

**MINISTÉRIO DA DEFESA
EXÉRCITO BRASILEIRO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA
INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA E DE
AUTOMÓVEL**

**DANIEL PINHEIRO MONTENEGRO
RYAN RODRIGUES MOREIRA RESENDE DA SILVA**

**MODELAGEM E SIMULAÇÃO DO COMPORTAMENTO DE UM PNEU
COM ANEL RÍGIDO**

**RIO DE JANEIRO
2020**

DANIEL PINHEIRO MONTENEGRO
RYAN RODRIGUES MOREIRA RESENDE DA SILVA

MODELAGEM E SIMULAÇÃO DO COMPORTAMENTO DE UM PNEU
COM ANEL RÍGIDO

Projeto de Final de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia Mecânica e de Automóvel do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica e de Automóvel.

Orientador(es): Gustavo Simão Rodrigues, D.Sc.
Elias Dias Rossi Lopes, M.Sc.

Rio de Janeiro
2020

CIP - Catalogação na Publicação

Silva, Ryan Rodrigues Moreira Resende Da
MODELAGEM E SIMULAÇÃO DO COMPORTAMENTO DE UM
PNEU COM ANEL RÍGIDO / Ryan Rodrigues Moreira
Resende Da Silva; Daniel Pinheiro Montenegro. –
Rio de Janeiro, 2020.
64 f.

Orientadores: Gustavo Simão Rodrigues; Elias Dias
Rossi Lopes.

Projeto Final de Curso (graduação) – Instituto
Militar de Engenharia, Bacharel em Engenharia
Mecânica e de Automóveis, 2020.

1. Pneu. 2. Anel rígido. 3. Elementos finitos.
4. Análise não-linear. I. Montenegro, Daniel
Pinheiro. II. Rodrigues, Gustavo Simão, orient.
III. Lopes, Elias Dias Rossi, orient. IV. Título

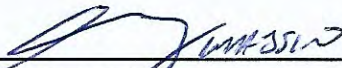
**DANIEL PINHEIRO MONTENEGRO
RYAN RODRIGUES MOREIRA RESENDE DA SILVA**

**Modelagem e Simulação do Comportamento de um Pneu
com Anel Rígido**

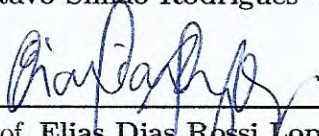
Projeto de Final de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia Mecânica e de Automóvel do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica e de Automóvel.

Orientador(es): Gustavo Simão Rodrigues e Elias Dias Rossi Lopes.

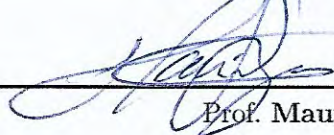
Aprovado em Rio de Janeiro, 29 de outubro de 2020, pela seguinte banca examinadora:



Prof. Gustavo Simão Rodrigues - D.Sc. do IME - Presidente



Prof. Elias Dias Rossi Lopes - M.Sc. do IME



Prof. Maurício Gruzman - D.Sc. do IME

Rio de Janeiro
2020

RESUMO

Durante muitos anos, a necessidade de se conhecer parâmetros de um veículo e suas influências no desempenho têm sido um desafio. Especialmente ao se tratar de pneus, diversos modelos teóricos foram desenvolvidos a fim de estimar o comportamento dinâmico dos componentes, normalmente requerendo parâmetros empíricos obtidos a partir de testes experimentais. Contudo, experimentos podem se tornar custosos, necessitando de equipamentos específicos, profissionais especializados, amostras em boas condições, etc. Dessa forma, simulações computacionais oferecem uma alternativa para experimentos, pois podem ser facilmente realizadas e são menos custosas. Visto isso, o principal propósito desse trabalho é apresentar o estudo de modelos de pneu com múltiplos pontos de contato com solo usando análise de elementos finitos, empregando o pacote de *softwares* ANSYS na modelagem e solução computacional, com o objetivo de estimar os parâmetros necessários para um modelo de anel rígido, frequentemente empregado em simulações computacionais de dinâmica veicular. No trabalho, obtêm-se parâmetros de rigidez e realiza-se o estudo para obtenção de parâmetros de amortecimento.

Palavras-chave: elementos finitos. pneu. anel rígido. análise não-linear.

ABSTRACT

The necessity of knowing accurately vehicle parameters and their influences in dynamic performance has been a challenge for a long time. Specifically referring to tires properties, different theoretical models were developed in order to estimate the dynamic behavior of the component, frequently requiring empirical parameters obtained more accurately from experimental tests. However, experiments can turn into a costly process, demanding specific equipment, specialized professionals, specimen in good conditions, etc. Considering this, a usual alternative to experimental tests are computational simulations, which can be easier to perform, less demanding and cheaper. In this context, the main purpose of this work is to present the study of tire models with multiple contact points, using finite elements method (or analysis) approach, performed in ANSYS software suites, heading to estimate the in-plate parameters of a rigid ring tire model, frequently adopted in computational vehicle dynamics simulation. In this work, stiffness parameters are obtained, and the study for obtaining damping parameters is performed.

Keywords: finite elements. tire. rigid ring. non-linear analysis.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Componentes e configuração de um pneu radial	15
Figura 2 – a-pneus diagonais, b-radiais e c-diagonais cintados.	16
Figura 3 – Seções transversais dos pneus diagonal a e radial b.	17
Figura 4 – Seções transversais dos pneus diagonal a e radial b.	18
Figura 5 – Esforço e deformação em volume elementar	19
Figura 6 – Tensões principais e razões de alongamento	22
Figura 7 – Fase matriz e fase dispersa de um compósito.	24
Figura 8 – Compósito com disposição de fibra unidirecional.	24
Figura 9 – Disposição de fibra unidirecional rotacionadas.	26
Figura 10 – Diagrama de análises estruturais.	27
Figura 11 – Exemplos de Elementos do MEF.	28
Figura 12 – Modelo básico de pneu de anel rígido.	29
Figura 13 – Formula SAE com pneu liso Dunlop.	31
Figura 14 – Seção transvesal do Modelo 1.	33
Figura 15 – Componentes do Modelo 1.	34
Figura 16 – Malha do Modelo 1	35
Figura 17 – a - Seção adaptado de YANG; b - Seção do Modelo 2	36
Figura 18 – Malha do modelo 2.	37
Figura 19 – Seção transversal do modelo 3.	38
Figura 20 – Malha do Modelo 3	39
Figura 21 – Geometria do Modelo 4.	40
Figura 22 – Malha do Modelo 4.	40
Figura 23 – Seção transvesal do Modelo 5.	41
Figura 24 – Componentes do Modelo 5.	42
Figura 25 – Malha do Modelo 5	43
Figura 26 – Cargas e suportes dos Modelos 1, 3 e 5	45
Figura 27 – Resultados da Análise de carga vertical	47
Figura 28 – Distribuição de pressão do Modelo 1 para deslocamento de 6mm e 14mm	47
Figura 29 – Distribuição de pressão do Modelo 5 para deslocamento de 6mm e 14mm	48
Figura 30 – Distribuição de pressão dos modelos de elementos finitos de YANG e área de contato experimental	48
Figura 31 – Deformação para carga vertical (mm)	49
Figura 32 – Deformação rotacional (mm)	50
Figura 33 – Primeiro modo de vibração	51
Figura 34 – Resposta do modelo à entrada do sistema.	52

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Propriedades do material de borracha do modelo 2.	31
Tabela 2 – Propriedades das fibras no modelo 2.	32
Tabela 3 – Propriedades do material da carcaça	35
Tabela 4 – Propriedades do material da carcaça	43
Tabela 5 – Resultados de Análise Vertical	49
Tabela 6 – Resultados de Análise Rotacional	50
Tabela 7 – Constantes de rigidez do modelo de anel rígido.	51

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	10
1.1	MOTIVAÇÃO	10
1.2	OBJETIVOS	11
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	12
2.1	NOÇÕES BÁSICAS DE PNEUS	12
2.2	MATERIAIS E SUAS PROPRIEDADES MECÂNICAS	12
2.3	ANÁLISE ESTRUTURAL POR ELEMENTOS FINITOS	13
2.4	MODELO DE PNEU DE ANEL RÍGIDO	14
3	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	15
3.1	NOÇÕES BÁSICAS DE PNEUS	15
3.1.1	COMPONENTES DO PNEU	15
3.1.2	TIPOS DE PNEU	16
3.1.3	DIMENSÕES DO PNEU	17
3.2	MATERIAIS E SUAS PROPRIEDADES MECÂNICAS	18
3.2.1	METAIS	18
3.2.2	POLÍMEROS	20
3.2.3	COMPÓSITOS	23
3.3	ANÁLISE EM ELEMENTOS FINITOS	27
3.4	MODELO DE PNEU DE ANEL RÍGIDO	29
4	MODELAGEM COMPUTACIONAL	31
4.1	MODELO 1	33
4.2	MODELO 2	36
4.3	MODELO 3	38
4.4	MODELO 4	39
4.5	MODELO 5	41
4.6	COMPARAÇÃO ENTRE MODELAGENS	43
5	RESULTADOS E DISCUSSÕES	45
5.1	VALIDAÇÃO DOS MODELOS	45
5.2	OBTENÇÃO DE PARÂMETROS DO MODELO DE PNEU DE ANEL RÍGIDO	48
6	CONCLUSÃO	53
	REFERÊNCIAS	54

APÊNDICE A – PLANILHA DE CÁLCULO DAS PROPRIEDADES DOS COMPÓSITOS PARA O MODELO 1	56
APÊNDICE B – PLANILHA DE CÁLCULO DAS PROPRIEDADES DOS COMPÓSITOS PARA O MODELO 5	61

1 INTRODUÇÃO

1.1 MOTIVAÇÃO

À exceção das forças aerodinâmicas e gravitacionais, todas as principais forças e momentos que afetam o movimento de um veículo terrestre são aplicadas através da interface pneu-solo. Dessa forma, o entendimento das características básicas dessa interação é essencial no estudo das características de performance, qualidade de viagem e manobrabilidade do veículo. (WONG; PASSOS, 2008)

Em geral, quatro funções devem ser atendidas pelos pneus: suportar o peso do veículo, suavizar irregularidades da pista, fornecer tração suficiente para aceleração e frenagem e possibilitar adequado controle e estabilidade na direção.

CHAE afirma que, para satisfazer completamente todos os requisitos de desempenho, as estruturas típicas de pneus são complexas, significando processos desafiadores desde a concepção de projeto à sua manufatura. Assim, novas tecnologias e conceitos foram desenvolvidos ao longo de mais de um século de evolução desse componente.

Sempre que um novo modelo de pneu é desenvolvido, este precisa ter seu desempenho testado. Dessa forma, muitas configurações de testes estáticos e dinâmicos também foram desenvolvidas, realizados em laboratório ou em campos de testes, acompanhando a evolução do componente. Entretanto, experimentos com pneus são geralmente custosos e complexos, demandando equipamentos específicos, mão de obra especializada, corpo de prova em condições ideais, entre outros fatores.

Oportunamente, tecnologias modernas permitiram o surgimento e crescimento de uma alternativa aos testes tradicionais: simulação de modelos computacionais de pneus. Com isso, experimentos em laboratório e até em campo podem ser replicados, poupando recursos e acelerando o desenvolvimento do produto.

Entre os modelos computacionais de pneu, dois se destacam: o modelo de anel rígido e o modelo em elementos finitos. O primeiro modelo demanda diversos parâmetros, comumente estimados através de testes em laboratório, e normalmente utilizado em modelos multicorpos de veículos. Já o segundo, em geral mais complicado de se construir, se atém à estrutura física do pneu para prever seu comportamento, sendo mais versátil para aplicações, entretanto exigindo maior custo computacional.

Os modelos em elementos finitos de pneus têm passado por grandes evoluções nos últimos tempos, principalmente com a utilização de *softwares* especializados, que possuem ferramentas específicas e pacotes de *solvers* poderosos. Assim, o campo de utilização e

resultados dos modelos tem sido ampliado constantemente.

1.2 OBJETIVOS

Este trabalho visa, por meio de um modelo de elementos finitos, obter os parâmetros necessários para a utilização do modelo de pneu com anel rígido em simulações de dinâmica veicular. Para isso, diferentes métodos de modelagem e hipóteses são estudados, para a formulação e proposição dos modelos, a fim de se obter um modelo em elementos finitos válido para a obtenção dos parâmetros alvo. Buscando a validação das hipóteses de modelagem, comparações com estudos e experimentos presentes em bibliografia são feitas.

Assim, busca-se obter um modelo eficiente e preciso em elementos finitos para que a obtenção dos parâmetros para o modelo de anel rígido seja feita. O *software* ANSYS é utilizado para a realização da análise computacional.

Com o modelo final concebido e validado, análises estáticas e dinâmicas são feitas para estimar os seguintes parâmetros do modelo de anel rígido: rigidez vertical interna, rigidez longitudinal interna, rigidez rotacional interna, rigidez residual vertical e amortecimento vertical.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 NOÇÕES BÁSICAS DE PNEUS

JAZAR apresenta os principais componentes do pneu e descreve os princípios de cada item. Descrevendo as suas funções para a estrutura, seus requisitos e os materiais típicos, fornece uma visão geral da estrutura interna. Além disso, descreve também as principais dimensões que caracterizam um pneu.

Com essa visão geral sobre o pneu, caracterizando o elemento de interação entre pneu e solo, JAZAR discute então teoria e aplicação da dinâmica veicular, estudando então diferentes modelos que contemplam situações adversas.

NICOLAZZI; LEAL; ROSA mostram as principais partes constituintes do pneu, além dos três principais tipos de disposições de orientações dos cordéis que formam a estrutura do pneu. Então, rumam a uma abordagem das forças de interação entre o pneu e solo e o estudo do comportamento do componente nessa interação, além de discutir sobre a capacidade de carga e velocidade.

Após a discussão do pneu de forma isolada, NICOLAZZI; LEAL; ROSA parte para o estudo da dinâmica veicular, incorporando então a discussão sobre o componente e todos os seus fenômenos à discussão generalizada sobre a dinâmica veicular em diversas situações.

GENT; WALTER trazem uma abordagem completa sobre o componente pneu. Além de sumarizar as partes constituintes e características, discutem as vantagens e desvantagens de cada tipo, explicando como cada um se comporta.

Em seguida, trazem uma abordagem mais profunda sobre os fenômenos que ocorrem na interação entre pneu e solo. Ainda, oferecem uma visão geral sobre padrões de testes e normas de pneus.

2.2 MATERIAIS E SUAS PROPRIEDADES MECÂNICAS

CALLISTER aborda uma visão geral de cada tipo de material discutido. Em muitas vezes, parte de uma visão da estrutura molecular para fazer assertivas sobre o comportamento macroscópico dos materiais em determinadas situações. Desse modo, aborda definições dos diferentes tipos de materiais, abrangendo seus equacionamentos de acordo com os esforços submetidos.

HIBBELER trata da resistência dos materiais, com foco em metais e outros

que apresentam resposta linear quando submetidos a esforços. Dessa forma, apresenta equacionamentos resposta do material quando submetidos a diversos tipos de carregamento, apresentando as hipóteses simplificadoras consagradas na literatura clássica de resistência de materiais e os métodos mais comuns utilizados na área.

CANEVAROLO define as características básicas de um material polimérico, passando desde a definição a classificação de acordo com suas propriedades. Em seguida, parte para a caracterização do material em relação a síntese, massas molares e estrutura, seguido então do estudo básico do comportamento térmico e mecânico.

ROLAND trata de borrachas de forma geral, ou seja, lidando com uma gama vasta de materiais poliméricos (não apenas as borrachas clássicas). A partir disso, o autor aprofunda o estudo do comportamento do material quando solicitado, sobre diferentes óticas (fenomenológica e matemática), observando os fenômenos e características peculiares. Para isso, apresenta formulações estatísticas baseadas na energia de deformação, sem tentar explicar sua origem molecular.

MATTHEWS et al. discute os materiais compósitos, de acordo com suas constituições. Em especial, trata do cálculo das propriedades de fibras. Em seguida, elenca os princípios básicos da análise em elementos finitos e sua aplicação em materiais compósitos, abordando os diferentes tipos de verificações e condições.

2.3 ANÁLISE ESTRUTURAL POR ELEMENTOS FINITOS

SOBRINHO apresenta o método de elementos finitos de sua formulação básica, partindo então para a aplicação na resolução de diversos tipos de problemas. Entre eles, destaca-se transmissão de calor, mecânica dos fluidos e análises de estruturas (elasticidade, modos de vibração etc.).

Assim, discute então os princípios que regem o método, com foco nas mais diversas aplicações. Aborda também os diferentes tipos de elementos e os métodos de geração de malhas automáticas.

VAZ mostra a evolução do Método dos Deslocamentos até chegar ao MEF com foco em análise de estruturas, seguindo então para a formulação do método para estruturas planas e seguindo então para a análise em sólidos axissimétricos e tridimensionais.

Além disso, aborda também o problema do cálculo do fator de carga crítica em estruturas, estudo de análise dinâmica e análises não-lineares, apresentando então a formulação geral do MEF em algumas hipóteses.

2.4 MODELO DE PNEU DE ANEL RÍGIDO

ZEGELAAR; PACEJKA apresentam o modelo de pneu de anel rígido, desde sua concepção teórica e hipóteses assumidas até o equacionamento para obtenção dos parâmetros assumidos. Além disso, também são apresentadas configurações experimentais para a obtenção dos parâmetros, mostrando de forma completa a concepção do modelo.

Algumas limitações do modelo de anel rígido apresentado por ZEGELAAR; PACEJKA foram objeto de pesquisa em outros estudos desenvolvidos. Dado que os parâmetros de rigidez do modelo de anel rígido tradicional são estimados em análise quasi-estática, o modelo apresenta algumas limitações quanto a seu comportamento dinâmico. Em destaque, NA; PARK; YOO estudam melhorias no modelo utilizando hipótese de histerese Bounc-Wen, e propõem um novo modelo de pneu, herdado do modelo de anel rígido, comprovando precisão e eficiência, podendo então ter maior aplicabilidade em simulações veiculares de *ride*.

Outros estudos recentes concentram na obtenção de melhorias para o modelo de anel rígido, a fim de se obter melhores respostas para comportamentos específicos do pneu. YANG et al. estudam o comportamento vibracional de um modelo melhorado. Já BIRAJDAR et al. propõem um modelo de anel rígido com modelo de contato com solo pragmático, atingido custo computacional leve e eficiente na estimativa do fenômeno de deslizamento (*slip*).

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

3.1 NOÇÕES BÁSICAS DE PNEUS

3.1.1 COMPONENTES DO PNEU

Segundo (JAZAR, 2014), um pneu é um avançado produto de engenharia feito de borracha e uma mistura de materiais sintéticos. Fibras, tecidos e cabos de aço alguns dos materiais dos componentes. A Fig. 1 mostra os principais componentes da estrutura de um pneu. A seguir, uma descrição simplificada de cada um é feita:

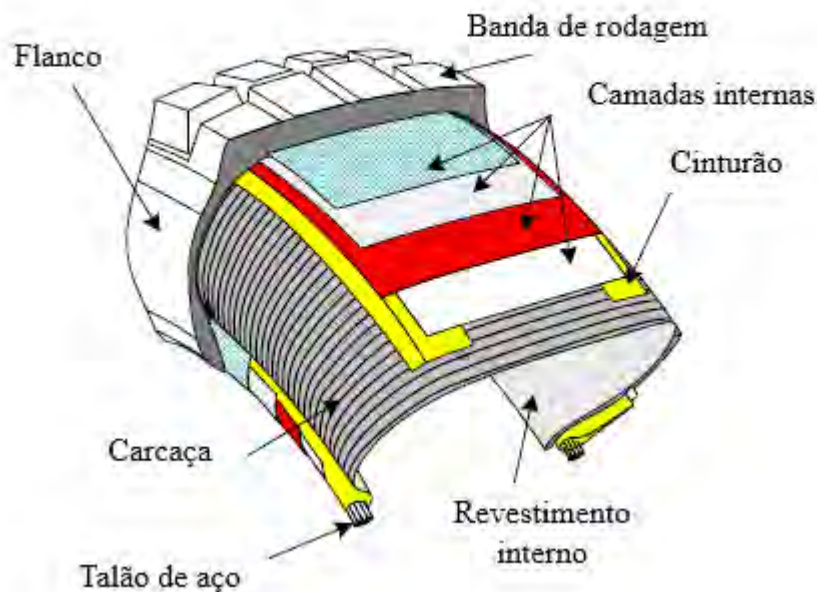


Figura 1 – Componentes e configuração de um pneu radial (JAZAR, 2014)

- Talão: cabo de aço de alta resistência, revestido com borracha. Fornece a rigidez necessária para o pneu permanecer fixo ao aro da roda e transferir as cargas aplicadas.
- Camadas internas: são compostas de diferentes tecidos, chamados de lonas de reforço. O tecido de lona mais comum é o fio de poliéster. São responsáveis por manter a estrutura do pneu

- Revestimento interno: borracha constituída especialmente para formar o interior de um pneu sem câmara de ar, com o objetivo de inibir a perda de pressão de ar.
- Cinturão ou cinto: são uma ou mais camadas de aço, poliéster, nylon, kévlar ou outros materiais revestidos de borracha que circulam circunferencialmente ao redor do pneu sob a banda de rodagem. Eles são projetados para reforçar as camadas da carcaça a fim de manter a banda plana e fazer o melhor contato com a estrada.
- Carcaça: responsável por suportar, com pequenas deformações, a pressão do ar com que o pneu é inflado. É formada por um conjunto de lonas impregnadas com borracha e vulcanizadas de forma a constituir uma única peça. As lonas são compostas por tecidos de cordéis de fibras de materiais tais como: rayon, kevlar, nylon, polyester, fibra-de-vidro e aço. (NICOLAZZI, 2012)
- Flanco ou parede lateral: fornece estabilidade lateral para o pneu, protege a carcaça e ajuda a impedir que o ar escape. Pode conter componentes adicionais para ajudar a aumentar a estabilidade lateral.
- Banda de rodagem: é a parte do pneu que entra em contato com o solo. Os designs das bandas variam com a aplicação do pneu. É feito de uma mistura de diferentes tipos de borrachas naturais e sintéticas.

3.1.2 TIPOS DE PNEU

Segundo NICOLAZZI; LEAL; ROSA, existem diversos tipos construtivos de pneus, dependendo da disposição das camadas de sua carcaça. A classificação mais usual é mostrada na Fig. 2, com o pneu diagonal, radial e diagonal cintado, disposição que tem caído em desuso, mostrados em 2a, 2b, e 2c, respectivamente. A Fig. 3 representa as seções transversais dos dois primeiros tipos mencionados.

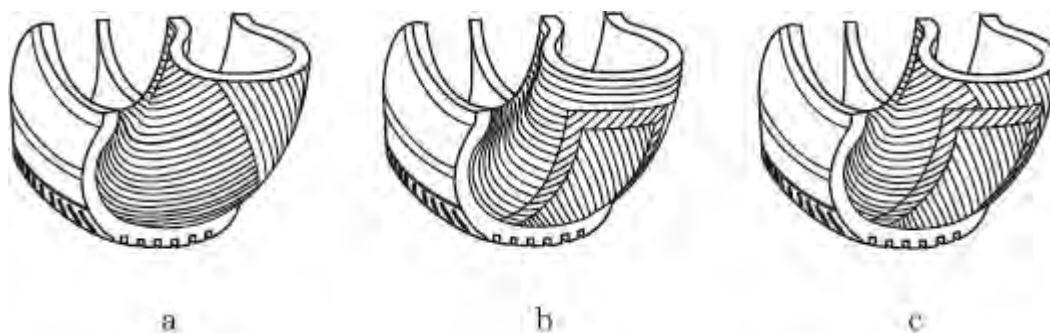


Figura 2 – a-pneus diagonais, b-radiais e c-diagonais cintados. (NICOLAZZI; LEAL; ROSA, 2012)

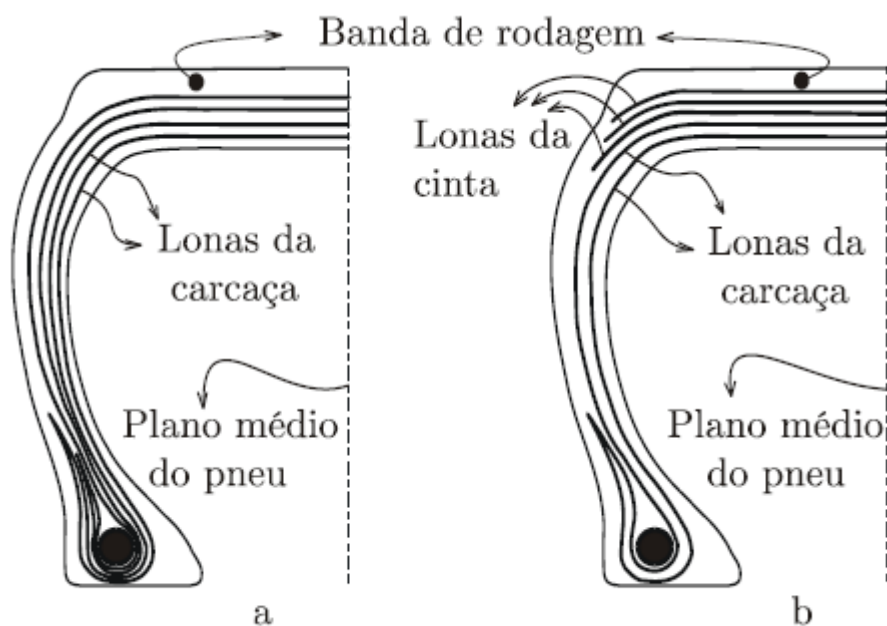


Figura 3 – Seções transversais dos pneus diagonal a e radial b. (NICOLAZZI; LEAL; ROSA, 2012)

GENT; WALTER discutem que os pneus diagonais apresentam como grande vantagem a simples construção e facilidade de fabricação. Entretanto, quando há a deflexão no pneu, ocorre cisalhamento entre as tramas da carcaça, o que resulta em aquecimento e desgaste.

Já os diagonais cintados possuem performance melhor de desgaste e manuseio, devido a rigidez acrescentada. Entretanto, cisalhamento ainda gera calor, Além dos custos de fabricação serem maiores.

Por sua vez, nos pneus radiais, os fios radiais defletem mais facilmente quando solicitados, gerando então menos calor, menor resistência ao rolamento e melhor performance em alta velocidade, aliado a um menor desgaste. Por outro ângulo, a configuração é mais complexa, aumentando então os custos de material e fabricação.

3.1.3 DIMENSÕES DO PNEU

As principais medidas de um pneu, conforme apresenta JAZAR, são mostradas na Fig. 4. A área de contato entre o pneu e o solo é conhecida como *tireprint* (impressão do pneu, em tradução literal), região de contato ou pegada do pneu (*footprint*). O valor da área decresce, a medida que a pressão interna aumenta.

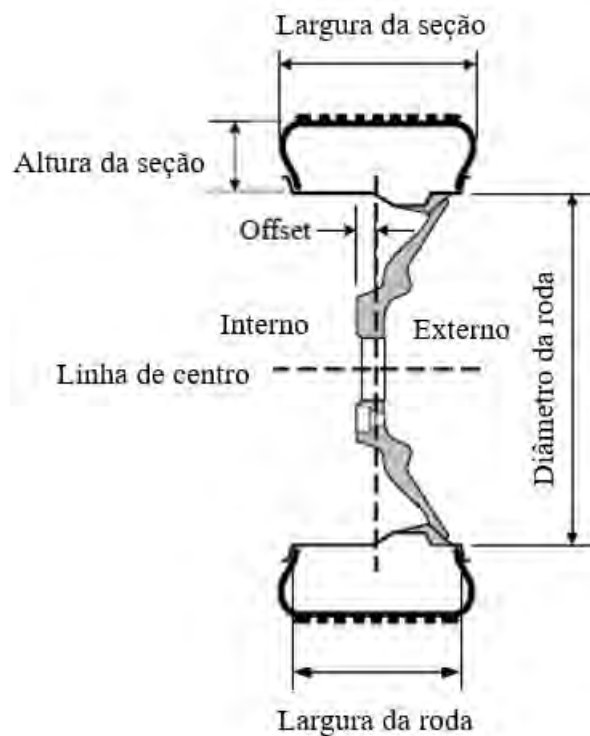


Figura 4 – Seções transversais dos pneus diagonal a e radial b. (NICOLAZZI; LEAL; ROSA, 2012)

3.2 MATERIAIS E SUAS PROPRIEDADES MECÂNICAS

3.2.1 METAIS

Como apresentado por CALLISTER, materiais metálicos são normalmente combinações de elementos metálicos. Como propriedades mecânicas importantes, apresentam boa resistência a esforços e são deformáveis, o que os qualifica para o uso extensivo em aplicações estruturais.

O grau ao qual uma estrutura se deforma ou se esforça depende dos carregamentos impostos. Como forma de estudo geral, para minimizar aspectos geométricos são definidos os parâmetros normalizados tensão (que está diretamente relacionada aos esforços impostos) e deformação de engenharia, apresentados nas Eq. 3.1 e 3.2, respectivamente. A Figura 5 auxilia na compreensão dos termos.

$$\sigma = \frac{P}{A} \quad (3.1)$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} \quad (3.2)$$

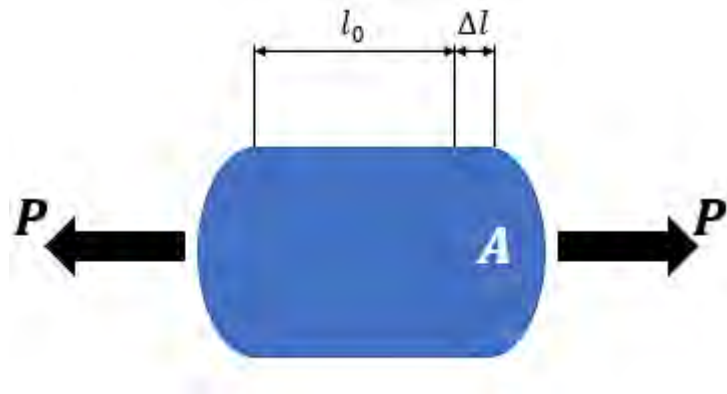


Figura 5 – Esforço e deformação em volume elementar

Para a maioria dos metais que são submetidos a uma tensão de tração abaixo do limite de proporcionalidade, a relação entre tensão e deformação é linear, definida na Eq. 3.3. Nessa, chamada de Lei de Hooke, a constante de proporcionalidade E é conhecida como Módulo de Young, ou Módulo de Elasticidade, e o seu valor está relacionado ao material estudado.

$$\sigma = E\varepsilon \quad (3.3)$$

A faixa de valores na qual a tensão e a deformação são proporcionais é chamada de deformação elástica. A deformação elástica não é permanente, ou seja, quando a carga é liberada, a peça volta a sua forma original. Quando a tensão excede o valor de limite de proporcionalidade, a relação linear entre tensão e deformação já não é mais válida. Além disso, esse ponto, de forma aproximada, coincide com o início de deformações plásticas (limite de escoamento), no qual as deformações passam a ser permanentes.

As características de tensão-deformação quando submetidos a compressão a baixos níveis são virtualmente as mesmas dos casos de tração, incluindo o Módulo de Elasticidade. Para tensões de cisalhamento, no regime elástico, há também relação de proporcionalidade entre tensão e deformação, como mostrado na Eq. 3.4. A constante G é a chamada de Módulo de Cisalhamento (ou Transversal, ou de Rigidez), γ é a deformação angular e τ a tensão de cisalhamento.

$$\tau = G\gamma \quad (3.4)$$

Ainda sobre a relação entre tensão e deformação, HIBBELER afirma que, quando submetido a uma força de tração axial, um corpo deformável, além de apresentar alongamento na direção do carregamento, também se contrai transversalmente.

Para metais, que normalmente formam componentes homogêneos e isotrópicos, quando solicitados a uma tensão uniaxial, a relação entre as deformações elásticas laterais e longitudinais é de proporcionalidade, através do Coeficiente de Poisson, mostrada na Eq. 3.6.

$$\nu = -\frac{\varepsilon_{lat}}{\varepsilon_{long}} \quad (3.5)$$

Para materiais isotrópicos, os módulos de cisalhamento, de elasticidade e o coeficiente de Poisson são relacionados pela 3.6

$$E = 2G(1 + \nu) \quad (3.6)$$

3.2.2 POLÍMEROS

Um polímero é uma macromolécula composta por muitas unidades de repetição denominadas meros, ligadas por ligação covalente. A matéria-prima para a produção para a produção de um polímero é o monômero, isto é, uma molécula com uma unidade de repetição. Dependendo do tipo de monômero, do número médio de meros por cadeia e do tipo de ligação covalente. (CANEVAROLO, 2006)

Para aplicações em pneus, duas classes de materiais poliméricos ganham destaque em relação a outras: fibras e borrachas. As fibras são usualmente utilizadas na estrutura de reforço dos pneus, enquanto as borrachas são classicamente empregadas na banda de rodagem, além de aparecerem frequentemente envolvendo fios de aço.

Segundo CANEVAROLO, as fibras são materiais termoplásticos, ou seja, com a capacidade de amolecer e fluir quando sujeitos a um aumento de temperatura e pressão, orientados com a direção principal das cadeias poliméricas posicionadas paralelas ao sentido longitudinal.

Como afirma CALLISTER, esses polímeros são capazes de serem estirados formando longos fios, com uma relação de comprimento-diâmetro de pelo menos 100:1. Além disso, podem ser empregadas formando materiais compósitos. Devem apresentar, em geral, limite de resistência à tração e módulo de elasticidade altos, além de resistência à abrasão.

Já as borrachas, de acordo com CALLISTER, são definidas como elastômeros, ou seja, polímeros que, à temperatura ambiente, pode ser deformado repetidamente a pelo menos duas vezes o seu comprimento original, voltando ao seu tamanho inicial quando retirado o esforço.

De acordo com GENT; WALTER, compostos de borracha tipicamente utilizados na constituição de pneus apresentam comportamento severamente inelástico (não-linear),

quando submetidos a tensões. Como eles não seguem a relação de elasticidade característica de outros materiais, como os metais por exemplo, o seus comportamentos não podem ser descritos através de lei constitutivas elásticas relacionando tensão e deformação. Isso pode ser verificado em fenômenos como o Efeito Mullins e o Efeito Payne.

ROLAND descreve uma abordagem para analisar as grandes deformações experimentadas pelas estruturas da borracha, sobre o olhar do fenômeno e baseado em estatística. Abordando por essa perspectiva, a deformação é descrita usando funções de energia de deformação, com hipóteses simplificadoras e relações constitutivas, e utilizando a formulações estatísticas, para calcular a entropia, tomando como referência a topologia das cadeias moleculares e suas modificações causadas pela deformação.

Dessa forma, os modelos fenomenológicos de elasticidade fazem uso de conceitos matemáticos para descrever o potencial mecânico, sem tentar explicar sua origem molecular. A deformação é assumida como um processo reversível, de modo que apenas a energia de deformação elástica, W , é derivada, com as tensões principais (tensões alinhadas ao eixo de referência) obtidas como derivadas parciais de W para condições relevantes (constante T , P , etc.).

Uma próxima simplificação é a convenção de que as deformações são uniformes, ou seja, não há o surgimento de fenômenos locais como o empescoamento. A análise em geral é realizada com base em termos invariantes de deformação (independentes dos eixos utilizados), que são combinações escalares das componentes de deformação, ao invés das deformações em si. Os invariantes mais simples, mostrados na Eq. 3.8, são funções simétricas dos quadrados das razões de alongamento, definidas na Eq. 3.7. A Figura B mostra as orientações adotadas.

$$\lambda_i = \frac{l}{l_0} = \frac{l_0 + \Delta l}{l_0} = 1 + \varepsilon \quad (3.7)$$

$$I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2, I_2 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_1^2 \lambda_3^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2, I_3 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2 \quad (3.8)$$

A deformação elástica é assumida como isotrópica e função dos termos invariantes. Considerando que o Módulo Volumétrico (elasticidade volumétrica) da borracha é vezes maior que o Módulo de Cisalhamento, é adotada a hipótese de incompressibilidade, e I_3 é igual a unidade. Assim, a energia de deformação é definida como mostra a Eq. 3.9.

$$W = f(I_1, I_2) \quad (3.9)$$

As diferenças entre as tensões principais são dadas por derivadas de W . As Equações 3.10, 3.11 e 3.12 apresentam esse equacionamento.

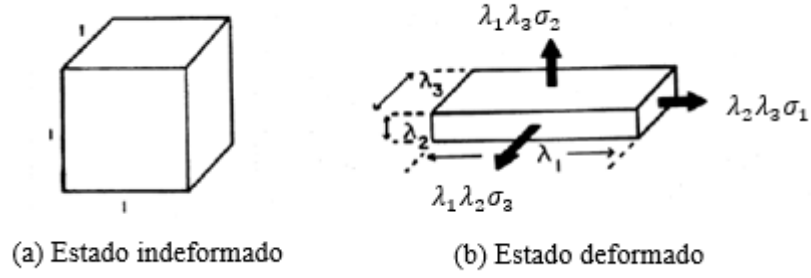


Figura 6 – Tensões principais e razões de alongamento (YEOH)

$$\sigma_1 \lambda_1 - \sigma_2 \lambda_2 = 2(\lambda_1^2 - \lambda_2^2) \left(\partial W \partial I_1 + \lambda_3^2 \partial W \partial I_2 \right) \quad (3.10)$$

$$\sigma_1 \lambda_1 - \sigma_3 \lambda_3 = 2(\lambda_1^2 - \lambda_3^2) \left(\partial W \partial I_1 + \lambda_2^2 \partial W \partial I_2 \right) \quad (3.11)$$

$$\sigma_2 \lambda_2 - \sigma_3 \lambda_3 = 2(\lambda_2^2 - \lambda_3^2) \left(\partial W \partial I_1 + \lambda_1^2 \partial W \partial I_2 \right) \quad (3.12)$$

Dessa forma, uma expressão geral para a energia de deformação, que é igual a 0 na ausência de tensões, é obtida pela Eq. 3.13. Tomando os dois primeiros termos do somatório, a conhecida Equação de Mooney-Rivlin é obtida, mostrada na Eq. 3.14.

$$W = \sum C_{ij} (I_1 - 3)^i (I_2 - 3)^j \quad (3.13)$$

$$W = C_{10} (I_1 - 3) + C_{01} (I_2 - 3) \quad (3.14)$$

A partir da Equação de Mooney-Rivlin, as expressões para a tensão axial e tensão de cisalhamento são obtidas, relacionadas com as deformações. Os resultados são mostrados respectivamente nas Eq. 3.15 e 3.16.

$$\sigma = \left(C_{10} - \frac{C_{01}}{\lambda} \right) (\lambda - \lambda^{-2}) \quad (3.15)$$

$$\tau = 2(C_{10} - C_{01})\gamma \quad (3.16)$$

Entretanto, ROLAND afirma que a equação de Mooney-Rivlin não é uma equação constitutiva válida para prever totalmente o comportamento do material, pois não prevê

precisamente a resposta do material a diferentes tipos de solicitações (coeficientes são estimados para determinada solicitação). Além disso, a equação falha também em apresentar resultados consistentes para grandes deformações (razões de enlramento λ maior que 0.4).

Para obter uma expressão que adeque resultados experimentais a diferentes modos de solicitações, mais termos da Eq. 3.13 podem ser utilizados. Utilizando uma expansão de terceira ordem obtém-se a Eq. 3.17.

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2 + C_{11}(I_1 - 3)(I_2 - 3) + C_{30}(I_1 - 3)^3 \quad (3.17)$$

Em adição, para acompanhar o comportamento do material em altas deformações, assume-se que $\partial W / \partial I_2 = 0$. Desse modo, chega-se a Eq. 3.18, conhecida como Equação de Yeoh.,

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2 + C_{30}(I_1 - 3)^3 \quad (3.18)$$

3.2.3 COMPÓSITOS

Como define MATTHEWS et al., é considerado compósito qualquer material que é uma combinação entre dois ou mais constituintes diferentes. Complementando, CALLISTER afirma que um compósito é um material multifásico que exibe uma proporção significativa das propriedades de ambas as fases que o constituem, obtendo a melhor combinação de propriedades dos materiais (princípio da ação combinada).

O emprego de materiais compósitos tem crescido recentemente, devido a exigência das tecnologias modernas em obter combinações incomuns de propriedades. Exemplos comuns de emprego desses materiais são facilmente encontrados na indústria aeroespacial, devido a busca por materiais estruturais de baixa densidade, alta resistência, rigidez, resistência à abrasão, etc.

Muitos materiais compósitos são compostos por apenas duas fases: uma fase matriz, que é contínua (normalmente responsável pela aglutinação do material) e uma fase dispersa, envolvida pela matriz. A Fig.7 apresenta uma representação gráfica da constituição de materiais compósitos.

No contexto de pneus, em geral, se destacam os compósitos em que a fase dispersa encontra-se na forma de uma fibra. Em geral, esse tipo de configuração visa atingir alta rigidez e resistência específica. Essas propriedades dependem do comprimento, orientação e concentração das fibras, além dos métodos de fabricação.

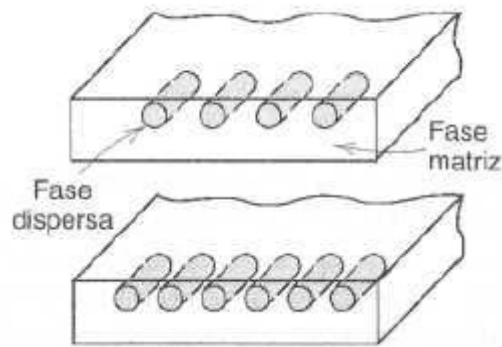


Figura 7 – Fase matriz e fase dispersa de um compósito. (CALLISTER, 2000)

Os tipos de fibras utilizados nesses compósitos são variados, dependendo das propriedades pretendidas, e seu custo associado. Fibras orgânicas sintéticas, como aramida e polietileno, são comumente encontradas, além de inorgânicas sintéticas como vidro e carbono.

Como apresenta MATTHEWS et al., na análise de estruturas de compósitos utilizando método de elementos finitos, tipicamente as propriedades de cada camada precisam ser definidas. Dessa forma, é conveniente começar considerando um compósito no qual todas as fibras estão alinhadas em uma só direção (compósito unidirecional). A partir desse princípio, é possível fazer afirmações posteriores sobre compósitos com outras disposições.

Um compósito com disposição de fibra unidirecional (Figura 8) apresenta comportamento isotrópico no plano perpendicular a direção das fibras, chamado de isotropia transversal (direções 2 e 3). É fácil notar que as propriedades na direção longitudinal (direção 1) são diferentes das nas direções transversais, fenômeno chamado de ortotropia.

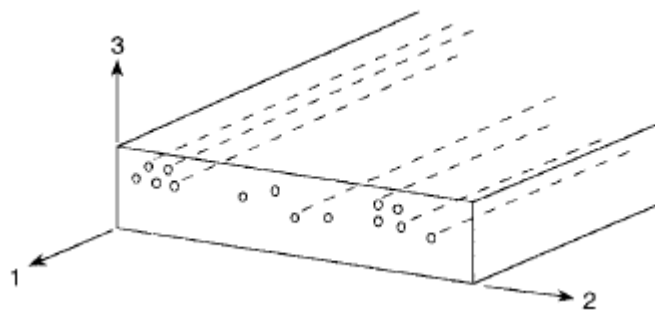


Figura 8 – Compósito com disposição de fibra unidirecional. MATTHEWS et al.

Assim, as relações entre tensão e deformações para as direções longitudinais e transversais são mostradas nas Eqs. 3.19, 3.20 e 3.22. E_{11} e E_{22} são os módulos de elasticidade nas direções longitudinal e transversal respectivamente, G_{12} é o módulo de cisalhamento, ν_{12} é o coeficiente de Poisson maior e ν_{21} é o coeficiente de Poisson menor.

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E_{11}} - \nu_{21} \frac{\sigma_2}{E_{22}} \quad (3.19)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\sigma_2}{E_{22}} - \nu_{12} \frac{\sigma_1}{E_{11}} \quad (3.20)$$

$$\gamma_{12} = \frac{\tau_{12}}{G_{12}} \quad (3.21)$$

$$\frac{E_{11}}{\nu_{12}} = \frac{E_{22}}{\nu_{21}} \quad (3.22)$$

Por conveniência, é útil resumir as Eqs. 3.19, 3.20 e 3.22 na forma matricial, mostrada na Eq. 3.23. As Eq. 3.24, 3.25 e 3.26 detalham os vetores e matrizes da equação matricial. Os símbolos de chaves representam que o vetor é do tipo vetor-coluna.

$$\vec{\varepsilon}_{12} = S_{12} \vec{\sigma}_{12} \quad (3.23)$$

$$S_{12} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_{11}} & -\frac{\nu_{21}}{E_{22}} & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_{11}} & \frac{1}{E_{22}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

$$\vec{\varepsilon}_{12} = \{\varepsilon_1 \ \varepsilon_2 \ \gamma_{12}\} \quad (3.25)$$

$$\vec{\sigma}_{12} = \{\sigma_1 \ \sigma_2 \ \tau_{12}\} \quad (3.26)$$

Entretanto, haverá casos em que a camada de compósito não terá suas fibras alinhadas com as tensões aplicadas, como mostrado na Figura 9. Nesses casos, é necessário aplicar uma transformação de coordenadas.

A Eq. 3.27 mostra a matriz de transformação, com $m = \cos(\theta)$ e $n = \sin(\theta)$. As Eq. 3.28 e 3.29 mostram a aplicação da transformação de coordenadas.

$$T = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & 2mn \\ n^2 & m^2 & -2mn \\ -mn & mn & (m^2 - n^2) \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

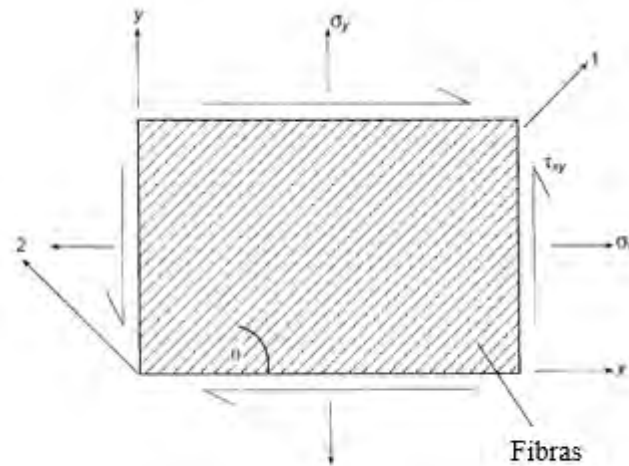


Figura 9 – Disposição de fibra unidirecional rotacionadas. MATTHEWS et al.

$$\vec{\sigma}_{12} = T \vec{\sigma}_{xy} \quad (3.28)$$

$$\vec{\varepsilon}_{12} = T \vec{\varepsilon}_{xy} \quad (3.29)$$

Ainda segundo MATTHEWS et al., é possível estimar as propriedades do material compósito a partir das propriedades dos materiais o compõe. Seja v_f e v_m as proporções volumétricas de fibra e matriz, respectivamente, no compósito, então as propriedades são estimadas como descrito nas Eq. 3.30 a 3.33, com o índice f indicando propriedade da matriz, enquanto o índice m indica propriedade do compósito.

$$E_{11} = v_f E_f + v_m E_m \quad (3.30)$$

$$E_{22} = \frac{v_f}{E_f} + \frac{v_m}{E_m} \quad (3.31)$$

$$\frac{1}{G_{12}} = \frac{1}{G_{21}} = \frac{v_f}{G_f} + \frac{v_m}{G_m} \quad (3.32)$$

$$v_{12} = v_f v_f + v_m v_m \quad (3.33)$$

3.3 ANÁLISE EM ELEMENTOS FINITOS

De acordo com SOBRINHO, o Método dos Elementos Finitos surgiu inicialmente visando a solução de problemas da área de resistência dos materiais, com destaque para determinação de deslocamentos em grandes estruturas e investigação de estados de tensão complexos, de difícil análise utilizando ferramentas tradicionais da teoria da elasticidade.

Toda análise estrutural pode ser sintetizada em quatro condições a serem modeladas e satisfeitas, como mostrado na Figura 10, como apresenta MATTHEWS et al..

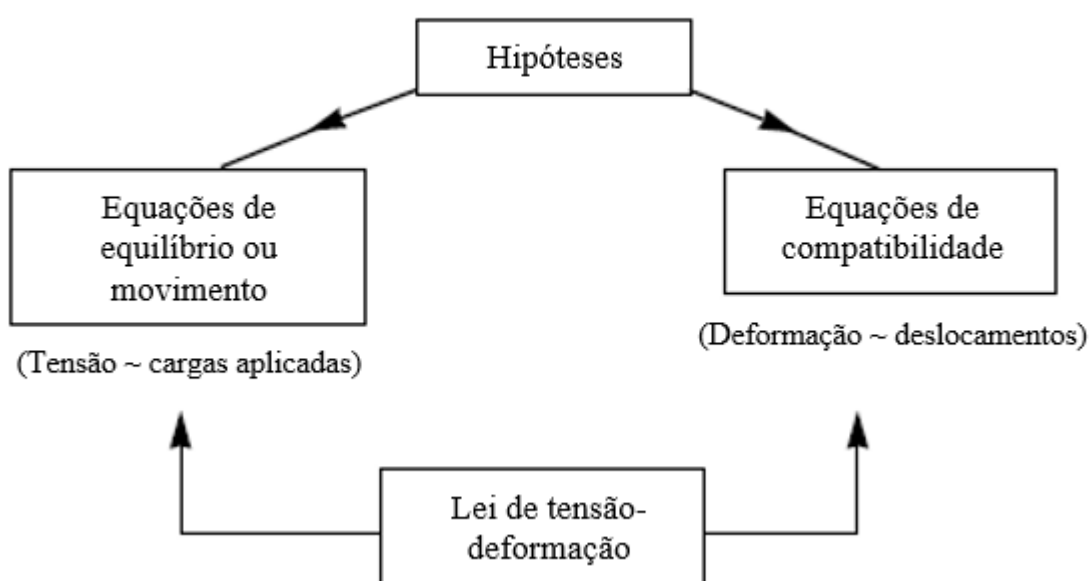


Figura 10 – Diagrama de análises estruturais. (MATTHEWS et al., 2000)

As premissas básicas conduzem a uma simplificação da estrutura ou componente em análise. Satisfazer as equações de equilíbrio significa que as forças aplicadas estão em equilíbrio com as tensões na estrutura. Compatibilidade indica que os esforços são compatíveis com as deformações, e podem derivar delas. A lei de tensão-deformação (relação constitutiva) é a relação entre tensão e deformação, baseado na observação experimental do material.

O Método dos Elementos Finitos, de acordo com SOBRINHO, conduz a simplificação da estrutura por meio da divisão do domínio em estudo, aonde é definido o problema que se deseja modelar, em domínios menores. Em cada uma destas subdivisões, aproximações das variáveis em estudo por meio de interpolações dos seus valores fixados no contorno são feitas. Dessa forma, o modelo matemático é obtido, cujas incógnitas são os valores das variáveis nos contornos das subdivisões (nós dos elementos finitos).

VAZ sumariza a formulação geral do MEF em algumas hipóteses, de modo que possa ser aplicado a estruturas uni, bi e tridimensionais:

1. O domínio é idealizado por elementos com diferentes formas geométricas (triângulos, quadriláteros, tetraedros, etc.), ligados por nós situados no contorno (Figura 11
2. Matrizes de interpolação para cada elemento são concebidas, fornecendo os campos de deslocamento no interior dos elementos em função dos deslocamentos nodais.
3. O vetor das deformações é obtido derivando os campos de deslocamentos em relação às coordenadas do sistema.
4. As tensões no interior dos elementos são obtidas por meio de relações constitutivas definidas para o objeto de estudo.
5. Uma matriz de rigidez e um vetor de cargas equivalentes nodais para cada elemento pode ser obtida a partir dos resultados anteriores.
6. As matrizes de rigidez e cargas nodais são combinadas adequadamente, formando a matriz de rigidez global e o vetor de cargas nodais da estrutura.
7. Os deslocamentos globais são calculados a partir da equação global de equilíbrio, relacionando a rigidez global e as cargas.

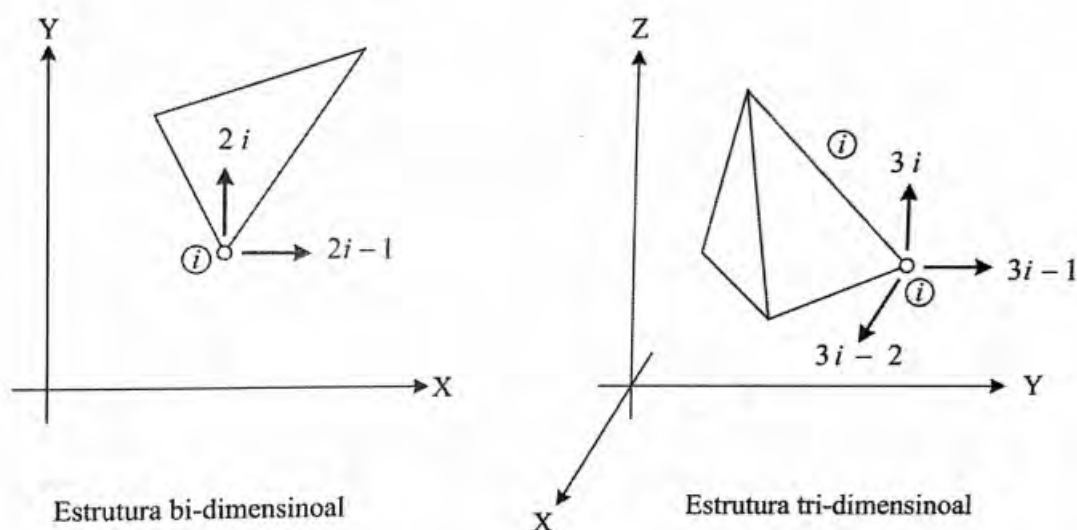


Figura 11 – Exemplos de Elementos do MEF. (VAZ, 2011)

3.4 MODELO DE PNEU DE ANEL RÍGIDO

De acordo com ZEGELAAR; PACEJKA, o modelo de pneu rígido foi desenvolvido para ser utilizado em simulações de veículos, visando, portanto, um modelo compacto, preciso e robusto. O modelo básico considera então três componentes básicos: a banda de rodagem, a roda e os flancos.

A carcaça é modelada como um anel rígido com três graus de liberdade: deslocamento vertical, deslocamento longitudinal e rotação em torno do eixo da roda. Já a roda é constituída de um corpo rígido de massa definida. Esses elementos são conectados pelo terceiro componente: o flanco (considerando a pressão interna), modelado como molas e amortecedores verticais, horizontais e rotacionais. A Figura 12 exhibe a representação gráfica do modelo.

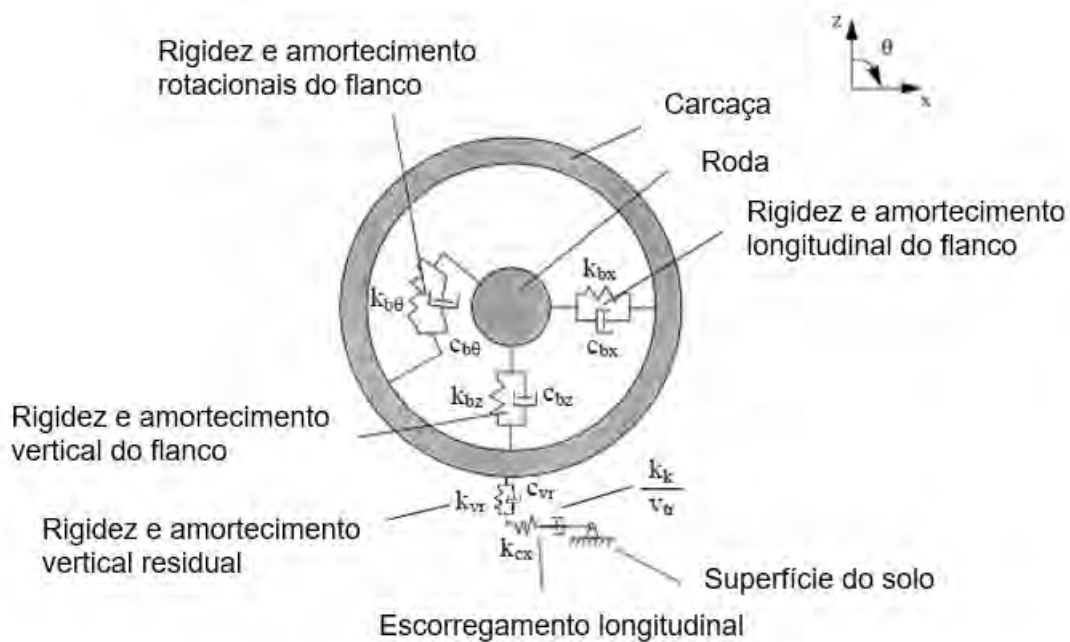


Figura 12 – Modelo básico de pneu de anel rígido. ZEGELAAR; PACEJKA

As equações de movimento do modelo são escritas nas equações 3.34 a 3.37, nas quais o índice *a* refere-se a roda rígida, o índice *b* ao anel rígido e *c* ao contato entre o pneu (banda de rodagem) e o solo. O referencial utilizado é mostrado na Figura 12.

$$m_b \ddot{x}_b = F_{cx} - F_{bx} \tag{3.34}$$

$$m_b \ddot{z}_b = F_{cz} - F_{bz} \tag{3.35}$$

$$I_{ay}\ddot{\theta}_a = M_{by} - M_{ay} \quad (3.36)$$

$$I_{by}\ddot{\theta}_b = -r_e F_{cx} - M_{by} \quad (3.37)$$

Os parâmetros do anel rígido podem ser obtidos a partir de três simulações com o modelo de pneu em elementos finitos: Deslocamento vertical do pneu no solo; análise modal; e análise transiente.

Com o deslocamento vertical do pneu, é possível obter a força de reação no solo. Dessa forma, a constante de elasticidade total que equivale às constantes de elasticidade em série pode ser obtida como mostrado na equação 3.38.

$$\frac{1}{k_{tot}} = \frac{1}{k_{vr}} + \frac{1}{k_{bz}} \quad (3.38)$$

Na análise modal, obtém-se os modos de vibração e suas frequências naturais. Assim, identificando o modo de vibração desejado e com o auxílio da equação 3.39.

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_{bz} + k_{vr}}{m}} \quad (3.39)$$

A simulação do regime transiente permite obter a resposta de um sistema à função degrau e, a partir da razão das amplitudes consecutivas da resposta, é obtido o quociente de amortecimento ξ como mostrado na equação 3.40

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{1 + \left[\frac{2\pi}{\ln(d)}\right]^2}} \quad (3.40)$$

onde $d = \frac{A_1}{A_2}$.

Sabendo ξ e ω_n é possível obter a constante de amortecimento crítico c_c , equação 3.41, e a constante de amortecimento c , equação 3.42.

$$c_c = 2m\omega_n \quad (3.41)$$

$$\xi = \frac{c}{c_c} \quad (3.42)$$

4 MODELAGEM COMPUTACIONAL

A fim de alcançar uma modelagem em elementos finitos satisfatória, ou seja, que contemple tanto precisão de cálculo quanto eficiência em custo computacional, cinco tipos de modelo diferentes são construídos, utilizando princípios e hipóteses diversas. Dessa forma, é possível avaliar alternativas diversas, de forma a escolher o modelo que mais se adeque aos objetivos propostos.

Os modelos foram construídos baseados no pneu liso radial Dunlop 175/505 R13 apresentado por YANG e utilizado em projetos de veículo Fórmula SAE, como apresentado na Figura 13. As propriedades do pneu seguem conforme apresentado nas Tabelas 1 e 2



Figura 13 – Formula SAE com pneu liso Dunlop. (YANG, 2011)

Tabela 1 – Propriedades do material de borracha do modelo 2.

Material de Borracha Componente	Constantes de energia potencial de deformação		
	C10(N/mm ²)	C20(N/mm ²)	C30(N/mm ²)
Banda de Rodagem	0,1714	-4,4041E-02	1,7383E-2
Flanco	0,2933	-8,6149E-02	3,7144E-02
Apex	1,7245	-2,2922	5,0544
Revestimento interno	0,3223	-8,6751E-02	2,4762E-02

Tabela 2 – Propriedades das fibras no modelo 2.

Fibra	Módulo de Young (MPa)	Área (mm ²)	Espaçamento (mm)	Orientação °
Reforço cintado	4180	0,1385	0,75	90,0
Cinturão	11300	0,3847	0,95	110,0
Cinturão de aço	200000	0,1994	1,28	70,0
Carcaça	2050	0,3630	1,34	0,0

Para cada modelo, essas propriedades são base para definição dos materiais, ou seja, as simplificações feitas partem dos dados fornecidos por YANG. Nesta seção, os princípios, métodos e características de cada modelo são descritos, seguidos de uma sumarização final.

Todos os modelos partem da hipótese de roda rígida. Assim, esse componente não é incluído nas modelagens, e as condições de contorno para as análises realizadas são aplicadas diretamente na interface entre roda e pneu, ou seja, o talão de aço (ou equivalente).

4.1 MODELO 1

O modelo é concebido a partir de três componentes principais: a carcaça e a banda de rodagem, ambos componentes do pneu, extrudados por revolução em torno do eixo central do pneu, e o solo. A carcaça e o solo foram modelados como elementos de superfície (2D). Já a banda de rodagem foi modelada utilizando um único componente com elementos sólidos (3D).

A Figura 14 mostra a seção transversal do modelo virtual, e a Figura 15 mostra o modelo completo, com todos os componentes.

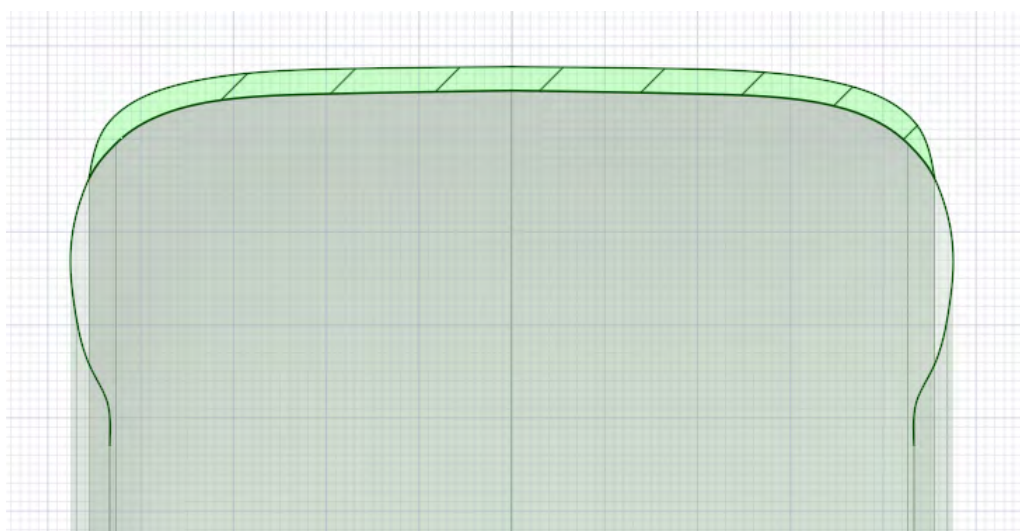


Figura 14 – Seção transversal do Modelo 1.

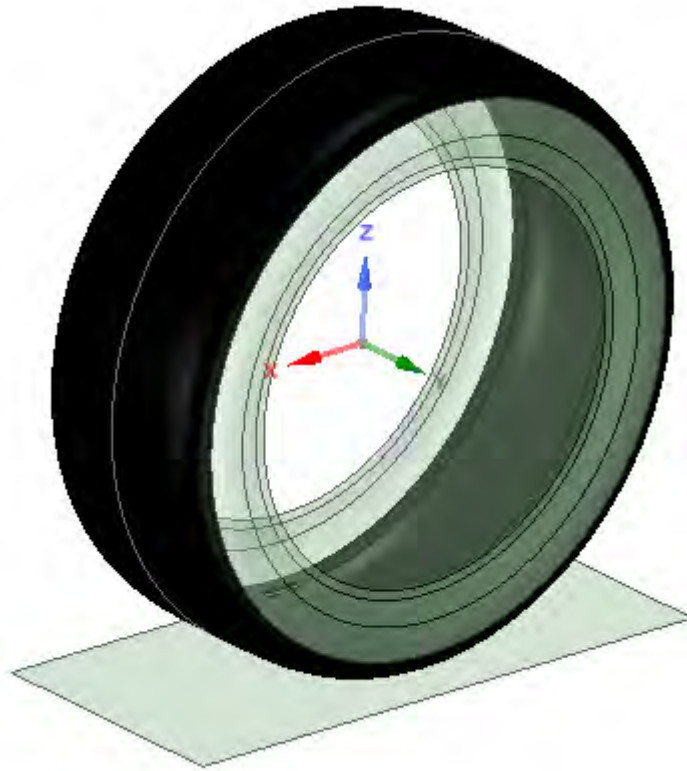


Figura 15 – Componentes do Modelo 1.

A carcaça é constituída de camadas de material compósito com orientação seguindo como descrito na Tabela 2. Para o cálculo das propriedades equivalentes de ortotropia do material, estima-se rigidez da borracha linear, considerando pequenas deformações dos compósitos naquela camada (menores que 10%). Detalhes dos cálculos das propriedades são apresentados no Apêndice A, seguindo o cálculo recomendado na Introdução Teórica. A Tabela 4 mostra as propriedades equivalentes estimadas.

A borracha da banda de rodagem foi definida como material hiperelástico, de acordo com a Tabela 2. Por fim, o solo foi modelado utilizando elementos de superfície (2D), com rigidez equivalente a 100 vezes a de um aço estrutural ($E=200$ GPa), considerando a hipótese de solo indeformado.

Tabela 3 – Propriedades do material da carcaça

Material	Reforço	Cinturão	Cinturão de aço	Carcaça 1	Carcaça 2
Espessura (mm)	0,185	0,4	0,156	0,27	0,27
$E_{11}(MPa)$	1268,5	9042	35183	1134,5	1089,5
$E_{22}(MPa)$	14,3	49,8	12,1	22,1	21,1
ν_{12}	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3
$G_{12}(MPa)$	14,3	49,5	12,1	21,9	22,9

O contato entre a carcaça e a banda de rodagem é definido como colado (*bonded*), enquanto o contato com o solo é definido como *rough*, ou seja, atrito suficientemente alto a ponto de impedir possíveis deslocamentos. Assim, nessa ferramenta disponível pelo *software*, o coeficiente de atrito não é inserido diretamente, e sim regulado na rotina de cálculos, de forma que seja suficientemente alto para impedir deslizamento do pneu no solo. Como os estudos realizados neste trabalho não preveem uma análise de deslizamento do pneu no solo, essa ferramenta se mostra válida para facilitar convergência do modelo, reduzir necessidade de dados mais precisos e generalizar a análise.

Como resultado, o modelo possui 14994 nós e 8528 elementos, definindo-se o tamanho de elemento padrão de 15 mm (malha apresentada na Figura 16). Dessa forma, o modelo se apresenta como uma alternativa mais simples de modelagem, com poucos elementos e contatos não-lineares.

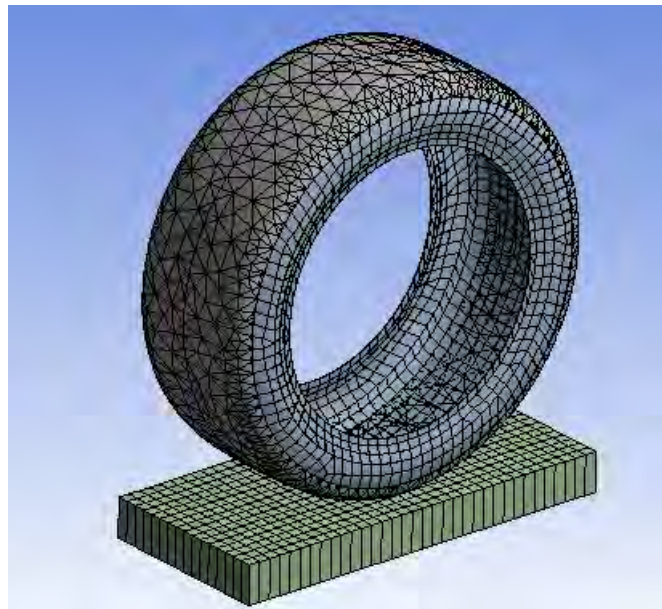


Figura 16 – Malha do Modelo 1

4.2 MODELO 2

A fim de obter um modelo que contemple os aspectos geométricos e os componentes de um pneu de forma mais completa, o Modelo 2 é proposto. O modelo é inspirado pelo apresentado por YANG (2011), utilizando o *software* ABAQUS, cuja seção transversal é representada na Figura 17-a. Algumas adaptações são feitas de forma a conceber um modelo no *software* ANSYS, utilizado neste presente trabalho. A Figura 17-b mostra a seção transversal desse modelo.

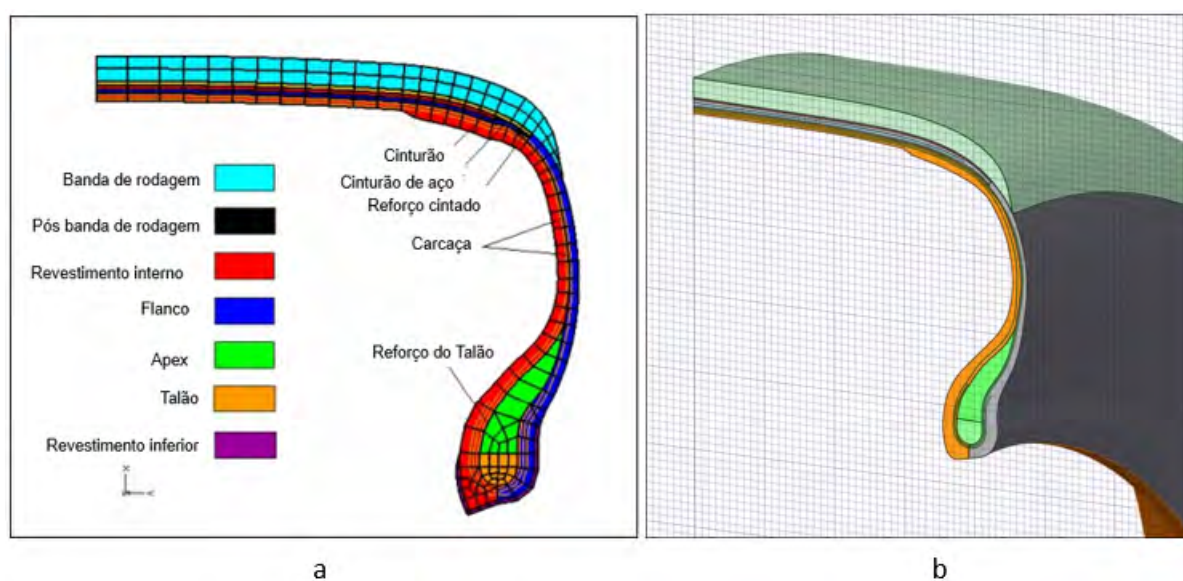


Figura 17 – a - Seção adaptado de YANG; b - Seção do Modelo 2

Nesse modelo, os diversos componentes são definidos. Os componentes feitos de borracha são construídos como elementos tridimensionais, e são divididos em: banda de rodagem, flanco, apex e revestimento interno. Os materiais desses elementos são definidos como hiperelástico, e as propriedades seguem como apresentado na Tabela 1. Da mesma forma, o talão de aço é modelado.

As camadas de compósito são definidas como elementos bidimensionais, modeladas por diversas superfícies, como mostrado na Figura 17-b. Por simplificação, considera-se os materiais das fibras como ortotrópicos, e as rigidezes são definidas a partir da Tabela 2. O solo é definido como elemento tridimensional.

As conexões entre os elementos do pneu foram feitas utilizando a ferramenta *share topology*. Já a interface pneu-solo foi definida de forma similar ao Modelo 1.

A principal diferença entre a definição de contato *share topology* e *bonded* está na geração automática da malha pelo *software* ANSYS. No primeiro, a malha do modelo

é gerado de forma a definir nós e elementos comuns entre os diferentes componentes, assumindo como componente único. Já no segundo, a malha dos componentes é gerada independentemente, apresentando então como vantajosa quando se deseja estudar resultados na região de contato (força resultante, distribuição de pressão, entre outros, tendência de "descolamento", entre outros).

O pneu foi malhado utilizando o método triangular, com tamanho de elemento de 10 mm. Tamanhos maiores de elementos não foram possíveis de se obter, devido ao nível de detalhamento utilizado. Como resultado, foram obtidos 420648 nós e 318073 elementos. Assim, nota-se que é um modelo robusto e complexo. A Figura 18 mostra a malha do modelo.



Figura 18 – Malha do modelo 2.

4.3 MODELO 3

Observando a complexidade e robustez do Modelo 2, surge-se a necessidade da construção de um modelo com as mesmas características e métodos de modelagem, porém simplificado. Dessa forma, o Modelo 3 é concebido, visando a diminuição do custo computacional.

O Modelo 3 é construído a partir do Modelo 2, de forma que todas as camadas de borracha foram mescladas em apenas um sólido, com material definido como o da banda de rodagem. Além disso, a geometria da seção transversal também é simplificada, a fim de diminuir a necessidade de um modelo com refinamentos locais. Outras características, como material dos compósitos e tipos de elementos utilizados, são mantidos como definido no Modelo 2.

Outra grande modificação feita foi a separação do modelo em sua metade, aproveitando a simetria do problema. Assim, para diminuir o número de elementos e custo computacional, utiliza-se a ferramenta do software ANSYS para se analisar problemas simétricos. A Figura 19 mostra a seção transversal do modelo, seguindo a simplificação apresentada.

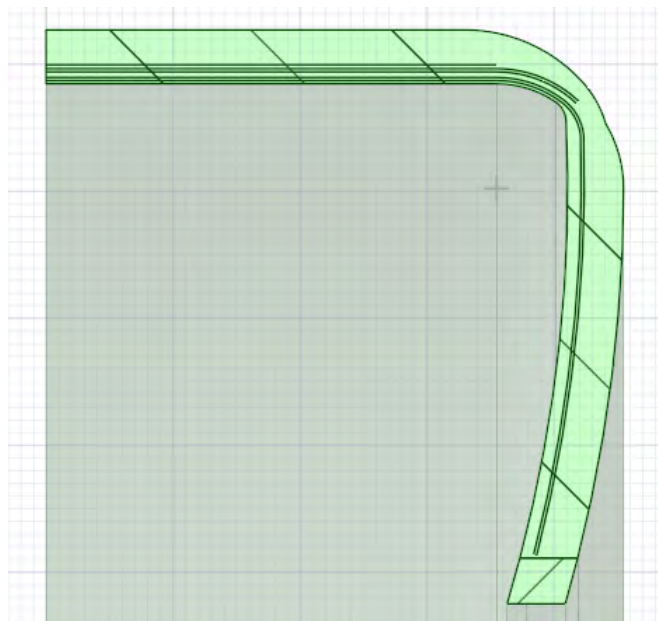


Figura 19 – Seção transversal do modelo 3.

A malha desse modelo foi gerada utilizando o método triangular com tamanho de elemento de 15mm. Como resultado da malha, foram obtidos 48199 nós e 22354 elementos. A partir dos parâmetros de malha apresentados, foi obtido a malha do modelo 3 apresentado

na Figura 20. Nota-se uma sensível diminuição do número de elementos, mostrando que o objetivo de simplificação foi atingido.

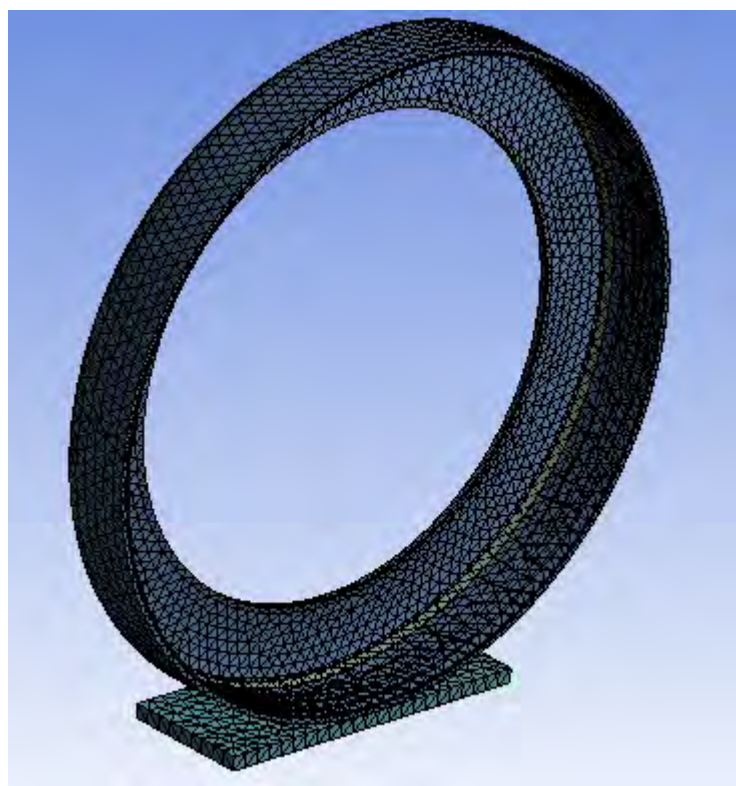


Figura 20 – Malha do Modelo 3

4.4 MODELO 4

O Modelo 4 segue a geometria apresentada para o Modelo 2, assim como a definição de propriedade dos materiais. Entretanto, em sua concepção, a premissa mais básica é alternativa: ao invés de um modelo 3D, o Modelo 4 é um modelo em 2D que, a partir da simetria radial do problema, contempla os resultados tridimensionais por uma transformação axissimétrica.

Assim, a geometria em ANSYS é a seção transversal do Modelo 2. A Figura 21 mostra a geometria abordada, modelada em elemento de superfície. Por limitação de ferramentas para esse tipo de análise, as camadas de reforços, muito menos espessa que as camadas de borracha, são modeladas utilizando-se o mesmo tipo de elemento (elemento de chapa). O solo também é modelado em elemento de superfície.

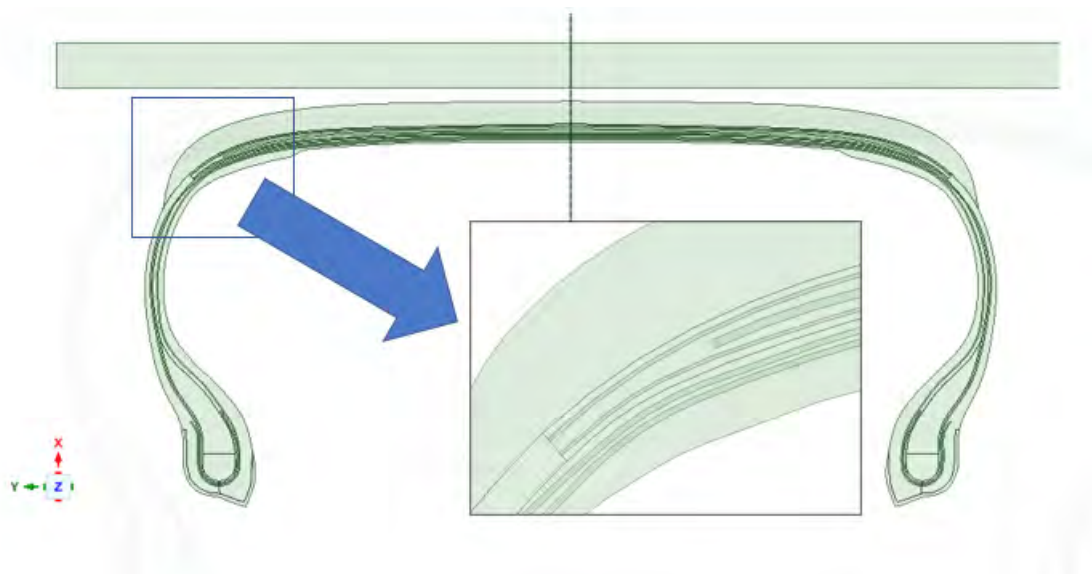


Figura 21 – Geometria do Modelo 4.

As condições de contorno e cargas aplicadas são semelhantes aos casos anteriores: suporte fixo definido na base, com pressão interna aplicada às paredes internas e deslocamento do solo em relação ao pneu. A malha gerada é mostrada na Figura 22.

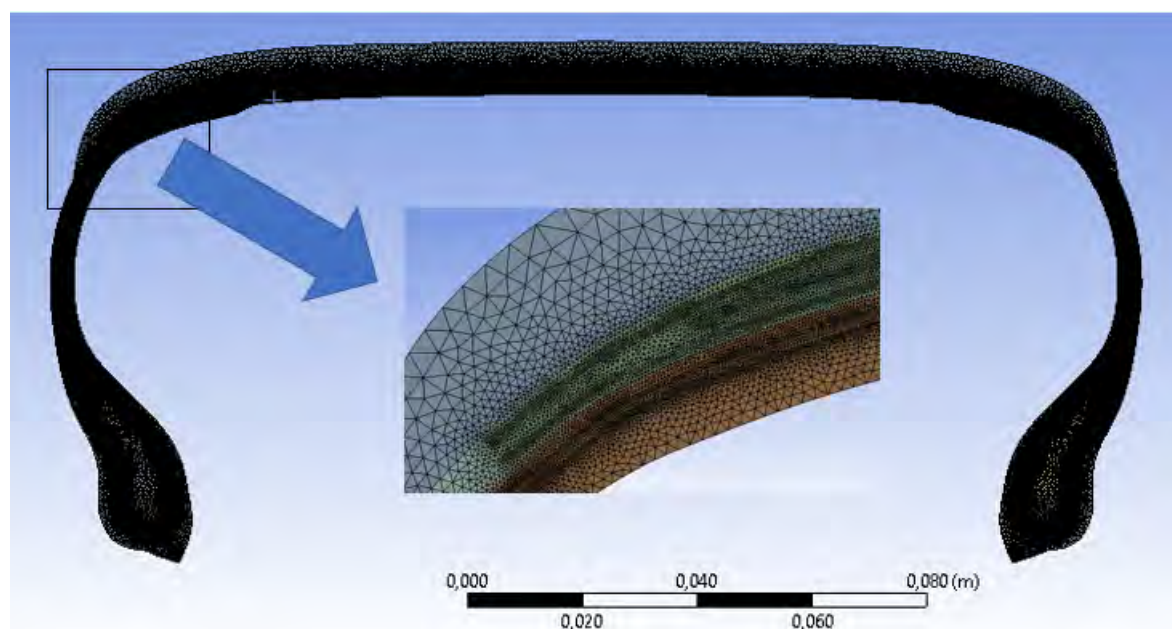


Figura 22 – Malha do Modelo 4.

Nota-se que, devido as espessuras muito pequenas definidas para as camadas de

reforços, a malha apresenta uma densidade mais alta do esperado para a simplicidade do modelo: 385665 nós e 192008 elementos.

4.5 MODELO 5

O Modelo 5 é criado com a premissa de aliar as vantagens dos dois primeiros modelos: a simplicidade do Modelo 1 com a geometria e diversidade de materiais do Modelo 2. Assim, o modelo é todo construído em elementos tridimensionais. Além disso, assim como o Modelo 3, utiliza-se da simetria para reduzir o escopo da análise à metade. A Figura 23 mostra a seção transversal, enquanto a Figura 24 apresenta o modelo completo.

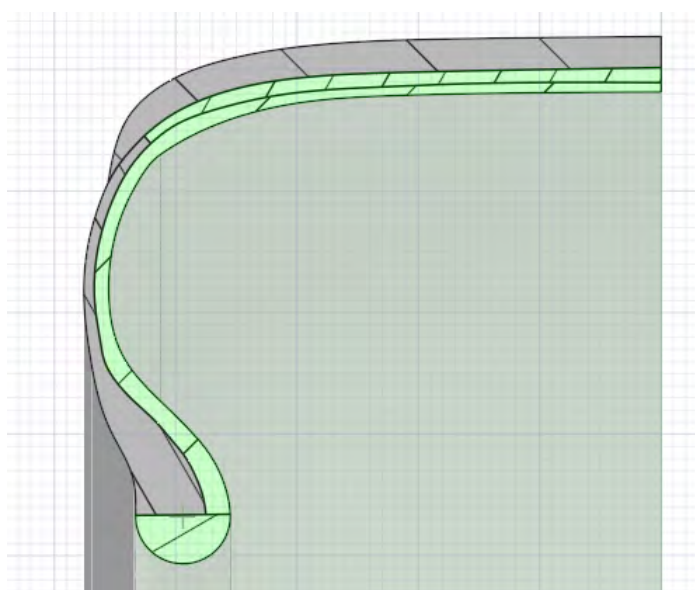


Figura 23 – Seção transversal do Modelo 5.



Figura 24 – Componentes do Modelo 5.

As camadas de borracha, destacadas na cor preta na Figura 24, são respectivamente flanco e banda de rodagem. As propriedades de hiperelasticidade para esses materiais são definidas pela Tabela 1. O material do talão de aço é definido como no Modelo 2.

As camadas de compósitos são divididas em duas. Uma se encontra exatamente abaixo da banda de rodagem (*undertread*), equivalente ao reforço cintado e aos cinturões de reforços. Para essa camada, uma orientação radial (90°) é definida, já que o pneu é radial. A outra camada se estende ao longo de toda a seção transversal do pneu (*inner*), com orientação transversal (0°), equivalente a duas camadas do compósito definido como carcaça.

Para estimar as propriedades ortotrópicas dos materiais compósitos, segue-se como recomendado na Seção Fundamentação Teórica. Assim, para ambos, o material da borracha é aproximado como linear e calcula-se uma rigidez e espessura equivalente das fibras para cada uma das duas camadas, utilizando a Tab. 2 como referencia. O cálculo se assemelha ao feito para o Modelo 1, e os detalhes podem ser encontrados no Apêndice B.

Tabela 4 – Propriedades do material da carcaça

Material	Undertread	Inner
Espessura (mm)	2,5	1,5
$E_{11}(MPa)$	14604	739
$E_{22}(MPa)$	14,2	3,1
ν_{12}	0,3	0,3
$G_{12}(MPa)$	14,2	4,7

Os contatos entre todas as partes do pneu são definidos como *share topology*, como no Modelo 2, enquanto o contato com o solo é definido com *rough*. O modelo é malhado então utilizando o método triangular, obtendo-se 47394 nós e 28567 elementos, como representado na Figura 25



Figura 25 – Malha do Modelo 5

4.6 COMPARAÇÃO ENTRE MODELAGENS

Em suma, é possível comparar os modelos concebidos, apresentando suas limitações e características. Primeiramente, o Modelo 1, simples, é um modelo 3D com densidade de malha adequada, com apenas uma região definida em elemento tridimensional e material não-linear. O modelo apresenta contato não-linear com o solo. É um modelo fácil de manusear e possível de obter resultados diversos.

O Modelo 2 é um modelo refinado, tanto na geometria quanto em sua malha. A definição de materiais apresenta diversos trechos com elemento tridimensional e material não-linear, o que torna o modelo mais preciso, porém com alto custo computacional. O contato com o solo também é feito de forma não-linear, com força apenas com o encontro das superfícies (regido por tolerância).

O Modelo 3 é um modelo derivado do Modelo 2, que busca viabilizar um modelo mais refinado com baixo custo computacional. Assim, algumas irregularidades de geometria são suavizadas, um menor número de materiais não-lineares diferente é utilizado e a malha é ligeiramente menos densa. Acompanha o Modelo 2 em termos de características, entretanto busca uma solução de modelagem mais simples.

O Modelo 4 também é um modelo derivado do Modelo 2, entretanto parte da premissa de modelagem bidimensional. O modelo busca seguir os mesmos princípios de definição de material e condições de contorno que seu modelo "pai". Entretanto, a limitação de modelagem utilizando o mesmo tipo de elementos para toda a estrutura causa um aumento da densidade da malha, devido a presença de elementos pequenos que contemplam as camadas de reforço do pneu é marcante. Essa característica se mostra crucial para o processamento computacional do modelo.

O Modelo 5 busca aliar os benefícios da modelagem de um modelo simples como o modelo 1, mas observando os principais aspectos geométricos do pneu, como o Modelo 2. Assim, o modelo é todo construído por elementos tridimensionais, com camadas de compósitos apresentando ortotropia e com borracha apresentando hiperelasticidade. O contato não-linear existe com o solo, enquanto não há a definição de contato entre os componentes, pois a restrição dos deslocamentos já é gerada na malha. Assim, é um modelo simples, porém eficiente e robusto.

É importante ressaltar que os modelos discutidos apresentam a evolução de um modelo final a ser obtido neste presente trabalho. Ressalta-se que, como objetivo final previamente descrito, um modelo em elementos finitos eficiente e preciso é buscado, para que possam ser extraídos parâmetros do modelo de anel rígido. Assim, não se pretende buscar comparação entre obtenção dos parâmetros por meio de diversos modelos, e sim um modelo final que satisfaça o propósito definido.

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

5.1 VALIDAÇÃO DOS MODELOS

Para a modelagem e processamento foi utilizado uma máquina com processador Intel(R) Core(TM) i7-4770 CPU @ 3.40GHz com 16.0 GB de memória RAM. 4 núcleos foram utilizados na simulação.

Os modelos então são estudados em uma análise estática de carga vertical, a fim de validar as hipóteses de modelagem, comparando-se com valores experimentais e analíticos encontrados em literatura. Como os modelos possuem elementos e hipóteses de modelagens diferentes, procura-se definir condições de contorno e carregamentos semelhantes, a fim de se obter análises similares para um estudo comparativo.

Nessa análise vertical, o talão de aço (ou a aresta equivalente no modelo que não possui talão) possui seus graus de liberdade restritos pela definição de suporte fixo ao longo de sua face/aresta. A análise então é dividida em alguns passos. No primeiro, aplica-se primeiramente uma pressão de inflação do pneu de 80 kPa, seguindo como o *setup* experimental de YANG, mantida ao longo de toda a análise (hipótese de pressão interna constante). Em seguida aplicam-se deslocamentos do solo, considerado rígido em relação ao pneu e com contato de atrito suficientemente alta, ao passo de 2mm até atingir 14mm. A Figura 26 mostra graficamente os suportes e cargas aplicados aos Modelos 1, 3 e 5, respectivamente.

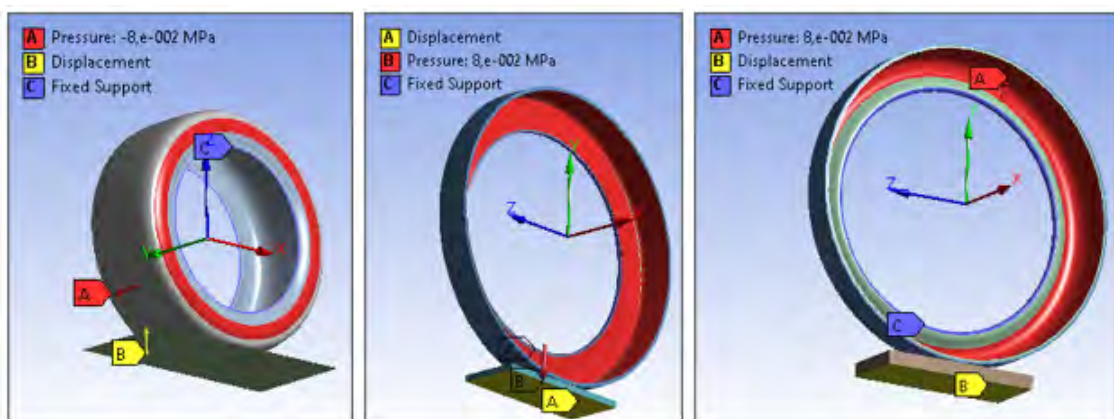


Figura 26 – Cargas e suportes dos Modelos 1, 3 e 5

O Modelo 2 e o Modelo 3 não apresentam convergência em seus resultados, devido a alta complexidade da análise, alta densidade de malha, contatos não lineares, alto número

de elementos com comportamento hiperelástico e diversos tipos de materiais definidos.

Comparando-se com o modelo em elementos finitos apresentado por YANG nota-se que os métodos e ferramentas apresentadas pelo *software* ABAQUS são capazes de contornar a situação: conversão do modelo bidimensional em tridimensional através da ferramenta de geração de modelo por simetria, combinada a definição das camadas de reforços e carcaça pela ferramenta de *rebar* (fibras combinadas com a borracha, definida a partir da área transversal, espaçamento e módulo de elasticidade).

Também não se obtém convergência nos resultados do Modelo 4. O modelo apresenta uma restrição inerente à sua concepção: por ser um modelo bidimensional com conversão dos resultados por meio de simetria radial, inviabiliza em parte o estudo de um comportamento dinâmico do pneu. Entretanto, o principal fator para um resultado negativo do modelo é a alta densidade da malha.

É possível inferir isso a partir de testes corriqueiros do modelo excluindo-se as camadas que forçam um refinamento maior da malha. Nestes testes, é possível obter resultados que, mesmo não sendo válidos para estudo aprofundado, indicam um caminho correto de modelagem e hipóteses, apresentando convergência e mostrando informações úteis sobre o modelo (inflação, força de reação do solo vs. deformação, distribuição de pressão no solo, etc).

Para os Modelos 1 e 5, os resultados são apresentados na Figura 27. Nota-se que os dois modelos apresentam resultados que se aproximam dos valores experimentais, revelando-se então a validade do modelo em relação ao tipo de carregamento estudado.

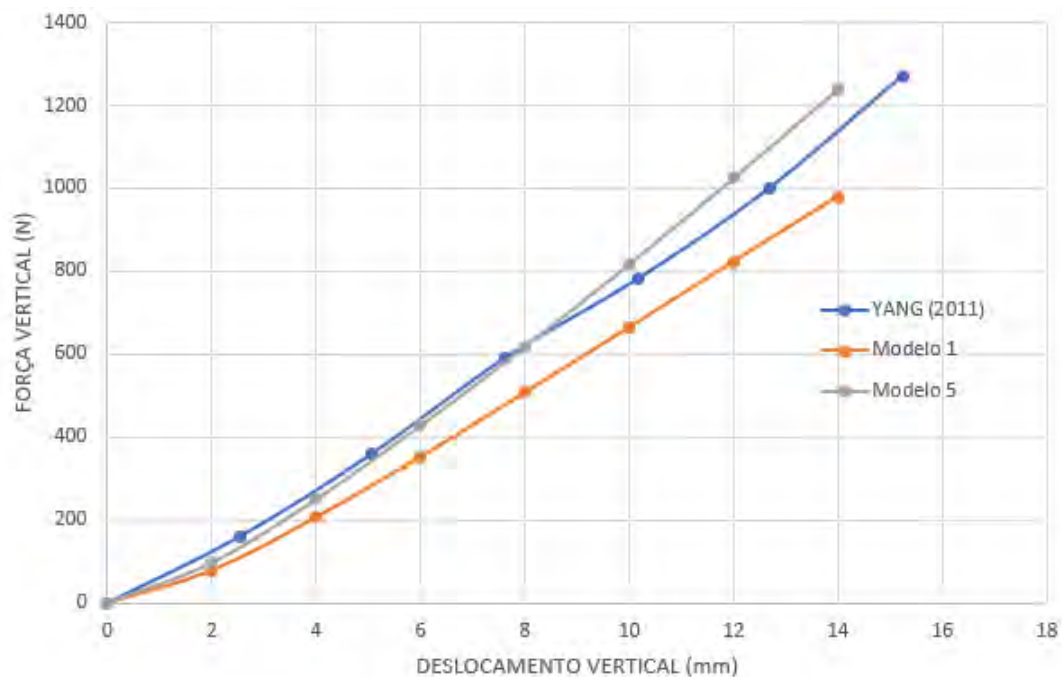


Figura 27 – Resultados da Análise de carga vertical

Uma outra forma de buscar a validação do problema é a comparação dos resultados de distribuição de pressão da área de contato com o solo. As Figuras 28, 29 e 30 mostram os resultados do Modelo 1, Modelo 5 e resultados de YANG. Nota-se que, com o aumento da carga, há uma tendência de aumento de pressão nos cantos, para todos os resultados, fruto de uma maior rigidez destes, como um perfil I. Além disso, nota-se que o Modelo 5 apresenta maior ovalização da área de contato, em comparação com o Modelo 1, se aproximando mais dos resultados teóricos.

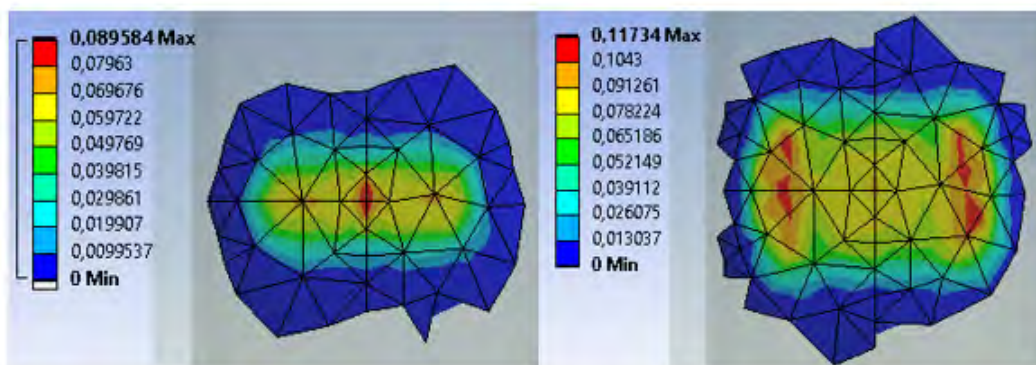


Figura 28 – Distribuição de pressão do Modelo 1 para deslocamento de 6mm e 14mm

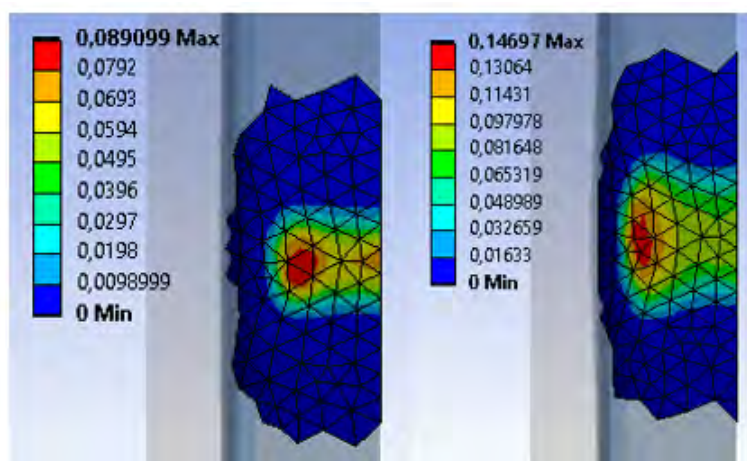


Figura 29 – Distribuição de pressão do Modelo 5 para deslocamento de 6mm e 14mm

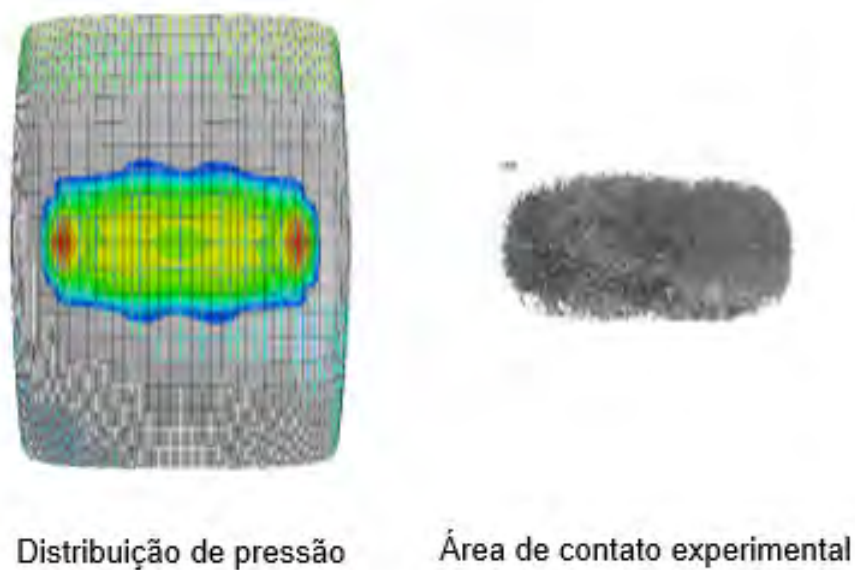


Figura 30 – Distribuição de pressão dos modelos de elementos finitos de YANG e área de contato experimental

5.2 OBTENÇÃO DE PARÂMETROS DO MODELO DE PNEU DE ANEL RÍGIDO

Com os modelos discutidos de acordo com outros resultados obtidos em literatura, é possível então prosseguir com o estudo da obtenção dos parâmetros do modelo de pneu

de anel rígido. Para isso, escolhe-se o Modelo 5, cujos resultados se mostram mais próximos do desejado, além da vantagem de não utilizar contatos definidos manualmente em sua modelagem (apenas o contato com o solo), facilitando análise transiente e vibracional.

Para a análise de deslocamento vertical, já discutida anteriormente, os resultados são detalhados na Tabela 5. Assim a rigidez vertical total é estimada em aproximadamente 83 kN/m, utilizando uma regressão linear dos resultados. A Figura 31 mostra as deformações do pneu para o deslocamento do solo de 14 mm.

Tabela 5 – Resultados de Análise Vertical

Deslocamento (mm)	Força vertical (N)
0	0
2	78,266
4	206,14
6	351,65
8	506,54
10	663,8
12	822,55
14	978,98

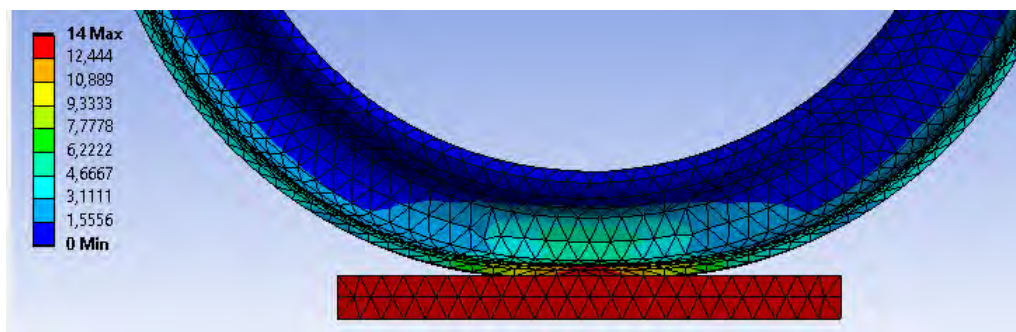


Figura 31 – Deformação para carga vertical (mm)

Além disso, realiza-se uma análise estática de deslocamento angular, a fim de se obter a rigidez rotacional do modelo de anel rígido. Para essa análise, considera-se, com o pneu inflado a 80 kPa, a restrição dos graus de liberdade da banda de rodagem, aplicando-se deslocamento rotacional de 0 a 4 graus, com passo de meio grau.

Os resultados são apresentados na Tabela 6. A partir dos dados encontrados, a rigidez rotacional média estimada foi de 88,784 kN.m/rad, novamente utilizando uma regressão linear. A Figura 32 mostra o resultado quando aplicado deslocamento de 4 graus.

Tabela 6 – Resultados de Análise Rotacional

Deslocamento (°)	Momento (N.m)
0	0
0,5	763,14
1,0	1526,32
1,5	2292,4
2,0	3057,8
2,5	3825,4
3,0	4602
3,5	5398,8
4,0	6224,6

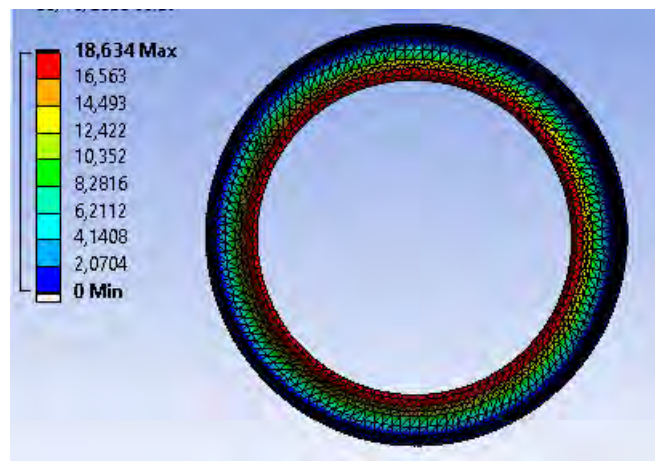


Figura 32 – Deformação rotacional (mm)

Realiza-se também uma análise de vibração do pneu, utilizando a ferramenta *Modal Analysis* do *software ANSYS*, definindo o talão de aço com suporte fixo. A partir da análise de frequência modal foi observado que o primeiro modo fundamental corresponde à oscilação vertical do pneu frequência do coeficiente de elasticidade equivalente do pneu, como mostrado na Figura 33.

No estudo, foi obtido a frequência de 113,96Hz, que corresponde a frequência natural do sistema. Dessa forma, através das equações 3.39 e 3.41, é possível calcular a constante de amortecimento crítico e o coeficiente de elasticidade equivalente.

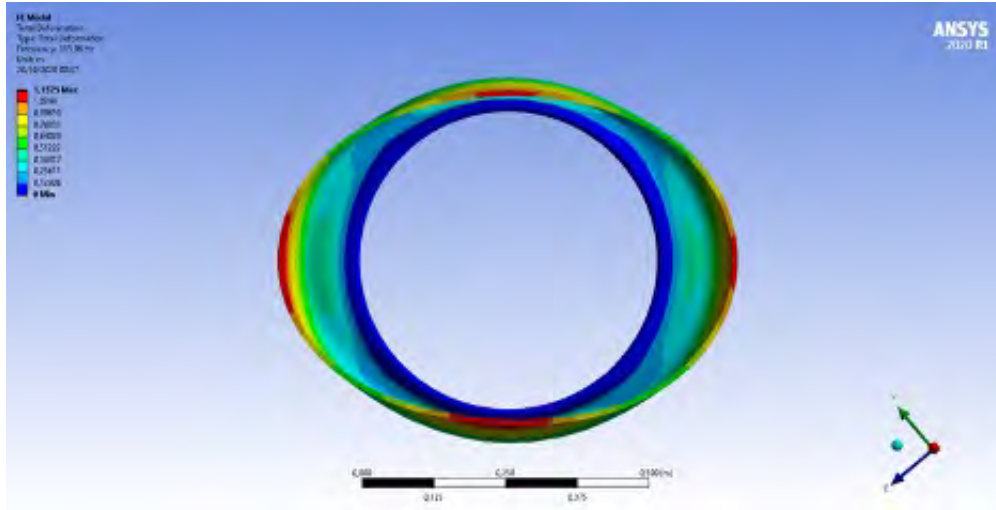


Figura 33 – Primeiro modo de vibração

Assim, com as análises de deslocamento vertical e modal, as constantes de rigidez são obtidas, a partir das equações 3.39 e 3.38, como apresentado na Tabela 7.

Tabela 7 – Constantes de rigidez do modelo de anel rígido.

rigidez	valor (kN/m)
k_{bz}	4443,12
k_{bx}	4443,12
k_{vr}	84,58

Realizou-se uma análise em regime transiente, com o objetivo de obter parâmetros de amortecimento do pneu, utilizando a ferramenta *Transient Analysis* do *software ANSYS*. Para a análise transiente, foi simulado o solo comprimindo o pneu até o deslocamento de 10mm e, em seguida, o solo foi retirado em 0,005 segundos, a fim de aproximar-se de uma excitação degrau. A resposta para essa excitação é mostrada na figura 34.



Figura 34 – Resposta do modelo à entrada do sistema.

Analisando a Figura 34, é possível notar que a resposta do sistema difere visualmente da resposta de um sistema de segunda ordem massa-mola-amortecedor, como proposta na Teoria do Modelo de Anel Rígido.

6 CONCLUSÃO

Foram desenvolvidos estudos de modelagem em elementos finitos, comparando com estudos prévios e outros modelos em elementos finitos encontrados em literatura. Foi possível realizar comparações entre aspectos teóricos e hipóteses, caminhando assim para uma validação do modelo.

Além disso, foi possível notar limitações de modelos segundo hipóteses diferentes, escolhendo-se então o modelo que melhor concilia precisão e eficiência, para proceder as estimativas dos coeficientes do modelo de pneu de anel rígido.

Com o modelo final desenvolvido, os parâmetros de rigidez vertical interna, rigidez longitudinal interna, rigidez vertical residual e rigidez torsional foram obtidos, utilizando-se análise estática de deslocamento vertical, análise estática de deslocamento angular e análise de modos de vibração.

Não foi possível obter resultados confiáveis com relação aos coeficientes de amortecimento a partir da análise de deslocamento vertical em regime transiente, devido a limitações como refinamento da malha, passos de integração e erros numéricos. Portanto, sugere-se para futuros trabalhos uma análise aprofundada dos resultados encontrados e propostas de melhorias na simulação, como refinamento da malha, redução do passo de integração, aplicação de filtro de dados (reduzindo erros numéricos), mudança de condições de contorno, entre outros.

Assim, atingiu-se então um modelo final e pode-se estimar parâmetros do modelo de anel rígido. Como sugestões para próximos trabalhos, entre outras, pode-se destacar: estudo aprofundado dos modelos que não apresentaram convergência na validação dos resultados, comparação de resultados de área de contato com métodos analíticos, como o proposto por LOPES et al., desenvolvimento aprofundado da análise do pneu em regime transiente, com o objetivo de se estimar os coeficientes de amortecimento, estudo do fenômeno do deslizamento longitudinal do pneu no solo, para obtenção da rigidez de deslizamento do pneu de anel rígido, simulações para a obtenção de parâmetros para variantes do modelo de anel rígido (que buscam maior precisão do modelo), desenvolvimento de modelos em elementos finitos para outros tipos de pneus, considerando as mesmas hipóteses de modelagem, entre outros.

REFERÊNCIAS

- BIRAJDAR, V.; BAQERSAD, J.; BASTIAAN, J.; BEHROOZI, M. Investigation and development of a slip model for a basic rigid ring ride model. *SAE Technical Paper*, n. 2018-01-1116, 2018.
- CALLISTER, W. D. *Ciência e Engenharia de Materiais: Uma Introdução*. 5. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2000. 559 p.
- CANEVAROLO, S. V. *Ciência dos polímeros*. 2. ed. São Paulo: Artiber Editora, 2006. 282 p.
- CHAE, S. *Nonlinear finite element modeling and analysis of a truck tire*. 206 p. Doctor of Philosophy in Materials — Pennsylvania State University, Pennsylvania, 2006.
- GENT, A. N.; WALTER, J. D. *Pneumatic tire*. Akron: U.S. Department of Transportation, 2006. 707 p.
- HIBBELER, R. C. *Resistência dos materiais*. 7. ed. São Paulo: Pearson Educación, 2010. 659 p.
- JAZAR, R. N. *Vehicle dynamics: theory and application*. New York: Springer, 2014. 1015 p.
- LOPES, E. D. R.; PINTO, A. F. A.; VALENTIM, M. X. G.; PEIXOTO, P. S.; NETO, R. T. da C. Extended model for calculation of soil-wheel contact area parameters in rigid soil-deformable tyre approximation. *International Journal of Vehicle Systems Modelling and Testing*, v. 13, n. 4, p. 358–372, 2019.
- MATTHEWS, F. L.; DAVIES, G. A. O.; HITCHINGS, D.; SOUTIS, C. *Viscoelastic behavior of rubbery materials*. Cambridge: Elsevier, 2000.
- NA, S. D.; PARK, D. W.; YOO, W. S. Rigid ring with bouc–wen tire model for vehicle dynamic analysis. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, v. 231, n. 19, p. 3530–3540, 2017.
- NICOLAZZI, L. C.; LEAL, L. da C. M.; ROSA, E. da. *Uma Introdução à modelagem quase estática de automóveis*. Florianópolis: Publicação interna do GRANTE, UFSC, 2012. 355 p.
- ROLAND, C. M. *Viscoelastic behavior of rubbery materials*. New York: Oxford University Press Inc., 2011.
- SOBRINHO, A. da S. C. *Introdução ao Método dos Elementos Finitos*. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., 2006. 403 p.
- VAZ, L. E. *Método dos Elementos Finitos em Análise de Estruturas*. Rio de Janeiro: Elsevier, 2011. 271 p.
- WONG, J. Y.; PASSOS, E. *Theory of ground vehicles*. 4. ed. Ottawa: John Wiley

YANG, J.; JACOBS, G.; KRAMER, A.; DRICHEL, P.; LIU, C. Investigation of the tire in-plane vibration property using an improved ring model. *Journal of Sound and Vibration*, p. p. 115350, 2020.

YANG, X. *Finite element analysis and experimental investigation of tyre characteristics for developing strain-based intelligent tyre system*. 220 p. Doctor of Philosophy in Mechanical Engineering — University of Birmingham, Birmingham, 2011.

YEOH, O. H. Characterization of elastic properties of carbon-black-filled rubber vulcanizates. *Rubber Chemistry and Technology*, v. 66, n. 5, p. 754–771, 1993.

ZEGELAAR, P. W. A.; PACEJKA, H. B. Dynamic tyre responses to brake torque variations. *Vehicle System Dynamics*, v. 27, n. S1, p. 65–79, 1997.

APÊNDICE A – PLANILHA DE CÁLCULO DAS PROPRIEDADES DOS COMPÓSITOS PARA O MODELO 1

Cálculo das propriedades ortotrópicas do compósito (Modelo 1)		
Estimativa das propriedades ortotrópicas das camadas dos compósitos.		
O cálculo é feito considerando os cabos de aço igualmente espaçados e orientados na matriz de borracha. O módulo de elasticidade equivalente é obtido.		
	entrada	Saída
Cap ply		
Espessura do compósito TH = 0,613 mm	Módulo de elasticidade dos materiais E_m = 10 MPa	
Área da seção transversal da fibra A_f = 0,1385 mm ²	E_f = 4180 MPa	
Espaçamento entre fibras a = 0,75 mm	Coeficientes de cisalhamento dos materiais G_m = 10 MPa	
Coeficiente de Poisson v ₁₂ = 0,3	G_f = 1607,7 MPa	
<small>*sentido longitudinal considerado o mesmo do aço</small>		
Espessura equivalente das fibras t = 0,185 mm	$t = \frac{A_f}{a}$	
Porcentagem de volume (fibra e matriz) v_f = 0,301251 v_m = 0,698749	$v_f = \frac{A_f}{A} \qquad v_m = \frac{A_m}{A}$	
E ₁ = 1266,22 MPa E ₂ = 14,30 MPa	$E_1 = v_f \cdot E_f + v_m \cdot E_m \qquad E_2 = \frac{E_f E_m}{v_f \cdot E_m + v_m \cdot E_f}$	
Cisalhamento equivalente G ₁₂ = 14,27 MPa	$G_{12} = \frac{G_f G_m}{v_f \cdot G_m + v_m \cdot G_f}$	
Coeficiente de poisson transversal v ₂₁ = 0,0034	$v_{21} = \frac{E_2 v_{12}}{E_1}$	

Belt1

<p>Espessura do compósito</p> <p>TH = 0,5 mm</p>	<p>Módulo de elasticidade dos materiais</p> <p>E_m = 10 MPa</p>
<p>Área da seção transversal da fibra</p> <p>A_f = 0,38 mm²</p>	<p>E_f = 11300 MPa</p>
<p>Espaçamento entre fibras</p> <p>a = 0,95 mm</p>	<p>Coefficientes de cisalhamento dos materiais</p> <p>G_m = 10 MPa</p>
<p>Coefficiente de Poisson</p> <p>v₁₂ = 0,3</p> <p><small>*sentido longitudinal considerado o mesmo do aço</small></p>	<p>G_f = 4346,2 MPa</p>
<p>Espessura equivalente das fibras</p> <p>t = 0,40 mm</p>	$t = \frac{A_f}{a}$
<p>Porcentagem de volume (fibra e matriz)</p> <p>v_f = 0,809895</p> <p>v_m = 0,190105</p>	$v_f = \frac{A_f}{A}$ $v_m = \frac{A_m}{A}$
<p>E_1 = 9153,712 MPa</p> <p>E_2 = 52,40 MPa</p>	$E_1 = v_f \cdot E_f + v_m E_m$ $E_2 = \frac{E_f E_m}{v_f \cdot E_m + v_m E_f}$
<p>Cisalhamento equivalente</p> <p>G₁₂ = 52,09 MPa</p>	$G_{12} = \frac{G_f G_m}{v_f \cdot G_m + v_m G_f}$
<p>Coefficiente de poisson transversal</p> <p>v₂₁ = 0,0017</p>	$v_{21} = \frac{E_2 v_{12}}{E_1}$

Steel Belt

<p>Espessura do compósito</p> <p>TH = 0,89 mm</p>	<p>Módulo de elasticidade dos materiais</p> <p>E_m = 10 MPa</p>
<p>Área da seção transversal da fibra</p> <p>A_f = 0,20 mm²</p>	<p>E_f = 200000 MPa</p>
<p>Espaçamento entre fibras</p> <p>a = 1,28 mm</p>	<p>Coefficientes de cisalhamento dos materiais</p> <p>G_m = 10 MPa</p>
<p>Coefficiente de Poisson</p> <p>v₁₂ = 0,3</p> <p><small>*sentido longitudinal considerado o mesmo do aço</small></p>	<p>G_f = 76923 MPa</p>
<p>Espessura equivalente das fibras</p> <p>t = 0,156 mm</p>	$t = \frac{A_f}{a}$
<p>Porcentagem de volume (fibra e matriz)</p> <p>v_f = 0,18</p> <p>v_m = 0,82</p>	$v_f = \frac{A_f}{A}$ $v_m = \frac{A_m}{A}$
<p>E₁ = 35133,67 MPa</p> <p>E₂ = 12,13 MPa</p>	$E_1 = v_f \cdot E_f + v_m \cdot E_m$ $E_2 = \frac{E_f E_m}{v_f \cdot E_m + v_m \cdot E_f}$
<p>Cisalhamento equivalente</p> <p>G₁₂ = 12,13 MPa</p>	$G_{12} = \frac{G_f G_m}{v_f \cdot G_m + v_m \cdot G_f}$
<p>Coefficiente de poisson transversal</p> <p>v₂₁ = 0,00010</p>	$v_{21} = \frac{E_2 v_{12}}{E_1}$

Carcass1

<p>Espessura do compósito</p> <p>TH = 0,49 mm</p>	<p>Módulo de elasticidade dos materiais</p> <p>E_m = 10 MPa</p>
<p>Área da seção transversal da fibra</p> <p>A_f = 0,36 mm²</p>	<p>E_f = 2050 MPa</p>
<p>Espaçamento entre fibras</p> <p>a = 1,34 mm</p>	<p>Coefficientes de cisalhamento dos materiais</p> <p>G_m = 10 MPa</p>
<p>Coefficiente de Poisson</p> <p>v₁₂ = 0,3</p> <p><small>*sentido longitudinal considerado o mesmo do aço</small></p>	<p>G_f = 788,46 MPa</p>
<p>Espessura equivalente das fibras</p> <p>t = 0,27 mm</p>	$t = \frac{A_f}{a}$
<p>Porcentagem de volume (fibra e matriz)</p> <p>v_f = 0,55</p> <p>v_m = 0,45</p>	$v_f = \frac{A_f}{A}$ $v_m = \frac{A_m}{A}$
<p>E_1 = 1138,27 MPa</p> <p>E_2 = 22,24 MPa</p>	$E_1 = v_f \cdot E_f + v_m \cdot E_m$ $E_2 = \frac{E_f E_m}{v_f \cdot E_m + v_m E_f}$
<p>Cisalhamento equivalente</p> <p>G₁₂ = 22,03 MPa</p>	$G_{12} = \frac{G_f G_m}{v_f \cdot G_m + v_m G_f}$
<p>Coefficiente de poisson transversal</p> <p>v₂₁ = 0,0059</p>	$v_{21} = \frac{E_2 v_{12}}{E_1}$

Carcass2

<p>Espessura do compósito</p> <p>TH = 0,51 mm</p>	<p>Módulo de elasticidade dos materiais</p> <p>E_m = 10 MPa</p>
<p>Área da seção transversal da fibra</p> <p>A_f = 0,36 mm²</p>	<p>E_f = 2050 MPa</p>
<p>Espaçamento entre fibras</p> <p>a = 1,34 mm</p>	<p>Coefficientes de cisalhamento dos materiais</p> <p>G_m = 10 MPa</p>
<p>Coefficiente de Poisson</p> <p>v₁₂ = 0,3</p> <p><small>*sentido longitudinal considerado o mesmo do aço</small></p>	<p>G_f = 788,46 MPa</p>
<p>Espessura equivalente das fibras</p> <p>t = 0,27 mm</p>	$t = \frac{A_f}{a}$
<p>Porcentagem de volume (fibra e matriz)</p> <p>v_f = 0,53</p> <p>v_m = 0,47</p>	$v_f = \frac{A_f}{A}$ $v_m = \frac{A_m}{A}$
<p>E_1 = 1093,16 MPa</p> <p>E_2 = 21,20 MPa</p>	$E_1 = v_f \cdot E_f + v_m \cdot E_m$ $E_2 = \frac{E_f E_m}{v_f \cdot E_m + v_m E_f}$
<p>Cisalhamento equivalente</p> <p>G₁₂ = 21,02 MPa</p>	$G_{12} = \frac{G_f G_m}{v_f \cdot G_m + v_m G_f}$
<p>Coefficiente de poisson transversal</p> <p>v₂₁ = 0,0058</p>	$v_{21} = \frac{E_2 v_{12}}{E_1}$

APÊNDICE B – PLANILHA DE CÁLCULO DAS PROPRIEDADES DOS COMPÓSITOS PARA O MODELO 5

Cálculo das propriedades ortotrópicas do compósito (Modelo 5)	
Estimativa das propriedades ortotrópicas das camadas dos compósitos.	
O cálculo é feito considerando os cabos de aço igualmente espaçados e orientados na matriz de borracha. O módulo de elasticidade equivalente é obtido.	
entrada	Saída
<p>Cálculo de equivalência de camadas (Undertread)</p> <p>Este cálculo realiza a substituição de diferentes compósitos</p>	
<p>Espessura do compósito</p> <p>Ta = 0,185 mm</p>	<p>Módulo de elasticidade dos materiais</p> <p>E_a = 4180 MPa</p>
<p>Coeficientes de cisalhamento dos materiais</p> <p>G_a = 1607,7 MPa</p>	
<p>Espessura do compósito</p> <p>Tb = 0,4 mm</p>	<p>Módulo de elasticidade dos materiais</p> <p>E_b = 11300 Mpa</p>
<p>Coeficientes de cisalhamento dos materiais</p> <p>G_b = 4346,2 MPa</p>	
<p>Espessura do compósito</p> <p>Tc = 0,156 mm</p>	<p>Módulo de elasticidade dos materiais</p> <p>E_c = 200000 Mpa</p>
<p>Coeficientes de cisalhamento dos materiais</p> <p>G_c = 76923 MPa</p>	
<p>Espessura do compósito</p> <p>Teq = 0,741 mm</p>	$t_{eq} = t_a + t_b + t_c$
<p>Módulo de elasticidade dos materiais</p> <p>E_eq = 49248,72</p>	$E_{eq} = \frac{E_a t_a \cdot E_b t_b \cdot E_c t_c}{t_a + t_b + t_c}$
<p>Coeficientes de cisalhamento dos materiais</p> <p>G_eq = 18941,83 MPa</p>	$G_{eq} = \frac{G_a t_a \cdot G_b t_b \cdot G_c t_c}{t_a + t_b + t_c}$

Undertread

<p>Espessura do compósito TH = 2,5 mm</p> <p>Área da seção transversal da fibra A_f = NA mm²</p> <p>Espaçamento entre fibras a = NA mm</p> <p>Coefficiente de Poisson v₁₂ = 0,3</p> <p>*sentido longitudinal considerado o mesmo do aço</p> <p>Espessura equivalente das fibras t = 0,741 mm</p> <p>Porcentagem de volume (fibra e matriz) v_f = 0,2964 v_m = 0,7036</p> <p>E₁ = 14604,36 MPa E₂ = 14,21 MPa</p> <p>Cisalhamento equivalente G₁₂ = 14,21 MPa</p> <p>Coefficiente de poisson transversal v₂₁ = 0,0003</p>	<p>Módulo de elasticidade dos materiais E_m = 10 MPa</p> <p>E_f = 49248,72 MPa</p> <p>Coefficientes de cisalhamento dos materiais G_m = 10 MPa</p> <p>G_f = 18941,83 MPa</p> $t = \frac{A_f}{a}$ $v_f = \frac{A_f}{A} \quad v_m = \frac{A_m}{A}$ $E_1 = v_f \cdot E_f + v_m E_m \quad E_2 = \frac{E_f E_m}{v_f \cdot E_m + v_m E_f}$ $G_{12} = \frac{G_f G_m}{v_f \cdot G_m + v_m G_f}$ $v_{21} = \frac{E_2 v_{12}}{E_1}$
--	---

Cálculo de equivalência de camadas (Inner)

Este cálculo realiza a substituição de diferentes compósitos

<p>Espessura do compósito</p> <p>Ta = 0,27 mm</p>	<p>Módulo de elasticidade dos materiais</p> <p>E_a = 2050 MPa</p>
<p>Coeficientes de cisalhamento dos materiais</p> <p>G_a = 788,46 MPa</p>	
<p>Espessura do compósito</p> <p>Tb = 0,27 mm</p>	<p>Módulo de elasticidade dos materiais</p> <p>E_b = 2050 MPa</p>
<p>Coeficientes de cisalhamento dos materiais</p> <p>G_b = 788,46 MPa</p>	
<p>Espessura do compósito</p> <p>Tc = 0 mm</p>	<p>Módulo de elasticidade dos materiais</p> <p>E_c = 0 MPa</p>
<p>Coeficientes de cisalhamento dos materiais</p> <p>G_c = 0 MPa</p>	
<p>Espessura do compósito</p> <p>Teq = 0,54 mm</p>	$t_{eq} = t_a + t_b + t_c$
<p>Módulo de elasticidade dos materiais</p> <p>E_eq = 2050</p>	$E_{eq} = \frac{E_a t_a \cdot E_b t_b \cdot E_c t_c}{t_a + t_b + t_c}$
<p>Coeficientes de cisalhamento dos materiais</p> <p>G_eq = 788,46 MPa</p>	$G_{eq} = \frac{G_a t_a \cdot G_b t_b \cdot G_c t_c}{t_a + t_b + t_c}$

Inner

<p>Espessura do compósito TH = 1,5 mm</p> <p>Área da seção transversal da fibra A_f = NA mm²</p> <p>Espaçamento entre fibras a = NA mm</p> <p>Coefficiente de Poisson v₁₂ = 0,3</p> <p>*sentido longitudinal considerado o mesmo do aço</p> <p>Espessura equivalente das fibras t = 0,540 mm</p> <p>Porcentagem de volume (fibra e matriz) v_f = 0,36 v_m = 0,64</p> <p>E₁ = 739,28 MPa E₂ = 3,12 MPa</p> <p>Cisalhamento equivalente G₁₂ = 4,68 MPa</p> <p>Coefficiente de poisson transversal v₂₁ = 0,0013</p>	<p>Módulo de elasticidade dos materiais E_m = 2 MPa E_f = 2050 MPa</p> <p>Coefficientes de cisalhamento dos materiais G_m = 3 MPa G_f = 788,46 MPa</p> $t = \frac{A_f}{a}$ $v_f = \frac{A_f}{A} \quad v_m = \frac{A_m}{A}$ $E_1 = v_f \cdot E_f + v_m E_m \quad E_2 = \frac{E_f E_m}{v_f \cdot E_m + v_m E_f}$ $G_{12} = \frac{G_f G_m}{v_f \cdot G_m + v_m G_f}$ $v_{21} = \frac{E_2 v_{12}}{E_1}$
--	---