIMMELS, J.M. A simple model that captures the essential dynamics of a seated human exposed to whole body vibration. *Advances in Bioengineering, ASME*, v. 31, p. 333-334, 1995.

WAN, Y.; SCHIMMELS, J.M. Improved vibration isolating seat suspension designs based on position-dependent nonlinear stiffness and damping characteristics. *Journal of dynamic systems, measurement, and control*, p. 330-338, 2003.

WEI, L.; GRIFFIN, M. J. The prediction of seat transmissibility from measures of seat impedance. *Journal of Sound and Vibration*, v. 214, p. 121-137, 1998.

ZHAO, Y.; SUN, W.; GAO, H. Robust control synthesis for seat suspension systems with actuator saturation and time-varying input delay. *Journal of Sound and Vibration*, Harbin, 2010.

## 8 ANEXOS

### 8.1 Equações Diferenciais de Movimento

Nesta seção são descritas as equações diferenciais de movimento desenvolvidas para cada um dos cinco modelos do sistema dinâmico assento e veículo. As equações são desenvolvidas por meio do método de Newton-Euler, em que cada um dos elementos de inércia em movimento de translação ou rotação é representado isoladamente em um diagrama de corpo livre, juntamente com todos os esforços externos e internos de inércia, rigidez e amortecimento que atuam no elemento. Tendo em vista que o equacionamento das coordenadas é feito a partir da posição de equilíbrio, os pesos das massas não aparecem nas equações de movimento pois são cancelados pelas deformações estáticas das molas. O conjunto de  $n$  equações diferenciais de movimento de um sistema com  $n$  GDL pode ser representado de forma simplificada, utilizando-se a notação matricial dada pela equação.

$$[M]\ddot{\mathbf{Z}} + [C]\dot{\mathbf{Z}} + [K]\mathbf{Z} = \mathbf{f} \quad (8.1)$$

Em que:

- $[M]$  – Matriz de inércia
- $[C]$  – Matriz de amortecimento
- $[K]$  – Matriz de rigidez
- $\mathbf{Z}$  – Vetor de graus de liberdade
- $\mathbf{f}$  – Vetor de forças externas

#### 8.1.1 Modelo 1

$$m_1\ddot{Z}_1 = -c_1(\dot{Z}_1 - \dot{Z}_2) - k_1(Z_1 - Z_2) \quad (8.2)$$

$$m_2\ddot{Z}_2 = c_1(\dot{Z}_1 - \dot{Z}_2) + k_1(Z_1 - Z_2) - c_2(\dot{Z}_2 - \dot{Z}_3) - k_2(Z_2 - Z_3) - c_3(\dot{Z}_2 - \dot{Z}_4) - k_3(Z_2 - Z_4) \quad (8.3)$$

$$m_3\ddot{Z}_3 = c_2(\dot{Z}_2 - \dot{Z}_3) + k_2(Z_2 - Z_3) - c_4(\dot{Z}_3 - \dot{Z}_4) - k_4(Z_3 - Z_4) \quad (8.4)$$

$$m_4\ddot{Z}_4 = c_4(\dot{Z}_3 - \dot{Z}_4) + k_4(Z_3 - Z_4) + c_3(\dot{Z}_2 - \dot{Z}_4) + k_3(Z_2 - Z_4) - c_5(\dot{Z}_4 - \dot{Z} + a\dot{\theta}) - k_5(Z_4 - Z + a\theta) \quad (8.5)$$

$$(M + m_{se})\ddot{Z} = c_5(\dot{Z}_4 - \dot{Z} + a\dot{\theta}) + k_5(Z_4 - Z + a\theta) - c_f(\dot{Z} - \dot{Z}_f - a_1\dot{\theta}) - c_r(\dot{Z} - \dot{Z}_r + a_2\dot{\theta}) - k_f(Z - Z_f - a_1\theta) - k_r(Z - Z_r + a_2\theta) \quad (8.6)$$

$$I_y\ddot{\theta} = a_1c_f(\dot{Z} - \dot{Z}_f - a_1\dot{\theta}) - a_2c_r(\dot{Z} - \dot{Z}_r + a_2\dot{\theta}) - ac_5(\dot{Z}_4 - \dot{Z} + a\dot{\theta}) + a_1k_f(Z - Z_f - a_1\theta) - a_2k_r(Z - Z_r + a_2\theta) - ak_5(Z_4 - Z + a\theta) \quad (8.7)$$

$$m_f\ddot{Z}_f = c_f(\dot{Z} - \dot{Z}_f - a_1\dot{\theta}) - c_{tf}(\dot{Z}_f - \dot{y}_f) - k_{tf}(Z_f - y_f) + k_f(Z - Z_f - a_1\theta) \quad (8.8)$$

$$m_r\ddot{Z}_r = c_r(\dot{Z} - \dot{Z}_r + a_2\dot{\theta}) - c_{tr}(\dot{Z}_r - \dot{y}_r) - k_{tr}(Z_r - y_r) + k_r(Z - Z_r + a_2\theta) \quad (8.9)$$

Após agrupar as equações de movimento (8.2) a (8.9) na forma matricial chega-se aos termos apresentados nas equações (8.10) a (8.14) na forma matricial:

$$\mathbf{Z}_I = \begin{Bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \\ Z_4 \\ Z \\ \theta \\ Z_f \\ Z_r \end{Bmatrix} \quad (8.10)$$

$$[\mathbf{M}_I] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M + m_{se} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_f & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_r \end{bmatrix} \quad (8.11)$$

$$[C_f] = \begin{bmatrix} c_1 & -c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_1 & c_1 + c_2 + c_3 & -c_2 & -c_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c_2 & c_2 + c_4 & -c_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c_3 & -c_4 & c_3 + c_4 + c_5 & -c_5 & ac_5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -c_5 & c_f + c_r + c_5 & -a_1c_f + a_2c_r - ac_5 & -c_f & -c_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ac_5 & -a_1c_f + a_2c_r - ac_5 & a_1^2c_f + a_2^2c_r + a^2c_5 & a_1c_f & -a_2c_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_f & a_1c_f & c_f + c_{tf} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_r & -a_2c_r & 0 & c_r + c_{tr} & 0 \end{bmatrix} \quad (8.12)$$

$$[K_f] = \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -k_1 & k_1 + k_2 + k_3 & -k_2 & -k_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -k_2 & k_2 + k_4 & -k_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -k_3 & -k_4 & k_3 + k_4 + k_5 & -k_5 & ak_5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -k_5 & k_f + k_r + k_5 & -a_1k_f + a_2k_r - ak_5 & -k_f & -k_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ak_5 & -a_1k_f + a_2k_r - ak_5 & a_1^2k_f + a_2^2k_r + a^2k_5 & a_1k_f & -a_2k_f & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -k_f & a_1k_f & k_f + k_{tf} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -k_r & -a_2k_f & 0 & k_r + k_{tr} & 0 \end{bmatrix} \quad (8.13)$$

$$f_I = \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ c_{tf}\dot{y}_f + k_{tf}y_f \\ c_{tr}\dot{y}_r + k_{tr}y_r \end{array} \right\} \quad (8.14)$$

### 8.1.2 Modelo 2

O modelo 2 é análogo ao primeiro, com a diferença de que entre o motorista e o assento há uma almofada. Sendo assim, a partir deste modelo o amortecimento  $c_5$  e a rigidez  $k_5$  são substituídos nas equações por  $c_{eq}$  e  $k_{eq}$ . Estes representam o amortecimento e rigidez equivalente para uma associação em série das coxas com a almofada.

### 8.1.3 Modelo 3

$$m_1\ddot{Z}_1 = -c_1(\dot{Z}_1 - \dot{Z}_2) - k_1(Z_1 - Z_2) \quad (8.15)$$

$$m_2\ddot{Z}_2 = c_1(\dot{Z}_1 - \dot{Z}_2) + k_1(Z_1 - Z_2) - c_2(\dot{Z}_2 - \dot{Z}_3) - k_2(Z_2 - Z_3) - c_3(\dot{Z}_2 - \dot{Z}_4) - k_3(Z_2 - Z_4) \quad (8.16)$$

$$m_3\ddot{Z}_3 = c_2(\dot{Z}_2 - \dot{Z}_3) + k_2(Z_2 - Z_3) - c_4(\dot{Z}_3 - \dot{Z}_4) - k_4(Z_3 - Z_4) \quad (8.17)$$

$$m_4\ddot{Z}_4 = c_4(\dot{Z}_3 - \dot{Z}_4) + k_4(Z_3 - Z_4) + c_3(\dot{Z}_2 - \dot{Z}_4) + k_3(Z_2 - Z_4) - c_{eq}(\dot{Z}_4 - \dot{Z}_{se}) - k_{eq}(Z_4 - Z_{se}) \quad (8.18)$$

$$m_{se}\ddot{Z}_{se} = c_{eq}(\dot{Z}_4 - \dot{Z}_{se}) + k_{eq}(Z_4 - Z_{se}) - c_{se}(\dot{Z}_{se} - \dot{Z} + a\dot{\theta}) - k_{se}(Z_{se} - Z + a\theta) \quad (8.19)$$

$$M\ddot{Z} = -c_f(\dot{Z} - \dot{Z}_f - a_1\dot{\theta}) - c_r(\dot{Z} - \dot{Z}_r + a_2\dot{\theta}) + c_{se}(\dot{Z}_{se} - \dot{Z} + a\dot{\theta}) - k_f(Z - Z_f - a_1\theta) - k_r(Z - Z_r + a_2\theta) + k_{se}(Z_{se} - Z + a\theta) \quad (8.20)$$

$$I_y\ddot{\theta} = a_1c_f(\dot{Z} - \dot{Z}_f - a_1\dot{\theta}) - a_2c_r(\dot{Z} - \dot{Z}_r + a_2\dot{\theta}) - ac_{se}(\dot{Z}_{se} - \dot{Z} + a\dot{\theta}) + a_1k_f(Z - Z_f - a_1\theta) - a_2k_r(Z - Z_r + a_2\theta) - ak_{se}(Z_{se} - Z + a\theta) \quad (8.21)$$

$$m_f\ddot{Z}_f = c_f(\dot{Z} - \dot{Z}_f - a_1\dot{\theta}) - c_{tf}(\dot{Z}_f - \dot{y}_f) - k_{tf}(Z_f - y_f) + k_f(Z - Z_f - a_1\theta) \quad (8.22)$$

$$m_r\ddot{Z}_r = c_r(\dot{Z} - \dot{Z}_r + a_2\dot{\theta}) - c_{tr}(\dot{Z}_r - \dot{y}_r) - k_{tr}(Z_r - y_r) + k_r(Z - Z_r + a_2\theta) \quad (8.23)$$

Após agrupar as equações de movimento (8.15) a (8.23) na forma matricial chega-se aos termos apresentados nas equações (8.24) a (8.28) na forma matricial:

$$\mathbf{Z}_{III} = \begin{Bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \\ Z_4 \\ Z_{se} \\ Z \\ \theta \\ Z_f \\ Z_r \end{Bmatrix} \quad (8.24)$$

$$[\mathbf{M}_{III}] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_{se} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_f & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_r \end{bmatrix} \quad (8.25)$$

$$[\mathbf{C}_{III}] = \begin{bmatrix} c_1 & -c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_1 & c_1 + c_2 + c_3 & -c_2 & -c_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c_2 & c_2 + c_4 & -c_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c_3 & -c_4 & c_3 + c_4 + c_5 & -c_5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -c_5 & c_5 + c_{se} & -c_{se} & ac_{se} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{se} & c_f + c_r + c_{se} & -a_1c_f + a_2c_r - ac_{se} & -c_f & -c_r \\ 0 & 0 & 0 & 0 & ac_{se} & -a_1c_f + a_2c_r - ac_{se} & a_1^2c_f + a_2^2c_r + a^2c_{se} & a_1c_f & -a_2c_r \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_f & a_1c_f & c_f + c_{tf} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_r & -a_2c_r & 0 & c_r + c_{tr} \end{bmatrix} \quad (8.26)$$

$$[\mathbf{K}_{III}] = \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -k_1 & k_1 + k_2 + k_3 & -k_2 & -k_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -k_2 & k_2 + k_4 & -k_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -k_3 & -k_4 & k_3 + k_4 + k_5 & -k_5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -k_5 & k_5 + k_{se} & -k_{se} & ak_{se} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{se} & k_f + k_r + k_{se} & -a_1k_f + a_2k_r - ak_{se} & -k_f & -k_r \\ 0 & 0 & 0 & 0 & ak_{se} & -a_1k_f + a_2k_r - ak_{se} & a_1^2k_f + a_2^2k_r + a^2k_{se} & a_1k_f & -a_2k_f \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_f & a_1k_f & k_f + k_{tf} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_r & -a_2k_f & 0 & k_r + k_{tr} \end{bmatrix} \quad (8.27)$$

$$\mathbf{f}_{III} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ c_{tf}\dot{y}_f + k_{tf}y_f \\ c_{tr}\dot{y}_r + k_{tr}y_r \end{pmatrix} \quad (8.28)$$

#### 8.1.4 Modelo 4

$$m_1\ddot{Z}_1 = -c_1(\dot{Z}_1 - \dot{Z}_2) - k_1(Z_1 - Z_2) \quad (8.29)$$

$$m_2\ddot{Z}_2 = c_1(\dot{Z}_1 - \dot{Z}_2) + k_1(Z_1 - Z_2) - c_2(\dot{Z}_2 - \dot{Z}_3) - k_2(Z_2 - Z_3) - c_3(\dot{Z}_2 - \dot{Z}_4) - k_3(Z_2 - Z_4) \quad (8.30)$$

$$m_3\ddot{Z}_3 = c_2(\dot{Z}_2 - \dot{Z}_3) + k_2(Z_2 - Z_3) - c_4(\dot{Z}_3 - \dot{Z}_4) - k_4(Z_3 - Z_4) \quad (8.31)$$

$$m_4\ddot{Z}_4 = c_4(\dot{Z}_3 - \dot{Z}_4) + k_4(Z_3 - Z_4) + c_3(\dot{Z}_2 - \dot{Z}_4) + k_3(Z_2 - Z_4) - c_{eq}(\dot{Z}_4 - \dot{Z}_{se}) - k_{eq}(Z_4 - Z_{se}) \quad (8.32)$$

$$m_{se}\ddot{Z}_{se} = c_{eq}(\dot{Z}_4 - \dot{Z}_{se}) + k_{eq}(Z_4 - Z_{se}) - c_{se}(\dot{Z}_{se} - \dot{Z} + a\dot{\theta}) - k_{se}(Z_{se} - Z + a\theta) - c_{ad}(\dot{Z}_{se} - \dot{Z}_a) - k_{ad}(Z_{se} - Z_{ad})$$

**(8.33)**

$$M\ddot{Z} = -c_f(\dot{Z} - \dot{Z}_f - a_1\dot{\theta}) - c_r(\dot{Z} - \dot{Z}_r + a_2\dot{\theta}) + c_{se}(\dot{Z}_{se} - \dot{Z} + a\dot{\theta}) - k_f(Z - Z_f - a_1\theta) - k_r(Z - Z_r + a_2\theta) + k_{se}(Z_{se} - Z + a\theta)$$

**(8.34)**

$$I_y\ddot{\theta} = a_1c_f(\dot{Z} - \dot{Z}_f - a_1\dot{\theta}) - a_2c_r(\dot{Z} - \dot{Z}_r + a_2\dot{\theta}) - ac_{se}(\dot{Z}_{se} - \dot{Z} + a\dot{\theta}) + a_1k_f(Z - Z_f - a_1\theta) - a_2k_r(Z - Z_r + a_2\theta) - ak_{se}(Z_{se} - Z + a\theta)$$

**(8.35)**

$$m_f\ddot{Z}_f = c_f(\dot{Z} - \dot{Z}_f - a_1\dot{\theta}) - c_{tf}(\dot{Z}_f - \dot{y}_f) - k_{tf}(Z_f - y_f) + k_f(Z - Z_f - a_1\theta)$$

**(8.36)**

$$m_r\ddot{Z}_r = c_r(\dot{Z} - \dot{Z}_r + a_2\dot{\theta}) - c_{tr}(\dot{Z}_r - \dot{y}_r) - k_{tr}(Z_r - y_r) + k_r(Z - Z_r + a_2\theta)$$

**(8.37)**

$$m_a\ddot{Z}_a = c_{ad}(\dot{Z}_{se} - \dot{Z}_a) - k_a(Z_a - Z_{ad})$$

**(8.38)**

$$m_{ad}\ddot{Z}_{ad} = k_{ad}(Z_{se} - Z_{ad}) + k_a(Z_a - Z_{ad})$$

**(8.39)**

Após agrupar as equações de movimento **(8.29)** a **(8.39)** na forma matricial chega-se aos termos apresentados nas equações **(8.40)** a **(8.44)** na forma matricial:

$$\mathbf{Z}_{IV} = \begin{Bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \\ Z_4 \\ Z_{se} \\ Z \\ \theta \\ Z_f \\ Z_r \\ Z_a \\ Z_{ad} \end{Bmatrix}$$

**(8.40)**

$$[M_{IV}] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_{se} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_y & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{ad} \end{bmatrix} \quad (8.41)$$

$$[C_{IV}] = \begin{bmatrix} c_1 & -c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_1 & c_1 + c_2 + c_3 & -c_2 & -c_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c_2 & c_2 + c_4 & -c_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c_3 & -c_4 & c_3 + c_4 + c_5 & -c_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -c_5 & c_5 + c_{se} + c_{ad} & -c_{se} & ac_{se} & 0 & 0 & -c_{ad} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{se} & c_f + c_r + c_{se} & -a_1c_f + a_2c_r - ac_{se} & -c_f & -c_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & ac_{se} & -a_1c_f + a_2c_r - ac_{se} & a_1^2c_f + a_2^2c_r + a^2c_{se} & a_1c_f & -a_2c_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_f & a_1c_f & c_f + c_{tf} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_r & -a_2c_r & 0 & c_r + c_{tr} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{ad} & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{ad} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (8.42)$$

$$[K_{IV}] = \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -k_1 & k_1 + k_2 + k_3 & -k_2 & -k_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -k_2 & k_2 + k_4 & -k_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -k_3 & -k_4 & k_3 + k_4 + k_5 & -k_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -k_5 & k_5 + k_{se} + k_{ad} & -k_{se} & ak_{se} & 0 & 0 & 0 & -k_{ad} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{se} & k_f + k_r + k_{se} & -a_1k_f + a_2k_r - ak_{se} & -k_f & -k_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & ak_{se} & -a_1k_f + a_2k_r - ak_{se} & a_1^2k_f + a_2^2k_r + a^2k_{se} & a_1k_f & -a_2k_f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_f & a_1k_f & k_f + k_{tf} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_r & -a_2k_f & 0 & k_r + k_{tr} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_a & -k_a \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{ad} & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_a & k_{ad} + k_a \end{bmatrix} \quad (8.43)$$



$$\mathbf{f}_{IV} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ c_{tf}\dot{y}_f + k_{tf}y_f \\ c_{tr}\dot{y}_r + k_{tr}y_r \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (8.44)$$

### 8.1.5 Modelo V

O modelo V é análogo ao III, com a diferença de que entre o assento e o chassi há também um atuador. Sendo assim, as matrizes  $[\mathbf{K}_V]$  e  $[\mathbf{C}_V]$  são iguais a  $[\mathbf{K}_{III}]$  e  $[\mathbf{C}_{III}]$ , e o vetor  $\mathbf{Z}_V$  é igual a  $\mathbf{Z}_{III}$ .

$$[\mathbf{M}_V] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_{se} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M + M_m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_f & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_r \end{bmatrix} \quad (8.45)$$

O vetor de forças externas será dado por:

$$\mathbf{f}_V = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{T_m}{R_m} \\ -\frac{T_m}{R_m} \\ a \frac{T_m}{R_m} \\ c_{tf}\dot{y}_f + k_{tf}y_f \\ c_{tr}\dot{y}_r + k_{tr}y_r \end{pmatrix} \quad (8.46)$$

Sendo  $T_m$  e  $R_m$  iguais, respectivamente, ao torque fornecido pelo motor e o raio da engrenagem solidária ao motor.