MINISTÉRIO DA DEFESA EXÉRCITO BRASILEIRO DEPARTAMENTO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA E DE ARMAMENTO

1° TEN LUCAS GUIMARÃES CORRÊA

MODELAGEM CINEMÁTICA DE UM MANIPULADOR ROBÓTICO EMBARCADO EM VEÍCULO TERRESTRE REMOTAMENTE PILOTADO

RIO DE JANEIRO 2021

1° TEN LUCAS GUIMARÃES CORRÊA

MODELAGEM CINEMÁTICA DE UM MANIPULADOR ROBÓTICO EMBARCADO EM VEÍCULO TERRESTRE REMOTAMENTE PILOTADO

Projeto de Fim de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia Mecânica e de Armamento do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica e de Armamento.

Orientadores: Prof. Cap Diogo Lopes Fernandes, M.Sc. Ten Cel Ricardo Coutinho do Valle, D.Sc.

> Rio de Janeiro 2021

©2021 INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA Praça General Tibúrcio, 80 – Praia Vermelha Rio de Janeiro – RJ CEP: 22290-270

Este exemplar é de propriedade do Instituto Militar de Engenharia, que poderá incluí-lo em base de dados, armazenar em computador, microfilmar ou adotar qualquer forma de arquivamento.

É permitida a menção, reprodução parcial ou integral e a transmissão entre bibliotecas deste trabalho, sem modificação de seu texto, em qualquer meio que esteja ou venha a ser fixado, para pesquisa acadêmica, comentários e citações, desde que sem finalidade comercial e que seja feita a referência bibliográfica completa.

Os conceitos expressos neste trabalho são de responsabilidade do(s) autor(es) e do(s) orientador(es).

LUCAS GUIMARÃES CORRÊA, 1° TEN.

MODELAGEM CINEMÁTICA DE UM MANIPULADOR ROBÓTICO EM-BARCADO EM VEÍCULO TERRESTRE REMOTAMENTE PILOTADO / 1° TEN LUCAS GUIMARÃES CORRÊA. – Rio de Janeiro, 2021. 82 f.

Orientadores: Prof. Cap Diogo Lopes Fernandes e Ten Cel Ricardo Coutinho do Valle.

Projeto de Fim de Curso (graduação) – Instituto Militar de Engenharia, Engenharia Mecânica e de Armamento, 2021.

1. Manipulador Antropomórfico. 2. Modelagem Cinemática. 3. Denavit-Hartenberg. 4. Robô EOD. 5. Otimização por Enxame de Partículas. 6. Cinemática Diferencial. 7. Helicoides. 8. Cinemática Inversa. i. Lopes Fernandes, Prof. Cap Diogo (orient.) ii. Coutinho do Valle, Ten Cel Ricardo (orient.) iii. Título

1° TEN LUCAS GUIMARÃES CORRÊA

MODELAGEM CINEMÁTICA DE UM MANIPULADOR ROBÓTICO EMBARCADO EM VEÍCULO TERRESTRE REMOTAMENTE PILOTADO

Projeto de Fim de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia Mecânica e de Armamento do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica e de Armamento.

Orientadores: Prof. Cap Diogo Lopes Fernandes e Ten Cel Ricardo Coutinho do Valle.

Aprovado em Rio de Janeiro, 15 de Outubro de 2021, pela seguinte banca examinadora:

Prof. Cap Diogo Lopes Fernandes - M.Sc. do IME - Presidente

ican anne

Ten Cel Ricardo Coutinho, do Valle - D.Sc. do CTEx

Prof. 7 man - D.Sc. do IME

Rio de Janeiro 2021

Este trabalho é dedicado a todos os que perseveram, pois nada é impossível para Deus.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, que é o dono de todo conhecimento e sabedoria, por ter sido comigo em todos os dias da minha vida e ser a minha principal motivação para melhorar a cada dia.

Também, agradeço à minha família e aos amigos, em especial às mulheres da minha vida: minha esposa, Roberta Oliveira; minha mãe, Maria Rodrigues; e, minha irmã, Daiana Guimarães, que sempre me apoiaram durante toda a minha trajetória no Instituto Militar de Engenharia.

Por fim, agradeço também aos professores por todos os ensinamentos, sabedoria e correções, em especial aos professores da banca examinadora. Também quero agradecer nominalmente os meu orientadores, Cap. Diogo e Ten. Cel. Ricardo Valle, que foram sempre bastante solícitos durante a realização deste Projeto de Fim de Curso e me deram a oportunidade de participar do incrível desafio de pesquisar esse tema que ainda precisa de tanta exploração em âmbito nacional.

"E tudo quanto fizerdes, fazei-o de todo o coração, como ao Senhor, e não aos homens, sabendo que recebereis do Senhor o galardão da herança, porque a Cristo, o Senhor, servis." (Bíblia Sagrada, Colossenses 3.23-24)

RESUMO

O presente trabalho tem como objetivo modelar a cinemática de um manipulador robótico embarcado em um veículo terrestre remotamente pilotado. Assim este projeto propõe-se a servir como base para a melhor compreensão da teoria que abrange esse tipo de manipulador. Para isso, são trabalhados diversos conceitos que permeiam a modelagem de um braço antropomórfico. Ademais, é realizado um comparativo entre os robôs existentes no mercado, com o intuito de levantar as características comuns, no que tange à construção da cadeia cinemática dos manipuladores e à forma de locomoção do robô. Para o estudo da cinemática, aborda-se o problema por Denavit-Hartenberg e Helicoides, ambos utilizando a Cinemática Diferencial. Além disso, visando o cálculo da cinemática inversa, são utilizadas duas trajetórias para teste e um algoritmo em Simulink. Para facilitar a busca pelo vetor de ganho dos erros, utiliza-se da otimização por enxame de partículas. Depois disso, realiza-se um comparativo entre os resultados obtidos de forma a avaliar qual teoria é melhor para o cálculo da cinemática inversa do robô foco do estudo. Adicionalmente, este trabalho também auxilia fins práticos de construção de uma prova de conceito com materiais de baixo custo e acessíveis.

Palavras-chave: Manipulador Antropomórfico. Modelagem Cinemática. Denavit-Hartenberg. Robô EOD. Otimização por Enxame de Partículas. Cinemática Diferencial. Helicoides. Cinemática Inversa.

ABSTRACT

The present work aims to model the kinematics of a robotic manipulator embedded in a remotely piloted land vehicle. Thus, this project proposes to serve as a basis for a better understanding of the theory that encompasses this type of manipulator. For this, several concepts that permeate the modeling of an anthropomorphic arm are worked on. Furthermore, a comparison between the robots on the market is carried out in order to raise the common characteristics regarding the construction of the kinematic chain of the manipulators and the way the robot moves. For the study of kinematics, the problem is approached by Denavit-Hartenberg and Helicoides, both using Differential Kinematics. Furthermore, in order to calculate the inverse kinematics, two test trajectories and a Simulink algorithm are used. To facilitate the search for the error gain vector, particle swarm optimization is used. After that, a comparison is made between the results obtained in order to assess which theory is better for calculating the inverse kinematics of the robot that is the focus of the study. Finally, this work also supports practical purposes of building a proof of concept for an anthropomorphic robot coupled to a vehicle, showing how to create a proof of concept with low-cost and accessible materials.

Keywords: Anthropomorphic Manipulator. Kinematic Modeling. Denavit-Hartenberg. Robot EOD. Particle Swarm Optimization. Differential Kinematics. Helicals. Inverse Kinematics.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

1	Robô Telemax (6)	18
2	Robô tEODor (6)	18
3	Comparação dos movimentos de um robô antropomórfico e do braço humano	
	(9)	20
4	Exemplo de robô antropomórfico em uma linha de montagem (10)	21
5	Representação dos elos e juntas de um robô antropomórfico (12)	21
6	À esquerda, tem-se a representação de uma junta de translação enquanto à	
	direita a de revolução (13)	22
7	Volume de trabalho de um manipulador antropomórfico (14)	23
8	Robô britânico em ação contra um artefato não identificado (11)	25
9	Convenção de Denavit-Hartenberg (15)-ADAPTADO	27
10	Referenciais para o cálculo do Jacobiano (15)	30
11	Vetores para o cálculo da contribuição de cada vetor velocidade angular na	
	velocidade linear do atuador (15)	32
12	Relação entre as velocidades das rotações elementares e o vetor velocidade	
	angular (15)	34
13	Movimento esférico descrito por um movimento helicoidal (27)	36
14	Movimento genérico descrito por um movimento helicoidal (27)	38
15	Movimento genérico descrito por um movimento helicoidal (16)	39
16	Diagrama da relação entre as cinemáticas direta e inversa (28)	44
17	Algoritmo de cinemática inversa baseado na inversa da jacobiana analítica.	46
18	Braço antropomórfico do IDR Lab.	50
19	Veículo remotamente pilotado do IDR Lab	50
20	Modelo do braço antropomórfico do IDR Lab.	51
21	Modelo do veículo remotamente pilotado do IDR Lab	51
22	Robô Chinês.	52
23	FLIR Kobra.	52
24	PackBot	52
25	Andros Wolverine	52
26	Robô Sul-coreano.	53
27	DRDO Daksh	53
28	Robô <i>Uran-6</i>	54
29	Diagrama de referenciais para o braço antropomórfico com punho esférico	
	acoplado a um veículo, por Denavit-Hartenberg (15).	55
30	Diagrama de referenciais para o braço antropomórfico com punho esférico	
	acoplado a um veículo, por Helicoides	57

Representação da trajetória 1	61
Gráfico do erro em x , por Denavit-Hartenberg, para a trajetória 1	63
Gráfico de y , por Denavit-Hartenberg, para a trajetória 1	63
Gráfico do erro em z, por Denavit-Hartenberg, para a trajetória 1	64
Gráfico do erro em x, por Helicoides, para a trajetória 1	65
Gráfico do erro em y, por Helicoides, para a trajetória 1	66
Gráfico do erro em z, por Helicoides, para a trajetória 1	66
Representação da trajetória 2	67
Gráfico do erro em x , por Denavit-Hartenberg, para a trajetória 2	68
Gráfico de y, por Denavit-Hartenberg, para a trajetória 2	69
Gráfico do erro em z , por Denavit-Hartenberg, para a trajetória 2	69
Gráfico do erro em x , por Helicoides, para trajetória 2	71
Gráfico do erro em y , por Helicoides, para trajetória 2	71
Gráfico do erro em z, por Helicoides, para trajetória 2	72
Vista lateral do robô	73
Vista superior do robô.	73
AL5D Robotic Arm [®] (34)	74
Aluminum 4WD1 Rover A3WD1-KT $v2^{(8)}(35)$	75
Suporte para o braço antropomórfico	75
$DX5e Remote Control^{(8)}(36)$	76
QR Code para acesso aos códigos.	82
	Representação da trajetória 1.Gráfico do erro em x , por Denavit-Hartenberg, para a trajetória 1.Gráfico de y , por Denavit-Hartenberg, para a trajetória 1.Gráfico do erro em z , por Denavit-Hartenberg, para a trajetória 1.Gráfico do erro em x , por Helicoides, para a trajetória 1.Gráfico do erro em y , por Helicoides, para a trajetória 1.Gráfico do erro em z , por Helicoides, para a trajetória 1.Gráfico do erro em z , por Helicoides, para a trajetória 1.Gráfico do erro em z , por Helicoides, para a trajetória 1.Gráfico do erro em z , por Helicoides, para a trajetória 2.Gráfico do erro em z , por Denavit-Hartenberg, para a trajetória 2.Gráfico do erro em x , por Denavit-Hartenberg, para a trajetória 2.Gráfico do erro em z , por Denavit-Hartenberg, para a trajetória 2.Gráfico do erro em z , por Helicoides, para trajetória 2.Gráfico do erro em z , por Helicoides, para trajetória 2.Gráfico do erro em z , por Helicoides, para trajetória 2.Gráfico do erro em z , por Helicoides, para trajetória 2.Gráfico do erro em z , por Helicoides, para trajetória 2.Gráfico do erro em z , por Helicoides, para trajetória 2.Gráfico do erro em z , por Helicoides, para trajetória 2.Gráfico do erro em z , por Helicoides, para trajetória 2.Gráfico do erro em z , por Helicoides, para trajetória 2.Gráfico do erro em z , por Helicoides, para trajetória 2.Gráfico do erro em z , por Helicoides, para trajetória 2.Gráfico do erro em z , por Helicoides, para trajetória 2.Gráfico do erro em z , por Helicoides, para trajetória 2.Gráfico do erro e

LISTA DE TABELAS

1	Tabela do estudo de mercado para robôs EOD	53
2	Parâmetros de Denavit-Hartenberg	55
3	Parâmetros dos Helicoides.	58

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

- BBC British Broadcasting Corporation
- CAD Computer Aided Design
- CAMPS Computer Aided Motoman MH5F Robot Programming System
- CRS Cooperative Robotics System
- CTEx Centro Tecnológico do Exército
- EOD Explosive Ordnance Disposal
- UXO Unexploded Ordnance
- IDR Lab Laboratório de Robótica Industrial e de Defesa
- PFC Projeto de Fim de Curso
- SVTRP Sistema de Veículo Terrestre Remotamente Pilotado

LISTA DE SÍMBOLOS

O_i	Origem do referencial <i>i</i>
x_i	Eixo x do referencial <i>i</i>
y_i	Eixo y do referencial <i>i</i>
z_i	Eixo z do referencial <i>i</i>
O_i'	Origem do referencial auxiliar <i>i</i> '
a_i	Distância entre O_i e O'_i
d_i	Coordenada de O'_i ao longo de z_{i-1}
$lpha_i$	Ângulo entre z_{i-1} e z_i rotacionados no eixo x_i , sendo positivo no sentido anti-horário
θ_i	Ângulo entre x_{i-1} e x_i rotacionados no eixo z_{i-1} , sendo positivo no sentido anti-horário
$A^i_{i'}$	Matriz de transformação homogênea do referencial i' para i
b	Referencial da base
e	Referencial da ferramenta
$\dot{\mathbf{r}}_e$	Velocidade linear do atuador
ω_e	Velocidade angular do atuador
J	Matriz Jacobiana do manipulador
q	Vetor de variáveis de junta
J_P	Matriz $3xn$ que representa a contribuição da velocidade de rotação das juntas do manipulador sobre a velocidade linear do atuador.
J_O	Matriz $3xn$ que representa a contribuição da velocidade de rotação das juntas do manipulador sobre a velocidade angular do atuador.
\mathbf{r}_i^{i-1}	Vetor que liga a origem de $i - 1$ à i escrito no referencial $i - 1$
ω_i^{i-1}	velocidade angular do referencial i escrita no referencial $i - 1$
T^i	Matriz de transformação do referencial <i>i</i> para o de base

h_{i-1}	Terceira coluna da matriz $[T^{i-1}]$
r	Símbolo genérico para um vetor posição em relação a qualquer referencial
S	Vetor normal ao plano
s_k	Coordenadas do vetor s no eixo k
Т	Matriz de representação helicoidal da orientação de um corpo rígido
\mathbf{s}_0	Vetor que liga a origem do referencial fixo a um ponto ao longo da direção definida por \mathbf{s}
\mathbf{p}_i	Vetor posição em relação a origem
A^i	Matriz de transformação homogênea para o helicoide
λ	Pitch
\$	Vetor helicoide unitário
Ve	Vetor velocidade do atuador
e	Vetor erro de posição
\mathbf{x}_d	Vetor posição desejada
\mathbf{X}_{e}	Vetor posição calculada
Κ	Ganho

SUMÁRIO

1 1.1	INTRODUÇÃO	17 19
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	20
2.1	MANIPULADORES ANTROPOMÓRFICOS	20
2.1.1	ELOS, JUNTAS E VOLUME DE TRABALHO	21
2.2	FORMAS DE MODELAGEM CINEMÁTICAS DE ROBÔS ANTROPO-	
	MÓRFICOS	23
2.3	OTIMIZAÇÃO POR ENXAME DE PARTÍCULAS (PSO)	24
2.4	ROBÔS PARA DESATIVAÇÃO DE ENGENHOS FALHADOS	25
3	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	27
3.1	CONVENÇÃO DE DENAVIT-HARTENBERG	27
3.1.1	CINEMÁTICA DIRETA	27
3.1.1.1	PROCEDIMENTO PARA APLICAÇÃO DE DENAVIT-HARTENBERG	29
3.2	CINEMÁTICA DIFERENCIAL VIA DENAVIT-HARTENBERG	30
3.2.1	JACOBIANO GEOMÉTRICO	30
3.2.1.1	VELOCIDADES DOS ELOS	30
3.2.1.2	CÁLCULO DO JACOBIANO	31
3.2.1.3	SINGULARIDADES CINEMÁTICAS	33
3.2.2	JACOBIANO ANALÍTICO	33
3.3	CINEMÁTICA VIA TEORIA DOS HELICOIDES	35
3.3.1	ROTAÇÃO DE UM CORPO RÍGIDO	35
3.3.2	TRANSFORMAÇÃO HOMOGÊNEA	37
3.3.3	DESLOCAMENTOS SUCESSIVOS	39
3.4	CINEMÁTICA DIFERENCIAL VIA HELICOIDES	41
3.4.1	EIXO DE HELICOIDE INSTANTÂNEO	41
3.4.2	COORDENADAS HELICOIDAIS E SISTEMAS HELICOIDAIS	42
3.4.3	JACOBIANO BASEADO EM HELICOIDES	43
3.5	CINEMÁTICA INVERSA DIFERENCIAL	44
3.5.1	ALGORITMO DE CINEMÁTICA INVERSA	45
3.6	OTIMIZAÇÃO POR ENXAME DE PARTÍCULAS	47
3.6.1	PRINCÍPIOS DA OTIMIZAÇÃO POR ENXAME DE PARTÍCULAS	47
3.6.2	ALGORITMO DO PSO	48
4	DESENVOLVIMENTO	50

4.1	MODELAGEM EM CAD	50
4.2	ESTUDO DE MERCADO	51
4.3	CINEMÁTICA VIA DENAVIT-HARTENBERG	54
4.3.1	CINEMÁTICA DIRETA	55
4.4	CINEMÁTICA VIA HELICOIDES	57
4.4.1	CINEMÁTICA DIRETA	57
4.5	CINEMÁTICA DIFERENCIAL PARA AS JACOBIANAS	60
4.5.1	JACOBIANAS VIA DENAVIT-HARTENBERG	60
4.5.2	JACOBIANAS VIA HELICOIDES	60
4.6	CINEMÁTICA INVERSA VIA CINEMÁTICA DIFERENCIAL	60
4.6.1	TRAJETÓRIA 1	61
4.6.1.1	CINEMÁTICA INVERSA VIA DENAVIT-HARTENBERG	62
4.6.2	CINEMÁTICA INVERSA VIA HELICOIDES	65
4.6.3	TRAJETÓRIA 2	67
4.6.3.1	CINEMÁTICA INVERSA VIA DENAVIT-HARTENBERG	68
4.6.4	CINEMÁTICA INVERSA VIA HELICOIDES	70
4.7	PROVA DE CONCEITO	72
5	CONCLUSÃO	77
	REFERÊNCIAS	79
	A – CÓDIGOS DE MATLAB [®]	82

1 INTRODUÇÃO

Ao longo da história, as revoluções industriais marcaram tempos de ruptura com as práticas de produção outrora utilizadas. A primeira revolução industrial ocorreu, principalmente, na segunda metade do século XVIII e foi marcada pela produção em larga escala com a utilização de máquinas. Assim, o trabalho que antes era realizado artesanalmente foi substituído pelo uso de maquinário adequado, gerando significativa melhora nas condições de trabalho e, também, contribuindo para o avanço tecnológico mundial (1).

Desde 2011, segundo Klaus Martin Schwab, presidente do Fórum Econômico Mundial, iniciou-se a quarta revolução industrial que está intrinsecamente ligada ao conceito de Indústria 4.0 (2). Esta surge visando desenvolver fábricas inteligentes, que solucionariam diversas demandas do setor industrial e não só aumentariam a produtividade das fábricas, como também acarretariam em diversos outros ganhos (3). Nesse contexto, a robótica desempenha um papel fundamental no desenvolvimento de tecnologia suporte desta revolução.

De fato, a robótica tem presença crescente nos termos relacionados à Indústria 4.0. A partir da automação industrial, os rôbos realizam tarefas complexas e com altos níveis de precisão (4). Dessa forma, eles estão cada vez mais capazes de realizar atividades que antes eram feitas apenas pelos seres humanos.

As Forças Armadas de diversos países ao redor do mundo têm implementado o uso da robótica em tarefas que podem ser danosas para a vida do soldado. Com o uso dessas máquinas, os Exércitos preservam as suas tropas, visto que a utilização de robôs em atividades que podem ser letais, como a desativação de engenhos falhados, pode resguardar a vida do combatente.

Com efeito, a importância da robótica no teatro de operações tende ao crescimento, sendo uma evidência o fato de que se encontra no planejamento do Exército Britânico de substituir 10 mil soldados por robôs até 2030. Essa redução, obviamente, não visa enfraquecer o poderio militar inglês, mas sim gerar capacidades compatíveis com a nova realidade global, onde robôs são cada vez mais utilizados em transporte de carga, desarme de bombas e enfrentamento de ambientes hostis (5).



Figura 1 – Robô Telemax (6).

Nesse contexto, o Exército Brasileiro iniciou o uso de robôs em 2016, com a aquisição dos robôs Telemax e tEODor, ambos da mesma empresa de origem alemã. O primeiro consiste em um robô para desativação de artefatos explosivos e anti-dispositivos explosivos improvisados. Por outro lado, o segundo serve como detector e desativador de metais convencionais, metais compactos e material bélico não detonado (UXO - Unexploded Ordnance) (6).



Figura 2 – Robô tEODor (6).

Apesar do Exército Brasileiro já possuir sistemas remotamente pilotados, com o objetivo de desativar ou encontrar artefatos explosivos, nenhum deles é de fabricação brasileira. Dessa

forma, a Defesa nacional pode ser comprometida, principalmente em casos de guerra, onde comumente há embargos para a exportação de sistemas e materiais de emprego militar.

Cabem, portanto, estudos em âmbito nacional acerca da modelagem cinemática de um robô antropomórfico para este fim.

1.1 OBJETIVO

Este Projeto de Fim de Curso tem como objetivo modelar a cinemática direta e inversa de um robô antropomórfico embarcado em um veículo terrestre remotamente pilotado. Dessa forma, busca-se que a partir das possibilidades e teorias apresentadas se possa auxiliar na embarcação de um manipulador robótico em um Sistema de Veículo Terrestre Remotamente Pilotado (SVTRP) que seja capaz de neutralizar artefatos explosivos.

Para esta finalidade, deve-se primeiramente compreender as definições de todos os conceitos que envolvem o problema. Além disso, também faz-se importante realizar uma análise de mercado e pesquisar quais tipos de robôs estão sendo utilizados para o mesmo fim nas Forças Armadas ao redor do mundo.

Em seguida, será realizada a modelagem cinemática a partir das teorias de Denavit-Hartenberg e Helicoides utilizando a Cinemática Diferencial, esta sendo base para o cálculo da cinemática inversa. O intuito de utilizar tanto Denavit-Hartenberg quanto Helicoides é, além de aplicar o conhecimento adquirido, verificar qual destes alcança uma cinemática inversa mais precisa e, ainda, servir como mais um material de estudo de Helicoides, teoria menos difundida destas duas.

Almeja-se, também, construir no *SolidWorks*[®] o modelo do robô do Laboratório de Robótica Industrial e de Defesa (IDR Lab), atentando-se para as dimensões corretas. Com isso, poder-se-à realizar uma animação com o pacote *SolidWorks Motion*[®] e, assim, verificar visualmente a cinemática inversa do robô.

Além disso, como forma de criar uma prova de conceito para um robô manipulador de artefatos nocivos apenas com um braço antropomórfico acoplado em um veículo, almeja-se contruir um protótipo deste tipo de robô. Tal prova também servirá como robô de demonstração do IDR Lab e como exemplo prático para as aulas de mecatrônica do 5º ano do IME.

Por fim, este projeto visa a futura aplicação desse tipo de tecnologia em situações reais enfrentadas pelo país. Este estudo pode proporcionar, portanto, mais um acervo teórico para a modelagem da cinemática direta e inversa de um manipulador antropomórfico.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Manipuladores Antropomórficos

O braço e a mão humana são responsáveis por diversas ações cotidianas, dentre as quais se destaca o manuseio de objetos. Esse conjunto se faz muito eficiente devido às suas características anatômicas e à capacidade de processamento do cérebro, que juntos definem o tipo de fixação e as forças aplicadas (7). Com o intuito de tentar imitar o funcionamento do braço humano, surgem os manipuladores antropomórficos. Este tipo de máquina possui pelo menos três juntas de rotação sendo a da base ortogonal às outras duas, que são paralelas entre si. Dessa forma, este manipulador permite mobilidade e volume de trabalho maiores do que outros robôs de mesmas dimensões (8).



Figura 3 – Comparação dos movimentos de um robô antropomórfico e do braço humano (9).

Inicialmente, esse tipo de robô atendia apenas a tarefas específicas e prioritariamente era utilizado em ambientes estruturados e com operações repetitivas, sendo a sua garra muito mais utilizada como ferramenta do que para manuseio de diferentes objetos. (7).



Figura 4 – Exemplo de robô antropomórfico em uma linha de montagem (10).

No entanto, com o avanço tecnológico, os robôs antropomórficos têm adquirido cada vez mais funcionalidades e especificidades. Dessa forma, hoje são utilizados por diversos Exércitos para variadas aplicações como a desativação de engenhos falhados, bombas ou até mesmo minas terrestres. O uso de robôs, aliado ao conhecimento de especialistas, é uma importante ferramenta para a resolução de questões que envolvem artefatos explosivos. Em reportagem sobre a implementação desse tipo de robô no Exército Britânico, a BBC afirma que à medida que a tecnologia acerca dessa gama de máquinas aumenta, cresce o número de vidas de combatentes resguardadas (11).

2.1.1 Elos, juntas e volume de trabalho

Antes de iniciar a fundamentação teórica, faz-se muito importante que sejam conhecidas as partes elementares de um robô manipulador, a saber: elos e juntas.



Figura 5 – Representação dos elos e juntas de um robô antropomórfico (12).

Os elos, como representados na Figura 5, são uma série de corpos rígidos e, para fins desta modelagem, indeformáveis. Dessa forma, determinam as características físicas constantes do manipulador, como massa, comprimentos e momentos de inércia. Cabe salientar a importância da indeformabilidade, pois, caso não houvesse, a precisão e a movimentação do robô seriam comprometidas (12).

Por outro lado, as juntas são os elementos articuladores que unem um elo a outro. Então, têm como principal papel determinar os possíveis movimentos do manipulador e, junto com os elos, a anatomia do robô. Dessa forma, podemos caracterizar as juntas em dois principais tipos: de rotação e de translação (prismática). (13)



Figura 6 – À esquerda, tem-se a representação de uma junta de translação enquanto à direita a de revolução (13).

Assim, tem-se:

- Junta prismática: permite a movimentação linear dos elos fazendo com que se movimentem nos três eixos (x, y e z) (13).
- Junta de revolução:permite a movimentação angular dos elos (13).

Neste projeto, o veículo foi modelado como duas juntas de translação perpendiculares entre si e no plano do solo. Esta simplificação se torna possível visto que o carro terá apenas movimentos no plano do solo. Por outro lado, o braço antropomórfico possuirá apenas juntas de rotação.

Por fim, o volume de trabalho pode ser definido como todo o volume que pode ser percorrido pelo manipulador de acordo com seus elos e juntas. Cabe ressaltar que ele contribui para a escolha do robô antropomórfico em atividades de desativação de artefatos explosivos, visto que este pode alcançar todos os pontos no seu entorno, incluindo abaixo do plano da base a depender somente de restrições do tamanho dos elos.



Figura 7 – Volume de trabalho de um manipulador antropomórfico (14).

2.2 Formas de modelagem cinemáticas de robôs antropomórficos

A modelagem cinemática de um robô antropomórfico é bastante difundida, inclusive para fins didáticos. Por isso, diversos autores descrevem a cinemática do manipulador. No entanto, grande parte destes trabalhos se restringem à cinemática via Denavit-Hartenberg, não encarando o problema pela Cinemática Diferencial e via Helicoides.

As três modelagens são abordagens diferentes para um mesmo problema e que visam o mesmo resultado: descrever como a ferramenta se movimenta em virtude da movimentação de cada junta. No que tange à Denavit-Hartenberg e à Cinemática Diferencial, em (15) tem-se uma abordagem detalhada com o passo a passo para a resolução deste problema, detalhando as variáveis que envolvem cada uma das configurações. Ainda neste livro, apresenta-se a solução do manipulador antropomórfico com 3 juntas de revolução.

Por outro lado, em (16), tem-se a descrição da abordagem desse problema por Helicoides. Nesta dissertação, o autor descreve as etapas para a resolução do manipulador por esta teoria e também conclui que a cinemática via helicoides é a mais indicada para o ensino didático da modelagem de um robô.

Cabe também destacar o trabalho realizado por (17), que se dedica a realizar a comparação entre as abordagens propostas por Denavit-Hartenberg e a por Helicoides, concluindo que a última é a mais vantajosa, devido à simplicidade da abordagem, mesmo a primeira sendo mais difundida.

Também no tocante aos Helicoides, (18) aborda o tema de forma a propor uma solução para a programação de robôs industriais seriais. Dessa forma, ele possibilita modelar e simular em cenários de Realidade Virtual e obtém a resolução cinemática baseada em helicoides para esses robôs por meio de um protótipo computacional intitulado CARPA (*Computer-Aided Serial Robots Programming, Modelling and Simulation Analysis*). Isto ocorre em um ambiente que dispensa a necessidade de um conhecimento aprofundado da teoria de Helicoides por parte do usuário do manipulador.

A teoria dos Helicoides também se faz presente em (19), onde é apresentada e implementada, computacionalmente, uma metodologia que auxilia a modelagem, a análise e a simulação de CRS (*Cooperative Robotics System*), utilizando os fundamentos da Teoria dos Helicoides na resolução cinemática simultânea dos robôs componentes do sistema cooperativo. Com esta teoria e diversos outros conceitos, ele sistematiza as informações necessárias e ordena a forma de entrada de dados, de modo a facilitar a programação de cada robô.

Por fim, (20) utiliza a teoria de Helicoides para resolver a cinemática de um robô no contexto de um laboratório virtual, intitulado CAMPS (*Computer-Aided Motoman MH5F robot Programming System*). Este laboratório mostra mais uma aplicação da resolução da cinemática por Helicoides visto que tem por objetivo a aplicação em aulas teóricas e práticas no ensino da robótica.

2.3 Otimização por enxame de partículas (PSO)

Muito se estuda acerca de problemas de otimização. Um algoritmo muito difundido é o de otimização por enxame de partículas ou, do inglês, *Particle Swarm Optimization* (PSO). Em (21), apresenta-se uma breve revisão de alguns dos mais recentes métodos bioinspirados, baseados no comportamento de populações para o desenvolvimento de técnicas de solução de problemas, além de uma boa explicação acerca do PSO. O objetivo disto é mostrar as diversas aplicabilidades de otimização nos problemas de engenharia.

Além disso, (22) foca em planejar o movimento ótimo dentre dadas configurações físicas ao obedecer certos critérios, a saber: o tempo e distância do movimento e o torque nas juntas, evitando obstáculos. Assim, desenvolvem-se dois programas em MATLAB para a otimização, um por algoritmo genético e outro por PSO.

O PSO é largamente utilizado para otimização de funções não lineares, como é o caso deste PFC. Sabendo disto, (23) propõe utilizar o algoritmo em tarefas de aprendizado para robôs. Ademais, ele também realiza a comparação com um algoritmo orientado localmente que é utilizado para diversos problemas, incluindo o de redes neurais.

Por fim, (24) tem como objetivo oferecer uma revisão completa do campo, bem como dos desafios e oportunidades oferecidos por este método de otimização. Para tal, ele divide o artigo em duas partes, onde a primeira discute a localização do PSO dentro do domínio mais amplo da computação natural, considerando o desenvolvimento do algoritmo e os refinamentos introduzidos para evitar a estagnação do enxame e enfrentar ambientes dinâmicos. Por outro lado, a segunda considera a pesquisa atual em hibridização, problemas combinatórios, multicritério e otimização restrita e uma gama de áreas de aplicação indicativas.

2.4 Robôs para desativação de engenhos falhados

Estima-se que existam cerca de 100 milhões de minas terrestres enterradas pelo mundo e que causam mais de 2 mil acidentes por mês (25). Além disso, cabe destacar que não são incomuns atentados terroristas com bombas e também a ocorrência de engenhos falhados.

Diante desse panorama, é notadamente importante que haja medidas de ação em situações como essas. Dessa forma, os países possuem protocolos e equipes especializadas para agir diante de artefatos que podem detonar. No entanto, mesmo com o treinamento adequado, a desativação de engenhos falhados pode levar ao óbito do combatente, como ocorreu com uma militar britânica no Afeganistão (26).



Figura 8 – Robô britânico em ação contra um artefato não identificado (11).

Motivados por este problema, diversos países produziram robôs para trabalharem na inutilização de engenhos falhados ou outros artefatos explosivos, que são denominados de robôs EOD (do inglês *Explosive Ordenance Disposal*). Estes, resumidamente, são:

- 1. Braços antropomórficos acoplados em um veículo;
- 2. Prioritariamente movidos por lagartas;
- 3. Remotamente pilotados;

- 4. Equipados com câmeras de transmissão em tempo real; e,
- 5. De elevada robustez.

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

3.1 Convenção de Denavit-Hartenberg

3.1.1 Cinemática Direta

A convenção de Denavit-Hartenberg emerge como alternativa para a ausência de um método sistemático e genérico de obtenção da posição relativa e orientação de elos consecutivos.

Esta teoria será abordada de acordo com o apresentado em (15). Considere-se a Figura 9, que define o eixo *i* como o eixo da junta que une os elos i - 1 e *i*. Dessa forma, o sistema de referência é definido como:



Figura 9 – Convenção de Denavit-Hartenberg (15)-ADAPTADO.

Onde:

- O eixo z_i é definido ao longo do eixo da junta i + 1;
- A localização da origem do referencial auxiliar i' é dada pela interseção da direção de z_{i-1} com a normal comum entre as direções dos eixos das juntas i 1 e i;
- A direção de x_i é definida como sendo colinear com a normal comum; e,
- A direção y_i é construída de forma a atender a regra da mão direita.

Em todos os casos que essas definições não possuírem unicidades, elas devem ser feitas de forma que simplifiquem a modelagem.

Definidos os sistemas de referências de cada elo, a posição relativa entre os referenciais i - 1 e *i* estará determinada com os seguintes parâmetros:

- a_i : distância entre O_i e $O_{i'}$;
- d_i : coordenada de $O_{i'}$ ao longo de z_{i-1} ;
- α_i: ângulo entre z_{i-1} e z_i rotacionados no eixo x_i, com o sentido positivo definido no sentido anti-horário;
- θ_i : ângulo entre x_{i-1} e x_i rotacionados no eixo z_{i-1} , com o sentido positivo definido no sentido anti-horário;

Cabe destacar que os parâmetros a_i e α_i são constantes a depender apenas da configuração do manipulador. Por outro lado, θ_i e d_i serão variáveis caso a junta seja de rotação ou prismática, respectivamente.

A partir dos parâmetros e dos referenciais, pode-se construir as matrizes de transformação homogêneas que converterão o referencial i - 1 no i. Para isso, utiliza-se um referencial auxiliar i'. Para transformar o referencial i em i' faz-se uma translação de d_i ao longo de z_i e uma rotação de θ_i no mesmo eixo.

Sendo $[A_{i'}^i]$ a matriz de transformação homogênea do referencial i' para i, tem-se:

$$[A_{i'}^{i-1}] = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & \sin\theta_i & 0 & 0\\ \sin\theta_i & \cos\theta_i & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & d_i\\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(3.1.1.1)

Além disso, para mudar do referencial i' para i é realizada uma translação de a_i e uma rotação de α_i ambas em torno de x_i , assim:

$$[A_i^{i'}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & \cos\alpha_i & -\sin\alpha_i & 0 \\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(3.1.1.2)

Dessa forma, tem-se para a transformação resultante:

$$[A_i^{i-1}] = [A_{i'}^{i-1}][A_i^{i'}] = \begin{vmatrix} \cos\theta_i & -\sin\theta_i \cdot \cos\alpha_i & \sin\theta_i \cdot \sin\alpha_i & a_i \cdot \cos\theta_i \\ \sin\theta_i & \cos\theta_i \cdot \cos\alpha_i & -\cos\theta_i \cdot \sin\alpha_i & a_i \cdot \sin\theta_i \\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$
(3.1.1.3)

A matriz de transformação é, portanto, obtida como função apenas das variáveis de junta e da geometria. Como forma de facilitar a aplicação, descreve-se o procedimento para a aplicação da Convenção de Denavit-Hartenberg em qualquer cadeia cinemática aberta.

3.1.1.1 Procedimento para aplicação de Denavit-Hartenberg

- 1. Encontra-se e numera-se todos os eixos e juntas de forma consecutiva, definindo-se a direção dos eixos $z_0, ..., z_{n-1}$;
- Escolhe-se o referencial 0 colocando a origem do mesmo ao longo de z₀. Os eixos x₀ e y₀ são construídos de forma arbitrária, atendendo a regra da mão direita. Se possível, faz-se o referencial 0 coincidir com o de base b; Os passos de 3 a 5 devem ser repetidos para todos os elos de i = 1, ..., n − 1;
- Encontra-se a origem O_i na interseção de z_i com normal comum à z_{i-1} e z_i. Se os eixos z_i e z_{i-1} forem paralelos e a junta i for de revolução, então posiciona-se O_i de forma a obter d_i = 0. Se a junta i for prismática, posiciona-se O_i em uma posição de referência, como por exemplo o limite de junta;
- 4. Escolhe-se os eixos x_i ao longo da normal comum entre z_{i-1} e z_i com a direção da junta i para i + 1;
- 5. Define-se os eixos y_i de forma a obter referenciais que atendam a regra da mão direita;
- 6. Define-se o referencial n: se a junta n for de revolução alinha-se $z_n \operatorname{com} z_{n-1}$, já no caso de ser prismática, define-se de forma arbitrária e define-se x_n de acordo com o passo 4;
- 7. Para i = 1, ..., n, constrói-se uma tabela definindo os parâmetros $a_i, \alpha_i, d_i \in \theta_i$;
- 8. Baseado nesta tabela, constrói-se as matrizes de transformação;
- 9. Calcula-se a matriz que leva de n para 0 através do produto das matrizes;
- 10. Pré-multiplica-se essa matriz pela transformação de 0 para b e pós-multiplica-se pela matriz que leva de n para e, levando assim à posição da ferramenta. Onde b é o referencial da base e e o da ferramenta.

3.2 Cinemática Diferencial via Denavit-Hartenberg

A cinemática diferencial utilizada neste projeto utiliza o Jacobiano, que está diretamente relacionado com a configuração do manipulador. Esta abordagem não se reduz apenas à obtenção de velocidades de juntas e do atuador, como também possui possíveis aplicações na análise de singularidades, solução da cinemática inversa, dentre outras. Para a teoria de Cinemática Diferencial também utiliza-se (15).

3.2.1 Jacobiano Geométrico

O objetivo da cinemática diferencial é relacionar as velocidades das juntas e as velocidades linear ($\dot{\mathbf{r}}_e$) e angular do atuador (ω_e). Este resultado pode ser expresso como o sistema linear a seguir, onde J é o jacobiano do manipulador:

$$[J]\dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{r}}_e \\ \omega_e \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} J_P \\ J_O \end{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{r}}_e \\ \omega_e \end{bmatrix}$$
(3.2.1.1)

Onde J_P é uma matriz 3xn que representa a contribuição da velocidade de rotação das juntas do manipulador sobre a velocidade linear do atuador. Por outro lado J_O tem a mesma dimensão, mas se refere à velocidade angular do atuador.

3.2.1.1 Velocidades dos elos

Tem-se um elo genérico i de um manipulador de cadeia aberta. De acordo com a Convenção de Denavit-Hartenberg, esse elo une as juntas i e i + 1, estando o referencial i fixo no elo i e com a origem ao longo do eixo da junta i + 1, enquanto que o referencial i - 1 está fixado ao elo i - 1 e com origem ao longo do eixo da junta i.



Figura 10 – Referenciais para o cálculo do Jacobiano (15).

Tem-se que \mathbf{r}_i é o vetor posição da origem do referencial $i \in \mathbf{r}_i^{i-1}$ o vetor que liga a origem de i - 1 à i, escrito no referencial i - 1. Dessa forma:

$$\mathbf{r}_{i} = \mathbf{r}_{i-1} + [T^{i-1}]\mathbf{r}_{i}^{i-1}$$
(3.2.1.2)

Derivando esta equação:

$$\dot{\mathbf{r}}_{i} = \dot{\mathbf{r}}_{i-1} + [\tilde{\omega}_{i-1}]\mathbf{r}_{i}^{i-1} + \dot{\mathbf{r}}_{i}^{i-1}$$
(3.2.1.3)

Assim, está gerada uma equação para a velocidade do elo i em função da velocidade i - 1.

Agora, considerando a parte relativa a rotação, tem-se:

$$[T^i] = [T^{i-1}][T_i^{i-1}]$$
(3.2.1.4)

Derivando também esta equação:

$$[\tilde{\omega}_i][T^i] = [\tilde{\omega}_{i-1}][T^{i-1}][T^i_{i-1}] + [T^{i-1}][\tilde{\omega}_i^{i-1}][T^i_{i-1}]$$
(3.2.1.5)

Como:

$$[T_i^{i-1}] = [T^{i-1}]^T [T^i]$$
(3.2.1.6)

Assim, chega-se em:

$$[\tilde{\omega}_i][T^i] = [\tilde{\omega}_{i-1}][T^i] + [T^{i-1}] + [T^{i-1}][\tilde{\omega}_i^{i-1}][T^{i-1}]^T[T^i]$$
(3.2.1.7)

Sabendo que:

$$[T^{i-1}][\tilde{\omega}_i^{i-1}][T^{i-1}]^T = [_{i-1}\tilde{\omega}_i]$$
(3.2.1.8)

Aplicando 3.2.1.8 e multiplicando 3.2.1.7 pela direita por $[T^i]^T$, obtém-se a seguinte relação entre as velocidade angulares dos elos $i \in i - 1$:

$$[\tilde{\omega}_i] = [\tilde{\omega}_{i-1}] + [_{i-1}\tilde{\omega}_i]$$
(3.2.1.9)

Essa dedução implica para as juntas de revolução, que são o objetivos do estudo:

$$\dot{\mathbf{r}}_i = \dot{\mathbf{r}}_{i-1} + [\tilde{\omega}_i]_{i-1} \mathbf{r}_i \tag{3.2.1.10}$$

3.2.1.2 Cálculo do Jacobiano

Neste cálculo, separar-se-á o cálculo do Jacobiano para a velocidade linear e para a angular.

A velocidade linear pode ser escrita em relação a contribuição de cada junta como:

$$\dot{\mathbf{r}}_e = \sum_{i=1}^n \frac{\partial \mathbf{r}_e}{\partial \mathbf{q}_i} \dot{\mathbf{q}}_i = \sum_{i=1}^n J_{P_i} \dot{\mathbf{q}}_i$$
(3.2.1.11)

A Equação 3.2.1.11 representa a velocidade da ferramenta como a contribuição, ponderada pelo jacobiano, da velocidade linear de cada junta. Cabe ressaltar que a contribuição de cada variável de junta é tomada considerando todas as outras paradas.



Figura 11 – Vetores para o cálculo da contribuição de cada vetor velocidade angular na velocidade linear do atuador (15).

Ao analisar cada junta de revolução, deve-se notar que a contribuição para a velocidade linear do atuador é tomada em relação a origem do mesmo, ou seja, calcula-se o produto vetorial entre a velocidade angular $(i_{i-1}\omega_i)$ e o vetor que liga a origem de i-1 à ferramenta.

Dessa forma, para juntas de revolução:

$$J_{P_i} \dot{\mathbf{q}}_i = [\tilde{h}_{i-1}](\mathbf{r}_e - \mathbf{r}_{i-1})$$
(3.2.1.12)

Para a velocidade angular:

$$\omega_e = \sum_{i=1}^n J_{O_i} \dot{\mathbf{q}}_i \tag{3.2.1.13}$$

Assim, tem-se que a Jacobiana poderá ser construída a partir da partição da seguinte matriz:

$$[J] = \begin{bmatrix} J_{P_1} & J_{P_n} \\ J_{O_1} & J_{O_n} \end{bmatrix}$$
(3.2.1.14)

Com essa matriz, pode-se obter de forma sistemática o jacobiano tendo como base as variáveis de juntas e parâmetros obtidos via cinemática direta, conforme descrito a seguir:

- O vetor h_{i-1} é a terceira coluna da matriz $[T^{i-1}]$;
- O vetor r_e é definido pelas 3 primeiras linhas do vetor \tilde{r}_e , o que é equivalente a quarta

coluna da matriz de transformação homogênea $[A_e^0]$ com $\tilde{\mathbf{r}}_0 = \begin{bmatrix} 0\\0\\0\\1 \end{bmatrix}$. Assim:

$$\tilde{\mathbf{r}}_e = [A_e^0].\tilde{\mathbf{r}}_0 \tag{3.2.1.15}$$

• Analogamente, o vetor \mathbf{r}_{i-1} pode ser definido como:

$$\tilde{\mathbf{r}}_{i-1} = [A_{i-1}^0].\tilde{\mathbf{r}}_0$$
 (3.2.1.16)

3.2.1.3 Singularidades cinemáticas

As configurações onde o jacobiano perde posto são denominadas singularidades cinemáticas. Tem-se que tais composições são de importante conhecimento, pois:

- Representam configurações onde a mobilidade fica reduzida;
- Há infinitas soluções para a cinemática inversa; e,
- Nas vizinhanças da singularidade, pequenas velocidades para a ferramenta podem representar grandes velocidades no espaço das juntas.

Para as singularidades, há duas classificações:

- Singularidades de Limite: ocorrem quando o manipulador alcança ou se aproxima do limite de alguma de suas juntas. Acontecem nos limites do espaço de trabalho.
- Singularidades Internas: acontecem no interior do espaço de trabalho, sendo geralmente causadas por alinhamento de elos.

3.2.2 Jacobiano Analítico

Considerando que a posição e a orientação do atuador possam sempre ser expressas através de um conjunto mínimo de coordenadas na forma matricial, tem-se:

$$\mathbf{x}_e = \begin{pmatrix} \mathbf{r}_e \\ \phi_e \end{pmatrix} \tag{3.2.2.1}$$

Onde ambas as componentes são vetores.

A partir disso, é possível também expressar o jacobiano em função dessas coordenadas e, como se trata do mesmo mecanismo, também é possível relacionar esse jacobiano analítico com o geométrico. Dessa forma, o cálculo dos jacobiano fica definido por:

$$\dot{\mathbf{r}}_e = \frac{\partial(\mathbf{r}_e.\dot{\mathbf{q}})}{\partial \mathbf{q}} = J_P(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}$$
(3.2.2.2)

$$\dot{\phi}_e = \frac{\partial(\phi_e.\dot{\mathbf{q}})}{\partial \mathbf{q}} = J_\phi(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}$$
(3.2.2.3)

Esta segunda equação em geral, é complexa de ser utilizada pelas várias possibilidades de solução que podem surgir, além das singularidades.

Dessa forma, uma saída para esse problema é relacionar a velocidade com a posição expressa pelas variáveis de junta através da equação:

$$\begin{pmatrix} \dot{\mathbf{r}}_e \\ \dot{\phi}_e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} J_P \\ J_\phi \end{pmatrix} \dot{\mathbf{q}} = [J_A] \dot{\mathbf{q}}$$
(3.2.2.4)



Figura 12 – Relação entre as velocidades das rotações elementares e o vetor velocidade angular (15).

Por definição, o Jacobiano Analítico é diferente do Geométrico pois ω_e não é definido por $\dot{\phi}_e$. Porém, pode-se encontrar a relação entre essas duas formas de se expressar a velocidade angular. Considerando uma parametrização por ângulos de Euler ZYZ na seguinte ordem $(\varphi, \vartheta, \psi)$ de acordo com a Figura 12, pode-se relacionar ω_e com $\dot{\phi}_e$ por:

$$\omega_e = \begin{bmatrix} 0 & -sen\varphi & cos\varphi.sen\vartheta \\ 0 & cos\varphi & sen\varphi.sen\vartheta \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dot{\phi}_e \to \omega_e = [T_A] \dot{\phi}_e$$
(3.2.2.5)

Percebe-se que o $det(T_A) = -sen\vartheta$, logo quando $\vartheta = 0$ ou $\vartheta = \pi$ essa relação se torna indefinida. Assim, muito embora toda rotação do atuador possa ser mapeada em função de ω_e , existem velocidades angulares que não podem ser expressas em função de $\dot{\phi}_e$. Dessa forma, para relacionar os dois jacobianos, tem-se:

$$J = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & T_A \end{bmatrix} . J_A \tag{3.2.2.6}$$

Para fins de cálculo, é mais prático construir o geométrico, que pode ser obtido simbolicamente, gerar os valores dos ângulos de Euler (o que não é tão favorável de se fazer numericamente, uma vez que envolve o cálculo de funções trigonométricas inversas), montar a matriz T_A e utilizar a relação acima exposta para se obter a jacobiana analítica. O código utilizado para a confecção deste PFC segue esta metodologia.

3.3 Cinemática via Teoria dos Helicoides

Toda a teoria até então desenvolvida por Denavit-Hartenberg será refeita com a utilização da Teoria de Helicoides baseada na abordagem que consta em (27).

3.3.1 Rotação de um corpo rígido

Na Figura 13, deseja-se mapear a origem de um referencial associado à um corpo rígido B que rotacionou de um ângulo θ em relação ao eixo s passando pela origem do referencial A.


Figura 13 – Movimento esférico descrito por um movimento helicoidal (27).

Seja P_1 um ponto em B, associado ao vetor posição \mathbf{r}_1 e um segundo ponto P_2 , gerado pela rotação de P_1 em relação ao eixo s de θ , associado ao vetor posição \mathbf{r}_2 , onde tem-se para s:

$$\mathbf{s} = \begin{bmatrix} s_x \\ s_y \\ s_z \end{bmatrix}$$
(3.3.1.1)

Dessa forma, tem-se:

$$\mathbf{S}_{\mathbf{P}}\mathbf{P}_{\mathbf{1}} = \mathbf{r}_{1} - (\mathbf{r}_{1}^{T}\mathbf{s})\mathbf{s}$$
(3.3.1.2)

$$\mathbf{S}_{\mathbf{P}}\mathbf{P}_{\mathbf{2}} = \mathbf{r}_{2} - (\mathbf{r}_{2}^{T}\mathbf{s})\mathbf{s}$$
(3.3.1.3)

Pode-se perceber que o plano que contém P_1, P_2 e S_P é normal ao eixo de rotação (s). Seja $NP_2 \perp S_PP_1, |S_PP_1| = |S_PP_2|$ e também:

$$\mathbf{sS}_{\mathbf{P}}\mathbf{P}_{\mathbf{1}} = \mathbf{sr}_{\mathbf{1}} \tag{3.3.1.4}$$

Além disso, tem-se que:

$$\mathbf{S}_{\mathbf{P}}\mathbf{P}_{\mathbf{2}} = \mathbf{S}_{\mathbf{P}}\mathbf{N} + \mathbf{N}\mathbf{P}_{\mathbf{2}} \tag{3.3.1.5}$$

Combinando as equações acima com o fato de que $\mathbf{r}_1^T \mathbf{s} = \mathbf{r}_2^T \mathbf{s}$, obtém-se a Fórmula de Rodrigues para um deslocamento esférico de um corpo rígido:

$$\mathbf{r}_2 = \mathbf{r}_1 . \cos\theta + \tilde{\mathbf{s}} . \mathbf{r}_1 . sen\theta + \mathbf{s} . (\mathbf{r}_1^T . \mathbf{s})(1 - \cos\theta)$$
(3.3.1.6)

Na forma matricial, pode-se escrevê-la como:

$$\mathbf{r}_2 = [T] \cdot \mathbf{r}_1 \tag{3.3.1.7}$$

$$[T] = \begin{bmatrix} (s_x^2 - 1)(1 - \cos\theta) + 1 & s_x \cdot s_y(1 - \cos\theta) - s_z \cdot sen\theta & s_x \cdot s_z(1 - \cos\theta) + s_y \cdot sen\theta \\ s_y \cdot s_x(1 - \cos\theta) + s_z \cdot sen\theta & (s_y^2 - 1)(1 - \cos\theta) + 1 & s_y \cdot s_z(1 - \cos\theta) - s_x \cdot sen\theta \\ s_z \cdot s_x(1 - \cos\theta) - s_y \cdot sen\theta & s_z \cdot s_y(1 - \cos\theta) + s_x \cdot sen\theta & (s_z^2 - 1)(1 - \cos\theta) + 1 \end{bmatrix}$$
(3.3.1.8)

Esta matriz é conhecida como a representação helicoidal da orientação de um corpo rígido, que é baseada em 4 parâmetros: 3 associados à direção do eixo de rotação e 1 associado ao ângulo de rotação. No entanto, visto que $\mathbf{s}^T \cdot \mathbf{s} = 1$, apenas dois dos três parâmetros associados ao eixo de rotação são independentes.

Dessa forma, necessita-se do conjunto de equações abaixo para se extrair os parâmetros do helicoide de uma matriz de rotação.

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{T_{11} + T_{22} + T_{33} - 1}{2}\right) \tag{3.3.1.9}$$

$$s_x = \frac{T_{32} - T_{23}}{2sen\theta} \tag{3.3.1.10}$$

$$s_y = \frac{T_{13} - T_{31}}{2sen\theta} \tag{3.3.1.11}$$

$$s_z = \frac{T_{21} - T_{12}}{2sen\theta} \tag{3.3.1.12}$$

Em uma primeira vista, parece que há duas possíveis soluções, mas uma rotação de $-\theta$ ao redor de $-\mathbf{s}$ é o mesmo que uma de θ ao redor de \mathbf{s} .

3.3.2 Transformação homogênea

Para a correta compreensão da teoria de cinemática via helicoides, é importante notar que ela é baseada no Teorema de Chasles, que diz: "Qualquer deslocamento espacial de um corpo rígido pode ser descrito por uma translação e uma rotação ao redor de um eixo".

Ou melhor, de uma forma mais forte: "Independentemente da forma como o corpo se deslocou de um ponto ao outro, este deslocamento pode ser visto como uma rotação e uma translação ao longo de um eixo".

A essa combinação de translação e rotação está associado o conceito de deslocamento helicoidal.

Considera-se a Figura 14 onde um ponto P, inicialmente em P_1 , rotaciona até P_2^r , ao redor do eixo **s**, de um ângulo θ e depois translada até P_2 também ao longo de **s**, de uma distância t. Assume-se que **s** é unitário e que \mathbf{s}_0 é um vetor que liga a origem do referencial fixo a um ponto ao longo da direção definida por **s**, preferencialmente, de tal forma que $\mathbf{s}^T \mathbf{s}_0 = 0$. Os parâmetros de helicoide são $t \in \theta$. Esses parâmetros juntamente com os eixos **s** e \mathbf{s}_0 definem completamente o deslocamento genérico de um corpo.



Figura 14 - Movimento genérico descrito por um movimento helicoidal (27).

Agora, deve-se atentar para o fato de que a direção definida por s não passa pela origem e também acrescentar a translação ao longo de s_0 . O equacionamento segue o mesmo raciocínio porém com a seguinte mudança de variáveis:

$$\mathbf{r}_1 = \mathbf{p}_1 - \mathbf{s}_0 \tag{3.3.2.1}$$

$$\mathbf{r}_2 = \mathbf{p}_2 - \mathbf{s}_0 - t\mathbf{s} \tag{3.3.2.2}$$

Substituindo essas variáveis na Equação 3.3.1.6, obtém-se a Fórmula de Rodrigues Generalizada dada por:

$$\mathbf{p}_2 = \mathbf{s}_0 + t\mathbf{s} + (\mathbf{p}_1 - \mathbf{s}_0)\cos\theta + [\tilde{\mathbf{s}}](\mathbf{p}_1 - \mathbf{s}_0)\sin\theta + [(\mathbf{p}_1 - \mathbf{s}_0)^T \cdot \mathbf{s}] \cdot \mathbf{s} \cdot (1 - \cos\theta)$$
(3.3.2.3)

Passando para a forma tradicional ($\mathbf{r} = \mathbf{q} + [T]\mathbf{p}$) e separando a parte relativa à translação, chega-se a forma homogênea com:

$$\tilde{\mathbf{p}}_A = [A].\tilde{\mathbf{p}}_B \tag{3.3.2.4}$$

Onde:

$$[A] = \begin{bmatrix} [T] & \mathbf{q} \\ 0_{1x3} & 1 \end{bmatrix}$$
(3.3.2.5)

$$\mathbf{q} = \mathbf{s}_0 + t.\mathbf{s} - [T]\mathbf{s}_0 \tag{3.3.2.6}$$

Aparentemente esta modelagem depende de 8 parâmetros: 3 para definir s, 3 para s_0 , θ e t. No entanto, considerando-se que s é unitário e que s_0 é ortogonal a ele, 2 graus de liberdade são retirados do sistema, obtendo-se 6 graus conforme esperado.

Além disso, dada uma matriz de transformação homogênea, a recuperação dos parâmetros do helicoide é feita da mesma forma que a anterior e para o cálculo de t usa-se a Equação 3.3.2.7.

$$t = \mathbf{q}^T \cdot \mathbf{s} = \mathbf{s}_0^T \cdot \mathbf{s} + t \cdot \mathbf{s}^T \cdot \mathbf{s} - ([T] \cdot \mathbf{s}_0)^T \cdot \mathbf{s}$$
(3.3.2.7)

3.3.3 Deslocamentos Sucessivos

Para deslocamentos sucessivos, considera-se um corpo σ , que está conectado à base fixa através de duas juntas, estando a primeira fixa e a segunda móvel. Nesta análise, não importa a ordem dos movimentos de translação e rotação das juntas 1 e 2, o que deve ser considerado são os valores dos pares (θ_1, t_1) e (θ_2, t_2), sendo os movimentos simultâneos ou sequenciais.



Figura 15 – Movimento genérico descrito por um movimento helicoidal (16).

Encontra-se um elevado grau de dificuldade ao tentar resolver esse problema calculando a cada instante o eixo helicoidal visto que o mesmo varia em função dos movimentos de 1 e 2. Dessa forma, a melhor estratégia é realizar a rotação do corpo σ ao redor do eixo 2 seguida por uma outra rotação ao redor do eixo 1. Assim, a posição inicial do eixo 2 pode ser usada como base para a construção da matriz de transformação homogênea e a matriz de transformação homogênea resultante será obtida através da pré-multiplicação das duas matrizes.

Tem-se, portanto:

$$[A^r] = [A^1][A^2] \tag{3.3.3.1}$$

Cabe ressaltar que as matrizes $[A^1]$ e $[A^2]$ representam os deslocamentos em relação às respectivas posições iniciais, visto que agora está sendo realizada a composição de movimentos.

Pode-se também expandir esse mesmo princípio para n juntas em um manipulador serial. Com esse intuito, define-se uma posição de referência, que pode ser a posição de *home* do robô, que geralmente é conhecida, ou qualquer outra posição arbitrária. A posição de referência também é conhecida como posição zero e a desejada é denominada posição alvo. Assim, considera-se o deslocamento da posição de referência até a posição alvo.

Para a posição de referência define-se:

- u₀, v₀ e w₀, q₀, respectivamente, vetores unitários que definem a orientação do atuador e a sua posição;
- $\mathbf{s}_1 \in \mathbf{s}_{0_i}$ para cada eixo de junta.

Por outro lado, para a posição alvo define-se:

• **u**, **v** e **w**, **q**, respectivamente, vetores unitários que definem a orientação do atuador e a sua posição;

Por fim, a matriz de fechamento da cadeia é construída pelo produto das n matrizes de transformação homogêneas para cada um dos deslocamentos helicoidais das juntas prémultiplicadas como na Equação 3.3.3.2.

$$[A^{h}] = [A^{1}][A^{2}]...[A^{n}]$$
(3.3.3.2)

Portanto, comparando com o método de Denavit-Hartenberg, percebe-se que, ao contrário deste, são definidos somente dois referenciais (de base e do atuador) e que os valores dos parâmetros do helicoide são os deslocamentos reais da junta, ou seja, o ângulo θ é a rotação da junta de revolução e t é o deslocamento da junta de translação.

3.4 Cinemática Diferencial via Helicoides

Também será utilizado o teorema de Chasles para a cinemática diferencial via Helicoides. Desta forma, relacionando a velocidade de um ponto com um helicoide, tem-se a base para a obtenção do Jacobiano baseado nessa teoria e a relação da velocidade de um ponto qualquer de um manipulador com as variações dos parâmetros dos helicoides associados (27).

3.4.1 Eixo de Helicoide instantâneo

Primeiramente, toma-se um ponto P tal que ele seja estacionário ao longo de um eixo do corpo, ou seja, $\mathbf{v}_p = \mathbf{0}$.

Pode-se então equacionar a velocidade desse ponto em relação ao referencial de base A da seguinte forma:

$$\dot{\mathbf{r}}_{p}^{A} = \dot{\mathbf{r}}_{q}^{A} + [\tilde{\omega}_{B}^{A}]([T_{B}^{A}].\mathbf{r}_{p}^{B})$$
(3.4.1.1)

Dessa forma:

$$-\dot{\mathbf{r}}_{q}^{A} = [\tilde{\omega}_{B}^{A}]([T_{B}^{A}].\mathbf{r}_{p}^{B})$$
(3.4.1.2)

Gera-se, portanto, um sistema de equações lineares relacionando a matriz antissimétrica associada ao vetor velocidade angular, a posição do ponto P e a velocidade de translação. No entanto, a matriz dos coeficientes é $[\tilde{\omega}_B^A]$, que por definição é antissimétrica e singular e, portanto, esse sistema possui sempre infinitas soluções ou nenhuma.

Assim, busca-se os pontos cuja velocidade linear está alinhada com o vetor velocidade angular:

$$\dot{\mathbf{r}}_P^A = \lambda \omega_B^A \tag{3.4.1.3}$$

Onde λ é denominado *pitch* sendo a relação entre a velocidade linear e a angular.

Aplicando essa definição em 3.4.1.1, tem-se:

$$\lambda \omega_B^A = \dot{\mathbf{r}}_q^A + [\tilde{\omega}_B^A]([T_B^A].\mathbf{r}_p^B)$$
(3.4.1.4)

A partir de conceitos de álgebra linear, obtém-se o lugar geométrico dos pontos cuja velocidade linear aponta para a direção do vetor velocidade angular, sendo denominado eixo instantâneo do helicoide, definido por:

$$\mathbf{r}_{p}^{A} = \mathbf{r}_{q}^{A} + \frac{\left[\tilde{\omega}_{B}^{A}\right] \cdot \dot{\mathbf{r}}_{q}^{A}}{\left\|\boldsymbol{\omega}_{b}^{A}\right\|^{2}} + \lambda \cdot \boldsymbol{\omega}_{B}^{A}$$
(3.4.1.5)

Concluindo, pode-se afirmar que um movimento genérico espacial de um corpo rígido consiste de uma rotação diferencial e uma translação diferencial ao longo de um mesmo eixo.

3.4.2 Coordenadas Helicoidais e Sistemas Helicoidais

Com os resultados obtidos, é construído o deslocamento helicoidal, sendo o eixo denominado eixo helicoidal. O pitch (λ), que representa a relação entre translação e rotação, é definido por (27):

Para deslocamentos finitos:

$$\lambda = \frac{d}{\theta} \tag{3.4.2.1}$$

Para deslocamentos infinitesimais:

$$\lambda = \frac{\dot{d}}{\dot{\theta}} \tag{3.4.2.2}$$

Dessa forma, representando o helicoide através de um sistema de coordenadas helicoidais (\hat{s}) , denominado helicoide unitário, tem-se o seguinte vetor:

$$\hat{\$} = \begin{pmatrix} \mathbf{s} \\ \tilde{\mathbf{s}}_0 \mathbf{s} + \lambda \mathbf{s} \end{pmatrix}$$
(3.4.2.3)

Onde s é um vetor unitário que aponta para a direção do eixo do helicoide e s_0 é o vetor que aponta para um ponto qualquer do helicoide.

Para uma junta de revolução $\lambda = 0$, enquanto que para uma de translação $\lambda = \infty$. Dessa forma, para as juntas de rotação:

$$\mathbf{\hat{\$}} = \begin{pmatrix} \mathbf{s} \\ \tilde{\mathbf{s}}_0 \mathbf{s} \end{pmatrix} \tag{3.4.2.4}$$

O eixo e o *pitch* definem o helicoide, porém não definem completamente o deslocamento, faltando definir um parâmetro denominado intensidade ou amplitude do helicoide dado por \dot{q} . Sendo este:

$$\$ = \dot{q}\$$$
 (3.4.2.5)

Onde $\dot{q} = \dot{\theta}$ para juntas de revolução.

Assim ficam definidas as 6 coordenadas generalizadas que definem a cinemática de um corpo rígido. As 3 primeiras coordenadas de \$ representam a velocidade angular, já as últimas 3 representam a velocidade linear de um ponto ligado ao corpo em movimento e instantaneamente coincidente com a origem de um sistema de referência fixo.

O movimento de um corpo rígido pode ser interpretado como a composição de vários movimentos helicoidais que resultam em um sistema helicoidal espacial. O sistema que permite um grau de liberdade para o corpo é composto por um único helicoide, sendo denominado sistema helicoidal de primeira ordem. Para um manipulador serial, pode-se considerar o movimento do atuador como se ele estivesse sendo movimentado instantaneamente ao redor de todos os eixos de junta da cadeia aberta. Esses movimentos podem ser somados de forma a compor o movimento resultante do atuador, ou seja:

$$\$ = \sum_{i}^{n} \dot{q}_{i} \hat{\$}_{i} \tag{3.4.2.6}$$

3.4.3 Jacobiano baseado em Helicoides

Para definir o Jacobiano baseado em helicoides, é necessário partir da definição de um ponto no atuador tal que sua velocidade v_0 seja instantaneamente coincidente com a origem do referencial fixo. Tem-se, portanto:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{pmatrix} \omega_0 \\ \mathbf{s}_0 \end{pmatrix} = \sum_{i}^{n} \dot{q}_i . \hat{\$}_i$$
(3.4.3.1)

Assim, conclui-se que a matriz jacobiana assume a seguinte forma:

$$J = [\hat{\$}_1 ... \hat{\$}_n] \tag{3.4.3.2}$$

Logo, para a montagem do jacobiano deve-se obter as direções e localizações dos eixos em relação ao referencial fixo. Isso pode ser feito de acordo com a geometria do manipulador, porém, caso se tenha a cinemática direta desenvolvida via Convenção de Denavit-Hartenberg, todas essas variáveis a serem calculadas podem ser obtidas através da manipulação algébrica das matrizes de transformação homogênea gerada pela convenção, extraindo-se as colunas 3 e 4 das matrizes de $[A_{i-1}^0]$.

Nota-se que as coordenadas dos helicoides podem ser descritas em relação à qualquer referencial e, com base nisso, percebe-se que escrevê-las em relação a terceira ou quarta junta simplifica bastante o jacobiano. Especificamente, se o manipulador possuir juntas com eixos concorrentes, o recomendado é posicionar o referencial fixo no cruzamento dos eixos. De forma similar, se as juntas possuírem eixos paralelos, os eixos dos helicoides devem ser posicionados alinhados com os mesmos.

Assim, a partir de um algoritmo recursivo com condições iniciais definidas e cálculos para frente e para trás da junta escolhida gera-se a seguinte equação.

$$\begin{pmatrix} \omega_n^j \\ \mathbf{v}_0^j \end{pmatrix} = [J^j] \dot{\mathbf{q}}$$
(3.4.3.3)

Esta expressão fornece a velocidade do atuador expressa no referencial que é coincidente instantaneamente com o referencial da j-ésima junta. Portanto, dado as taxas de variação das juntas, pode-se utilizar a equação acima para obter a velocidade do atuador. Da mesma forma, definida a velocidade do atuador, pode-se calcular as taxas de variação das juntas.

3.5 Cinemática Inversa Diferencial

O cálculo da cinemática inversa é de grande valia para que seja conhecido o movimento necessário de cada junta visando que o robô alcance determinada posição. De forma simplificada, pode-se dizer que o objetivo da cinemática direta é transformar as variáveis de junta em variáveis cartesianas, enquanto a cinemática inversa faz o caminho contrário conforme mostra a Figura 16 (28).



Figura 16 – Diagrama da relação entre as cinemáticas direta e inversa (28).

A maior dificuldade na solução da cinemática inversa através da cinemática direta consiste no fato do equacionamento obtido ser altamente não linear. Dificultando, assim, a obtenção de uma solução fechada para o problema. (15).

Diante disso, desenvolveram-se diversas técnicas para tentar solucionar a cinemática inversa de um manipulador. Destas, cabe citar os conceitos de algoritmos genéticos (29), lógica nebulosa (30), redes neurais (31), busca heurística (32), entre outros. No entanto, atualmente, a grande maioria das estratégias que solucionam de forma sistemática este problema baseia-se na cinemática diferencial (15).

Analisando as equações obtidas através da cinemática diferencial, vê-se que foi gerado um equacionamento linear para mapear a velocidade do atuador em função das derivadas temporais das variáveis de junta. Com isso, tem-se que a cinemática diferencial seria uma forma mais atraente para atacar o problema da cinemática inversa (15).

Dessa forma, todo o equacionamento e base teórica da cinemática inversa deste Projeto de Fim de Curso será feito a partir do apresentado em (15).

O grande objetivo é descobrir $(\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t))$ que atendam ao movimento especificado. Para isso, supõe-se que um movimento foi imposto ao atuador em termos de \mathbf{v}_e sendo conhecida a posição e orientação inicial.

Seja r a dimensão de \mathbf{v}_e e n a de $\dot{\mathbf{q}}$. Se n = r, a Jacobiana será quadrada e, sendo ela não-singular, pode-se afirmar que:

$$\dot{\mathbf{q}} = [J(\mathbf{q})]^{-1} \cdot \mathbf{v}_e \tag{3.5.0.1}$$

Dado que o vetor q no início do movimento do manipulador é conhecido, pode-se integrar esta equação originando:

$$\mathbf{q}(t) = \int_0^t \dot{\mathbf{q}}(\varsigma) d\varsigma + \mathbf{q}(0)$$
(3.5.0.2)

Este problema será resolvido através do uso do Simulink[®] com a utilização do Método de Runge-Kutta de 4ª ordem com passo variável através do Método de Dormand-Prince (*solver* ode45). A única restrição para esse método é a matriz J ter posto cheio e ser quadrada.

3.5.1 Algoritmo de Cinemática Inversa

Tendo como base a implementação do Método de Dormand-Prince para a integração das variáveis de junta, sabe-se que as velocidades $\dot{\mathbf{q}}$ calculadas não são coincidentes com as que satisfazem a solução contínua no tempo e, portanto, as variáveis de junta q_i obtidas pela integração também apresentarão um erro associado aos meios matemáticos utilizados para a sua obtenção. Para resolver esse problema define-se uma variável associada ao erro entre a pose calculada e a desejada.

$$\mathbf{e} = \mathbf{x}_d - \mathbf{x}_e \tag{3.5.1.1}$$

Derivando:

$$\dot{\mathbf{e}} = \dot{\mathbf{x}}_d - \dot{\mathbf{x}}_e \tag{3.5.1.2}$$

Onde o subscrito "e"representa a pose calculada e o "d", a desejada.

Esta equação pode ser reescrita em função da jacobiana analítica. Dessa forma:

$$\dot{\mathbf{e}} = \dot{\mathbf{x}}_d - J_A(\mathbf{q}).\dot{\mathbf{q}} \tag{3.5.1.3}$$

Com esta equação, construiu-se um problema que relaciona a derivada das variáveis de junta com o erro. Portanto, basta definir agora uma relação entre $\dot{\mathbf{q}} \in \mathbf{e}$, de maneira que o erro tenda a 0.

Supondo que J_A seja quadrada e não singular, escolhe-se $\dot{\mathbf{q}} = J_A^{-1}(\mathbf{q}).(\dot{\mathbf{x}}_d - K.\mathbf{e}).$ Substituindo $\dot{\mathbf{q}}$ em 3.5.1.3, tem-se:

$$\dot{\mathbf{e}} + K.\mathbf{e} = 0 \tag{3.5.1.4}$$

Expressando esse algoritmo de cinemática inversa baseado na matriz inversa da jacobiana analítica de forma visual, tem-se:



Figura 17 – Algoritmo de cinemática inversa baseado na inversa da jacobiana analítica.

Esta equação diferencial é assintoticamente estável se K for uma matriz positiva definida, ou seja, o erro tender a zero ao longo da trajetória com uma convergência que está associada aos autovalores de K (15). A análise dessa influência e a demonstração desse fato, fogem ao escopo deste PFC.

O conceito utilizado no algoritmo que está exposto na Figura 17, se vale de algumas técnicas de controle como a realimentação e o *feedfoward* para garantir que o erro tenda a zero o mais rápido o possível.

Por fim, caso J_A não seja quadrada, pode-se utilizar uma técnica chamada de pseudoinversa. A pseudo inversa de uma matriz M será representada por M^* . Assim, tem-se:

$$J^* = J^T (JJ^T)^{-1} \tag{3.5.1.5}$$

A partir disso, gera-se a equação generalizada para manipuladores redundantes:

$$\dot{\mathbf{q}} = J_A(\dot{\mathbf{x}}_d + K.\mathbf{e}) + (I_n - J_A^* J_A).\dot{\mathbf{q}}_0$$
 (3.5.1.6)

Uma observação pertinente é que há também o algoritmo para o cálculo da cinemática inversa baseado na transposta da matriz jacobiana analítica. No entanto, este não foi escolhido já que apenas possui convergência garantida para o caso em que a velocidade do atuador é nula (15), ou seja, o braço está parado, caso que não faz sentido para o analisado neste projeto.

3.6 Otimização por Enxame de Partículas

O modelo de inteligência por enxames (também chamado de inteligência de colônias ou coletiva) traduz técnicas que se baseiam no comportamento coletivo de sistemas autônomos, auto-organizados, dinâmicos, distribuídos e flexíveis. Nestes sistemas, a população pode perceber e modificar o ambiente de forma local. Este fato é muito importante pois torna possível a comunicação entre os agentes, que são capazes de captar as mudanças realizadas pelos congêneres. As principais propriedades de um sistema de inteligência por enxame são (33):

- Proximidade: capacidade de interação;
- Qualidade: capacidade de avaliar seus comportamentos;
- Diversidade: capacidade do sistema de reagir a situações inesperadas;
- Estabilidade: não são todas as variações ambientais que afetam o comportamento de um agente;
- Adaptabilidade: capacidade de adequação a variações ambientais.

Cabe citar que existem diversas técnicas de inteligência por enxames sendo as mais conhecidas: otimização por colônia de formigas, algoritmo *shuffled frog-leaping*, algoritmos de coleta de alimentos por bactérias, algoritmos de colônia de abelhas e otimização por enxame de partículas que por sua vez será a utilizada neste projeto.

3.6.1 Princípios da Otimização por Enxame de Partículas

James Kennedy e Russell Elberhart, em 1995, para tratar problemas no domínio contínuo introduziram o algoritmo de Otimização por Enxame de Partículas. Baseando-se no comportamento social observado em pássaros, peixes e até mesmo no ser humano, desenvolveu-se o PSO que tem leva em consideração o princípio de que cada indivíduo possui sua própria experiência e pode avaliar a qualidade da mesma.

Esta estimativa e a informação sobre o comportamento dos vizinhos correspondem à aprendizagem individual (cognitiva) e à transmissão cultural (social), respectivamente. Dessa forma, pode-se afirmar que a decisão de certo indivíduo será pautada na no próprio desempenho passado e nos seus vizinhos. Para sintetizar o processo de adaptação cultural, tem-se três princípios (21):

- Avaliar os indivíduos avaliam o ambiente e podem estimar seu próprio comportamento;
- Comparar os indivíduos têm como referência comparativa os seus congêneres;
- Imitar a imitação é central em organizações sociais humanas, sendo fundamental para a aquisição e manutenção das habilidades mentais.

3.6.2 Algoritmo do PSO

Toda modelagem do algoritmo será feita baseada no apresentado em (21). Para modelar o algoritmo do PSO, os indivíduos serão representados por pontos, que serão referidos por partículas, que estão em um espaço de busca R_d , sendo d a dimensão do espaço. Inspirando-se em sistemas cognitivos, a primeira métrica (g_B) empregada no PSO conecta os membros da população e, portanto, afirma que todas as partículas influenciam umas nas outras. Além disso, a segunda métrica (p_B) diz a respeito da vizinhança de cada indivíduo e seus vizinhos próximos. Ambas as métricas são medidas por uma função objetivo, que será a forma de avaliar a precisão do problema. No caso deste PFC, optou-se por utilizar como função objetivo a norma do vetor erro de posição, que é formado pela diferença entre a posição e os ângulos desejados e calculados pelo algoritmo recursivo. Para exemplificar o problema, considera-se que uma partícula p_i irá se movimentar para uma determinada direção que é função da posição atual dela $x_i(t)$, da velocidade $v_i(t+1)$, da posição de melhor desempenho até o momento (p_B) e também do melhor desempenho global do sistema até o momento (g_B). A partir disso, a velocidade da partícula é dada por:

$$v_i(t+1) = \alpha \cdot v_i(t) + \varphi_1 X(p_B - x_i(t)) + \varphi_2 X(g_B - x_i(t))$$
(3.6.2.1)

Onde α , $\varphi_1 e \varphi_2$ são constantes reais, com φ_1 e $\varphi_2 \in [0,4]$, com $\varphi_1 + \varphi_2 < 4$.

Por fim, para que o sistema não extrapole o espaço de busca, limita-se a velocidade de uma partícula em cada dimensão do espaço de busca. Para tanto, tem-se os seguintes casos:

$$v_i > v_{max} \to v_i = v_{max} \tag{3.6.2.2}$$

$$v_i < -v_{max} \to v_i = -v_{max} \tag{3.6.2.3}$$

Para que o algoritmo PSO se encerre, deve-se alcançar o número máximo de iterações estipulado ou alcançar a tolerância desejada.

Pode-se resumir o código do PSO nas seguintes etapas:

- 1. Escolhe-se o número de partículas da população P;
- 2. Escolhe-se o número máximo de iterações;
- 3. Inicia-se aleatoriamente a posição inicial x de cada partícula p de P;
- 4. Atribui-se uma velocidade inicial v igual para todas as partículas;
- 5. Para cada partícula p em P faz-se: (a) Cálculo da aptidão f(p). (b) Cálculo da melhor posição da partícula até o dado momento (p_B) .

- 6. Acha-se a partícula com melhor aptidão de toda a população até aquele instante (g_B) ;
- 7. Atualiza-se a velocidade de cada partícula;
- 8. Atualiza-se a posição de cada partícula;
- Se o número máximo de iterações ou a tolerância não forem atingidos, retorna-se ao passo
 5.

4 DESENVOLVIMENTO

4.1 Modelagem em CAD

A modelagem em CAD do robô a ser utilizado e da plataforma de locomoção são de extrema valia para a obtenção de uma representação visual da cinemática inversa do robô. Isso se evidencia na possibilidade de utilizar o *SolidWorks Motion*[®] para gerar uma animação do movimento do robô, desde a sua posição inicial até o momento do contato com o artefato explosivo.

Para tanto, primeiramente, mediu-se no IDR Lab as dimensões do braço antropomórfico (Figura 18) e do veículo remotamente pilotado (Figura 19).



Figura 18 – Braço antropomórfico do IDR Lab.



Figura 19 - Veículo remotamente pilotado do IDR Lab.

Seguindo as dimensões encontradas, modelou-se no software SolidWorks[®], de forma simplificada, o manipulador (Figura 20) e o veículo (Figura 21).



Figura 20 – Modelo do braço antropomórfico do IDR Lab.



Figura 21 - Modelo do veículo remotamente pilotado do IDR Lab.

4.2 Estudo de Mercado

Para embasar futuros estudos que visem a confecção de um robô para manipulação e neutralização de artefatos explosivos, faz-se importante a comparação dos sistemas utilizados

pelos principais Exércitos do mundo. Com esse objetivo, realizou-se um estudo de mercado em que levou-se em consideração não só o número e os tipos de juntas, bem como a forma de locomoção do robô (sobre lagarta ou rodas). Dessa forma, foram escolhidos os modelos utilizados pelos Exércitos Alemão, Brasileiro, Chinês, Americano, Francês e Israelense.



Figura 22 – Robô Chinês.



Figura 23 – FLIR Kobra.



Figura 24 – PackBot.



Figura 25 – Andros Wolverine.



Figura 26 – Robô Sul-coreano.



Figura 27 – DRDO Daksh.

País	Nome	N° de juntas	Tipos de juntas	Locomoção
Alemanha	tEODor	5	$\mathbb{R} \perp \mathbb{R} \parallel \mathbb{R} \parallel \mathbb{R} \perp \mathbb{R}$	Lagarta
Brasil	Telemax e tEODor*	5	$\mathbb{R} \perp \mathbb{R} \parallel \mathbb{R} \parallel \mathbb{R} \perp \mathbb{R}$	Lagarta
China	Não informado	4	$\mathbb{R}\perp\mathbb{R}\parallel\mathbb{R}\parallel\mathbb{R}$	Lagarta
Coreia do Sul	Não informado	4	$\mathbb{R}\perp\mathbb{R}\parallel\mathbb{R}\parallel\mathbb{R}$	Lagarta
EUA	FLIR Kobra	5	$\textbf{R} \perp \textbf{R} \parallel \textbf{R} \parallel \textbf{R} \perp \textbf{R}$	Lagarta
França	PackBot	4	$\mathbb{R}\perp\mathbb{R}\parallel\mathbb{R}\parallel\mathbb{R}$	Lagarta
Índia	DRDO Daksh	4	$\mathbb{R}\perp\mathbb{R}\parallel\mathbb{R}\parallel\mathbb{R}$	Rodas
Israel	Andros Wolverine	5	$\mathbb{R} \perp \mathbb{R} \parallel \mathbb{R} \parallel \mathbb{R} \perp \mathbb{R}$	Lagarta

Tabela 1 – Tabela do estudo de mercado para robôs EOD.

*: Tanto o *Telemax* quanto o *tEODor* tem a mesma configuração no tocante aos tipos de juntas e à forma de locomoção.

Onde a letra "R"se refere à junta de rotação e \perp ou || significa que o eixo da junta anterior é, respectivamente, perpendicular ou paralelo com o da próxima.

Percebe-se que a movimentação sobre lagartas está amplamente difundida no mercado de robôs EOD, devido à maior facilidade de adentrar terrenos que apresentam condições atípicas.

Além disso, todos os robôs apresentados possuem uma junta de rotação na base. A princípio, esta junta é desnecessária, visto que a rotação já poderia ser realizada pelo veículo. No entanto, quando se realiza um estudo mais aprofundado, vê-se que caso a rotação fosse realizada pelo carro, seria necessário um maior espaço para o giro. Assim, opta-se por iniciar o manipulador com uma junta de rotação de eixo perpendicular ao plano do solo.

Por fim, os robôs também se diferenciam quanto à última junta, responsável pela rotação da garra. Os manipuladores com 4 juntas optam por não possuir esta junta de rotação para a garra. Isto apresenta como ponto positivo a simplificação do projeto do sistema. Por outro lado,

a diminuição da liberdade da garra gera uma limitação para a situação real de aplicação na manipulação de um artefato explosivo.

Uma observação pertinente é que não foi encontrado um robô EOD da Coréia do Norte. Além disso, também não se achou um robô das Forças Armadas Russas que fosse equivalente aos mostrados acima. No entanto, sabe-se que para a desativação de minas terrestres, os russos utilizam um robô chamado *Uran-6*, extremamente mais robusto e apenas com uma pá na frente, ao invés de um braço antropomórfico (Figura 28).



Figura 28 - Robô Uran-6.

4.3 Cinemática via Denavit-Hartenberg

Apesar da Figura 18 mostrar um robô com 4 juntas de rotação, optou-se por modelar um robô com 6 juntas de rotação, com as 3 últimas formando um punho esférico.

Esta escolha ocorreu pois o manipulador possui 6 graus de liberdade, mas apenas 4 juntas. Isso gera uma matriz jacobiana retangular, o que implica em modificar o algoritmo de cinemática inversa, tornando-o mais impreciso (15).

Dessa forma, será modelado um manipulador antropomórfico sobre um veículo e com duas juntas adicionais, que terão o movimento restringido. Ou seja, o modelo será um braço antropomórfico com punho esférico e acoplado em um veículo, com as juntas 6 e 8 obrigadas a não se movimentarem. Além disso, o veículo foi modelado como duas juntas de translação.



Figura 29 – Diagrama de referenciais para o braço antropomórfico com punho esférico acoplado a um veículo, por Denavit-Hartenberg (15).

4.3.1 Cinemática Direta

Assim, pela convenção de Denavit-Hartenberg, utilizando o procedimento da subseção 2.1.1.1, chega-se aos seguintes parâmetros:

Elo	a_i	α_i	d_i	$ heta_i$
1	0	$\pi/2$	0	$\pi/2$
2	0	$\pi/2$	d_1	0
3	0	π	d_2	θ_3
4	a_2	0	0	$ heta_4$
5	0	$\pi/2$	0	θ_5
6	0	$-\pi/2$	d_4	$ heta_6$
7	0	$\pi/2$	0	θ_7
8	0	0	d_6	$ heta_8$

Tabela 2 – Parâmetros de Denavit-Hartenberg.

Sendo o vetor de variáveis de junta q:

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \\ \theta_5 \\ \theta_6 \\ \theta_7 \\ \theta_8 \end{bmatrix}$$
(4.3.1.1)

A partir disso, com a Equação 3.1.1.3, chega-se às seguintes matrizes de transformação.

$$[A_{1}^{0}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(4.3.1.2)
$$[A_{2}^{1}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & d_{1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(4.3.1.3)
$$[A_{3}^{2}] = \begin{bmatrix} \cos(\theta_{3}) & \sin(\theta_{3}) & 0 & 0 \\ \sin(\theta_{3}) & -\cos(\theta_{3}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & d_{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(4.3.1.4)
$$[A_{4}^{3}] = \begin{bmatrix} \cos(\theta_{4}) & -\sin(\theta_{4}) & 0 & a_{2}.\cos(\theta_{2}) \\ \sin(\theta_{4}) & \cos(\theta_{4}) & 0 & a_{2}.\sin(\theta_{2}) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(4.3.1.5)
$$[A_{5}^{3}] = \begin{bmatrix} \cos(\theta_{5}) & 0 & \sin(\theta_{5}) & 0 \\ \sin(\theta_{5}) & 0 & -\cos(\theta_{5}) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(4.3.1.6)
$$[A_{6}^{5}] = \begin{bmatrix} \cos(\theta_{6}) & 0 & -\sin(\theta_{6}) & 0 \\ \sin(\theta_{6}) & 0 & \cos(\theta_{6}) & 0 \\ 0 & -1 & 0 & d_{4} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(4.3.1.7)

$$[A_{7}^{6}] = \begin{bmatrix} \cos(\theta_{7}) & 0 & \sin(\theta_{7}) & 0 \\ \sin(\theta_{7}) & 0 & -\cos(\theta_{7}) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(4.3.1.8)
$$[A_{8}^{7}] = \begin{bmatrix} \cos(\theta_{8}) & -\sin(\theta_{8}) & 0 & 0 \\ \sin(\theta_{8}) & \cos(\theta_{8}) & 0 & 0 \\ \sin(\theta_{8}) & \cos(\theta_{8}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_{6} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(4.3.1.9)

Dessa forma, com o auxílio da Equação 3.1.1.3 e do MATLAB[®](código constante no Anexo A), chega-se na transformação do referencial da ferramenta (8) para a base. A matriz de transformação encontra-se no código em anexo e não foi escrita por limitação de espaço.

4.4 Cinemática via Helicoides

Com o auxílio da Figura 29 e adotando a posição de *home* como a posição em que todas as juntas estão com rotação nula, chega-se ao seguinte diagrama:



Figura 30 – Diagrama de referenciais para o braço antropomórfico com punho esférico acoplado a um veículo, por Helicoides.

4.4.1 Cinemática Direta

A partir do diagrama, tem-se a seguinte tabela:

Junta	\mathbf{s}_i	$\mathbf{s}_{0,i}$
1	$[1, 0, 0]^T$	$[0, 0, 0]^T$
2	$[0, 1, 0]^T$	$[d_1, 0, 0]^T$
3	$[0, 0, 1]^T$	$[d_1, d_2, 0]^T$
4	$[0, -1, 0]^T$	$[d_1, d_2, a_1]^T$
5	$[0, -1, 0]^T$	$[d_1 + a_2, d_2, a_1]^T$
6	$[1, 0, 0]^T$	$[d_1, d_2, a_1]^T$
7	$[0, -1, 0]^T$	$[d_1 + a_2 + d_4, d_2, a_1]^T$
8	$[1,0,0]^{\tilde{T}}$	$[d_1, d_2, a_1]^T$

Além disso, para a ferramenta:

$$\mathbf{u}_0 = \begin{bmatrix} 0\\0\\1 \end{bmatrix} \tag{4.4.1.1}$$

$$\mathbf{v}_0 = \begin{bmatrix} 0\\ -1\\ 0 \end{bmatrix} \tag{4.4.1.2}$$

$$\mathbf{w}_0 = \begin{bmatrix} 1\\0\\0 \end{bmatrix} \tag{4.4.1.3}$$

$$\mathbf{p}_{0} = \begin{bmatrix} d_{1} + a_{2} + d_{4} + d_{6} \\ d_{2} \\ a_{1} \end{bmatrix}$$
(4.4.1.4)

Com isso, calculou-se as seguintes matrizes de transformação homogênea:

$$[A^{1}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & d_{1} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(4.4.1.5)
$$[A^{2}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & d_{2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(4.4.1.6)

$$[A^{3}] = \begin{bmatrix} \cos(\theta_{3}) & -\sin(\theta_{3}) & 0 & d_{1}.(1 - \cos(\theta_{3})) + d_{2}.\sin(\theta_{3}) \\ \sin(\theta_{3}) & \cos(\theta_{3}) & 0 & d_{2}.(1 - \cos(\theta_{3})) - d_{1}.\sin(\theta_{3}) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(4.4.1.7)

$$[A^{4}] = \begin{bmatrix} \cos(\theta_{4}) & 0 & -sen(\theta_{4}) & d_{1}.(1 - \cos(\theta_{4})) + a_{1}.sin(\theta_{4}) \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ sen(\theta_{4}) & 0 & \cos(\theta_{4}) & a_{1}.(1 - \cos(\theta_{4})) + d_{1}.sin(\theta_{4}) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(4.4.1.8)

$$[A^{5}] = \begin{bmatrix} \cos(\theta_{5}) & 0 & -sen(\theta_{5}) & (a_{2}+d_{1}).(1-\cos(\theta_{5})) + a_{1}.sin(\theta_{5}) \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ sen(\theta_{5}) & 0 & \cos(\theta_{5}) & -(a_{2}+d_{1}).(sin(\theta_{5})) - a_{1}.(1-\cos(\theta_{5})) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(4.4.1.9)

$$[A^{6}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta_{6}) & -\sin(\theta_{6}) & d_{2}.(1 - \cos(\theta_{6})) + a_{1}.\sin(\theta_{6}) \\ 0 & \sin(\theta_{6}) & \cos(\theta_{6}) & a_{1}.(1 - \cos(\theta_{6})) - d_{2}.\sin(\theta_{6}) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(4.4.1.10)

$$[A^{7}] = \begin{bmatrix} \cos(\theta_{7}) & 0 & -sen(\theta_{7}) & (a_{2}+d_{1}+d_{4}).(1-\cos(\theta_{7}))+a_{1}.sin(\theta_{7}) \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ sen(\theta_{7}) & 0 & \cos(\theta_{7}) & a_{1}.(1-\cos(\theta_{7}))-sen(\theta_{7})(a_{2}+d_{1}+d_{4}) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(4.4.1.11)

$$[A^{8}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta_{8}) & -\sin(\theta_{8}) & d_{2}.(1 - \cos(\theta_{8})) + a_{1}.\sin(\theta_{8}) \\ 0 & \sin(\theta_{8}) & \cos(\theta_{8}) & a_{1}.(1 - \cos(\theta_{8})) - d_{2}.\sin(\theta_{8}) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(4.4.1.12)

A partir da Equação 3.3.3.2 e com o auxílio do MATLAB[®] (código constante no Anexo A), tem-se a matriz de transformação homogênea resultante $[A^h]$, que não foi escrita neste texto por limitação da formatação.

4.5 Cinemática Diferencial para as Jacobianas

Para o cálculo da cinemática diferencial, utilizou-se a jacobiana analítica numérica. Para tal, os valores atribuídos para a_2 , d_4 e d_6 são os valores do robô real do IDR Lab, a saber: $a_2 = 0.1$ m, $d_4 = 0.1$ m e $d_6 = 0.06$ m.

4.5.1 Jacobianas via Denavit-Hartenberg

Tanto o jacobiano geométrico quanto o analítico serão obtidos a partir dos parâmetros de Denavit-Hartenberg da Tabela 2.

Assim, com a formulação da seção 3.2 e com o auxílio do MATLAB[®](código constante no Anexo A), chega-se às matrizes jacobiana geométrica e analítica por Denavit-Hartenberg, que constam nos códigos anexos.

4.5.2 Jacobianas via Helicoides

Da mesma forma, serão obtidos também pelos parâmetros de Denavit-Hartenberg, tanto o jacobiano geométrico quanto o analítico da teoria de Helicoides.

A partir da formulação da seção 3.3 e com o MATLAB[®], chega-se na matriz jacobiana geométrica por Helicoides.

A jacobiana analítica consta no código de Simulink[®] anexo.

4.6 Cinemática Inversa via Cinemática Diferencial

Finalmente, com as matrizes calculadas pela cinemática direta tanto por Denavit-Hartenberg quanto por Helicoides, pôde-se gerar o código no *Simulink*[®]. Este código foi gerado apenas para o braço antropomórfico, visto que para o exercício de desarme de artefato explosivo, apenas o braço se movimentará depois que o veículo atingir a posição necessária para o desarme. Havendo, portanto, apenas 6 variáveis de junta, a saber, as seis do braço na mesma ordem das Figuras 29 e 30. Dessa forma, a junta i das figuras equivale a i-2 do código.

Cabe salientar que depois do código criado, deve-se calibrar os ganhos K para que o sistema seja estável e próximo do previsto pela teoria. É importante reforçar que cada grau de liberdade possuirá um K específico e este influencia nos outros graus. Dessa forma, o problema do ajuste destes parâmetros é de difícil resolução, sendo alvo de estudos intensos por parte deste projeto.

Para resolver essa questão, optou-se por utilizar a otimização por enxame de partículas. Para tal, utilizou-se como função objetivo a raiz quadrada da soma dos erros de posição ao quadrado. Sendo os erros calculados pela diferença entre a posição desejada e a calculada pelo algoritmo recursivo do *Simulink*[®]. Além disso, também cabe mostrar que foi utilizado um enxame de 100 partículas, para uma função com 6 variáveis e 150 iterações. Sendo assim, o código do *Simulink*[®] foi executado 15 mil vezes para cada otimização do vetor K para cada trajetória. Sendo assim, não foi possível simular um tempo grande de movimento, pois demanda uma capacidade de processamento que não foi possível alcançar, mesmo com a utilização dos computadores do Laboratório de Análises Numéricas do IME.

A partir disso e utilizando o algoritmo de PSO descrito neste projeto, chegou-se aos vetores otimizados para as constantes K_i dos erros tanto para Helicoides quanto para Denavit-Hartenberg. É importante salientar que cada trajetória e cada abordagem possuem um vetor K diferentes, sendo necessário recalculá-lo, o que faz com que se necessite de um grande poder computacional.

4.6.1 Trajetória 1

A trajetória 1 simulada para a garra do manipulador antropomórfico é um movimento em forma de circunferência no plano x_3y_3 conforme a Figura 31. Dessa forma, há apenas a rotação em θ_4 , mantendo todas as demais variáveis de junta constantes e iguais a zero.



Figura 31 – Representação da trajetória 1.

O código gera os valores das variáveis de junta necessários para atingir a posição alvo, ou seja, dos elementos do vetor **q** em função do tempo. Para isto, considerou-se o vetor de posição

desejado como:

$$\mathbf{x}_{d} = \begin{bmatrix} 0.26\cos(\omega t) \\ 0.26\sin(\omega t) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
(4.6.1.1)

Além disso, tem-se $\omega = \frac{\pi}{20}$ rad/s e que o tempo simulado é de 2 segundos. O tempo de simulação é pequeno devido ao poder computacional disponível para a realização do projeto, mas com essa velocidade angular, o movimento é o equivalente a um giro de 18°, o que é uma variação angular razoável. Além disso, o objetivo das simulações é validar o método apresentado neste projeto, sendo assim, apenas é necessário que haja a convergência do erro nas coordenadas x, y e z.

4.6.1.1 Cinemática Inversa via Denavit-Hartenberg

Para este caso, utilizou-se o seguinte vetor de erros K, obtido pelo PSO:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 0.2344\\ 3.7504\\ 5.9060\\ 1.9903\\ -2.2555\\ -2.0094 \end{bmatrix}$$
(4.6.1.2)

A partir do exposto, obteve-se os seguintes gráficos para os erros nos três eixos partir da cinemática inversa:



Figura 32 - Gráfico do erro em x, por Denavit-Hartenberg, para a trajetória 1.



Figura 33 – Gráfico de y, por Denavit-Hartenberg, para a trajetória 1.



Figura 34 – Gráfico do erro em z, por Denavit-Hartenberg, para a trajetória 1.

No gráfico da Figura 32, percebe-se que a curva do erro em x busca se aproximar de zero, mostrando a convergência do erro.

De forma ainda melhor, na Figura 33, há uma convergência extremamente rápida para o zero, mostrando que nesta coordenada, a otimização, foi muito eficiente.

Por fim, para a coordenada z, percebe-se que para 0,75 segundos, o gráfico já converge para o zero. Havendo, portanto, a validação do método nesta coordenada, já que a diferença entre a posição calculada para o robô e a desejada converge para zero. O grande erro inicial é explicado pelo fato da configuração inicial do robô ser distante da desejada, mas isto é corrigido à medida que o tempo de simulação transcorre.

Assim, para a trajetória 1 e por Denavit-Hartenberg, tem-se que o método proposto foi bem eficiente. Para aumentar a precisão e diminuir a velocidade da convergência, sugere-se o aumento do número de iterações e de partículas. Por outro lado, para melhorar o movimento do robô, também faz-se necessário o aumento do tempo de simulação.

4.6.2 Cinemática Inversa via Helicoides

Para o cálculo da cinemática inversa via Helicoides para esta trajetória, tem-se o seguinte vetor K obtido pela aplicação da otimização:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 0.5373\\ 0.5228\\ 0.5019\\ 0.0046\\ 0.3508\\ 0.4488 \end{bmatrix}$$
(4.6.2.1)

Da mesma forma, também traçou-se os gráficos para as variáveis de junta, mas dessa vez por meio da teoria de Helicoides.



Figura 35 – Gráfico do erro em x, por Helicoides, para a trajetória 1.



Figura 36 - Gráfico do erro em y, por Helicoides, para a trajetória 1.



Figura 37 – Gráfico do erro em z, por Helicoides, para a trajetória 1.

Desta vez, tem-se que para nenhum dos três gráficos houve a convergência para esta

trajetória. Além disso, os erros foram bem acentuados para o manipulador, chegando ao valor máximo de 0,3 metros para x e z e 0,2 para y, valores inaceitáveis para o caso proposto.

Dessa forma, percebe-se que para 150 iterações o método de Helicoides ainda não tem a sua convergência. Para contornar tal situação, deve-se buscar aumentar o número de iterações e de partículas até que se encontre um vetor K tal que assegure a convergência. No entanto, tal solução é extremamente dependente de um computador de bom poder de processamento.

Ao comparar os dois métodos para esta trajetória, observa-se que a combinação do K obtido pelo PSO com o método de Denavit-Hartenberg foi muito mais eficiente, visto que é o único que converge para o número de iterações e de partículas proposto.

4.6.3 Trajetória 2

Além disso, foi simulada uma segunda trajetória que será um movimento em forma de circunferência no plano x_3z_3 conforme a Figura 38. Dessa forma, há apenas a rotação em θ_3 , mantendo todas as demais variáveis de junta constantes e iguais a zero.



Figura 38 – Representação da trajetória 2.

O código gera os elementos do vetor \mathbf{q} em função do tempo. Considerando o vetor de posição desejado como:

$$\mathbf{x}_{d} = \begin{bmatrix} 0.26cos(\omega t) \\ 0 \\ 0.26sen(\omega t) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
(4.6.3.1)

E tendo também $\omega = \frac{\pi}{20}$ rad/s e, dessa vez, o tempo de simulação de 2 segundos, obtém-se os resultados a seguir.

4.6.3.1 Cinemática Inversa via Denavit-Hartenberg

Utilizou-se o seguinte vetor de erros K, obtido pelo PSO para esta trajetória por Denavit-Hartenberg:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 32.5875\\ 0.2183\\ 9.3466\\ -24.9149\\ 7.8581\\ 15.2103 \end{bmatrix}$$
(4.6.3.2)

Com essa matriz, obteve-se os seguintes gráficos para os erros nos três eixos quando comparada a posição calculada pelo método e a desejada:



Figura 39 – Gráfico do erro em x, por Denavit-Hartenberg, para a trajetória 2.



Figura 40 – Gráfico de y, por Denavit-Hartenberg, para a trajetória 2.



Figura 41 – Gráfico do erro em z, por Denavit-Hartenberg, para a trajetória 2.

Para a trajetória 2, a união da resolução da cinemática inversa por Denavit-Hartenberg com o algoritmo de otimização se mostrou ainda mais eficiente.

Desta vez, o erro em x convergiu para zero em aproximadamente 0,1 segundos, mesmo com um alto erro inicial (função da posição de início do robô), o que é bastante satisfatório. Além disso, o erro em y é constante e nulo durante todo o tempo de simulação. Por fim, o erro em z convergiu para zero com o tempo próximo de 0,4 segundos, o que é considerado um tempo pequeno. No final da simulação, houve um leve sobressalto no erro em z.

Dessa forma, a metodologia proposta de resolução com Denavit-Hartenberg se mostrou bastante útil para ambas as trajetórias, alcançando resultados satisfatórios. Cabe ressaltar que é possível que os parâmetros sejam melhorados bastando aumentar o número de iterações e de partículas do enxame.

4.6.4 Cinemática Inversa via Helicoides

Por fim, para a resolução da cinemática inversa da segunda trajetória via Helicoides, tem-se:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 0.9505\\ 0.9089\\ 0.8441\\ -0.0982\\ -0.0818\\ 0.000124 \end{bmatrix}$$
(4.6.4.1)

Da mesma forma. também foram traçados os gráficos dos erros para cada uma das coordenadas.



Figura 42 – Gráfico do erro em x, por Helicoides, para trajetória 2.



Figura 43 – Gráfico do erro em y, por Helicoides, para trajetória 2.


Figura 44 – Gráfico do erro em z, por Helicoides, para trajetória 2.

O erro em y está extremamente bom, permanecendo nulo durante toda a simulação. Por outro lado, tanto o erro em x quanto em z tendem a se afastar do zero. Sendo assim, esta abordagem, com o vetor K considerado, também não se mostra uma solução eficaz.

Dessa forma, para ambas as trajetórias a combinação da cinemática inversa via Helicoides com a otimização por enxame de partículas para o vetor de erro K não se mostrou conveniente.

Portanto, a partir dos erros calculados, vê-se que para a metodologia proposta neste trabalho, o cálculo da cinemática inversa via Denavit-Hartenberg com o algoritmo de otimização é a solução mais favorável. Isto ocorre pois neste caso, a convergência ocorreu com um baixo tempo de atenuação para o tempo, número de iterações e de partículas propostos para ambos os casos.

4.7 Prova de Conceito

Foi construída uma prova de conceito do robô antropomórfico embarcado em um veículo. O objetivo disso é validar a proposta da criação de um robô que possa futuramente ser útil ao desarme de artefatos explosivos apenas com um manipulador robótico sobre um veículo. Além disso, o manipulador também pode futuramente ser utilizado junto de um sistema computacional compatível onde o código deste PFC esteja embarcado, sendo possível visualizar o funcionamento deste em uma situação real. Por fim, o robô construído é uma capacidade a mais para o IDR Lab, tanto como mais um robô funcional para demonstração, quanto para a utilização como exemplo das aulas de Mecatrônica do 5º ano do IME.

Cabe enfatizar que o robô foi construído a partir de materiais de baixo custo e de fácil acesso. Com efeito, todos os motores do braço antropomórfico são servos motores, com modulação PWM (*Pulse-Width Modulation*), ou seja, que têm a sua modulação feita por largura de pulso, sendo, portanto, de fácil controle. Além disso, esse tipo de motor é amplamente difundido no mercado, não se tratando, dessa forma, de uma tecnologia sensível e podendo ser replicado para a construção de mais robôs.



Figura 45 – Vista lateral do robô.



Figura 46 – Vista superior do robô.

Para esta tarefa, utilizou-se os seguintes materiais:

- 1 Aluminum 4WD1 Rover A3WD1-KT v2[®];
- 1 *AL5D Robotic Arm*[®];
- 1 suporte para o braço robótico;
- 2 DX5e Remote Control[®];
- 1 placa de módulo de motor;
- 1 protoboard;
- 2 botões de liga-desliga;
- 1 bateria 6V;
- 1 bateria 12V;
- 14 jumpers macho-fêmea; e,
- 16 jumpers macho-macho.



Figura 47 – AL5D Robotic Arm[®](34).

De forma sucinta, o *Aluminum 4WD1 Rover A3WD1-KT v2* e o *AL5D Robotic Arm* são dois conjuntos para prototipação da empresa *LynxMotion*. Ambos já faziam parte do IDR Lab, mas ainda necessitavam de um estudo sobre como operá-los.



Figura 48 – Aluminum 4WD1 Rover A3WD1-KT v2[®](35).

Para unir os dois conjuntos, fez-se um suporte no *SolidWorks* e realizou-se uma impressão 3D no próprio laboratório para acoplar o braço antropomórfico ao veículo.



Figura 49 – Suporte para o braço antropomórfico.

Para que o robô ganhasse movimento, fez-se um intenso estudo prático de eletrônica e levantou-se os materiais necessários para tal tarefa. A partir disso, pôde-se realizar a ligação dos fios, soldagem dos componentes, criação de um botão liga-desliga para as duas baterias e também a comunicação do robô com os controles remotos.

Acerca dos controles, foi necessário que o controle fosse feito de forma separada. Sendo assim, há um controle para o braço antropomórfico capaz de controlar todas as juntas e outro para o veículo que faz com que ele possa se mover em qualquer direção. Além disso, a comunicação é feita através do receptor do próprio controle remoto, não sendo necessária a prototipação de uma placa dedicada para tal atividade. Por fim, também há 2 modos de utilização de cada controle, a

saber, um modo de precisão e outro de amplitude. No primeiro, os movimentos do robô são mais lentos, porém mais precisos que no segundo.



Figura 50 – *DX5e Remote Control*[®](36).

De forma geral, o robô é de fácil utilização e manutenção. Ademais, este robô também pode ser utilizado para práticas da disciplina de Mecatrônica do 5° ano do IME, visto que todos os componentes podem ser facilmente adquiridos e, dado que já se detém o conhecimento da montagem do robô, ele pode ser ensinado para a replicação. O robô foi testado e está completamente funcional, podendo manipular pequenos objetos e transportá-los para outro ponto do espaço de forma eficaz e segura.

Além disso, para que este robô possa efetivamente desarmar engenhos falhados, deve-se investir na rigidez, adicionar um sistema de desarme de artefato explosivo, câmeras, sensores, entre outros aparatos e subsistemas. Também é aconselhável que a movimentação seja sobre lagartas para que ele possa adentrar em mais tipos de terrenos.

5 CONCLUSÃO

A partir do exposto, há entendimento dos principais conceitos no que se refere a um manipulador robótico e sua cinemática direta, inversa e sobre alguns dos principais robôs EOD atuais. Para tanto, iniciou-se explicando os conceitos básicos de manipuladores e de robôs para desativação de engenhos falhados. Além disso, também foi estudada a abordagem feita por diversos autores no tocante a modelagem cinemática de robôs antropomórficos.

Assim, foi realizada uma fundamentação teórica acerca da cinemática via Denavit-Hartenberg, Helicoides e Cinemática Diferencial. Em seguida, aplicou-se essa teoria para o cálculo da cinemática direta, jacobiana geométrica, jacobiana analítica e a cinemática inversa e comparou-se os resultados obtidos com o esperado teórico.

Ademais, foram abordados os diversos conceitos que permeiam o algoritmo de otimização por enxame de partículas, bem como literaturas sobre o assunto. Também foi descrito o passo a passo para implementação do código do PSO e o seu resultado para duas trajetórias e para Denavit-Hartenberg e Helicoides.

Cabe salientar também a modelagem em CAD do robô e do veículo do IDR Lab, que servirá para a visualização da cinemática inversa do manipulador. Por fim, também deve-se ressaltar a importância do estudo de mercado feito, que mostra as tendências dos robôs atuais para desativação de artefatos explosivos quanto ao número e tipos de juntas e a forma de locomoção. A partir deste, compreende-se que o robô deve ser preferencialmente sobre lagartas e possuir um braço antropomórfico com 4 ou 5 juntas de rotação .

Os resultados obtidos, de acordo com as considerações assumidas, para a otimização das trajetórias propostas, mostram que a combinação do método de Denavit-Hartenberg com a otimização por enxame de partículas apresentam bons resultados quanto à convergência do erro para zero. Por outro lado, a cinemática inversa via Helicoides com o PSO não apresentou convergência para as condições aplicadas. Sendo assim, a cinemática inversa via Denavit-Hartenberg se mostrou mais recomendada para a metodologia deste trabalho. Para refinar a convergência de Denavit-Hartenberg e achar os parâmetros para o vetor erro de Helicoides, deve-se aumentar o número de iterações e de partículas, o que demanda um maior esforço computacional.

No tocante à prova de conceito, explicou-se de forma suscinta o passo a passo para a montagem. A criação do robô foi bem sucedida, visto que este está completamente funcional. No entanto, para construir efetivamente um robô EOD, ainda deve-se adicionar um sistema para a desativação do artefato, câmeras, sensores, entre outros aparatos e subsistemas.

O trabalho, portanto, conseguiu alcançar todos os objetivos previamente estipulados e tem como resultado um estudo de mercado, a comparação entre dois métodos para o cálculo da cinemática inversa com PSO e, também, a confecção de um robô para prova de conceito.

REFERÊNCIAS

1 CFA, I. *Conheça as quatro Revoluções Industriais que moldaram a trajetória do mundo*. 2019. Disponível em: https://cfa.org.br/as-outras-revolucoes-industriais/. Acesso em: 04 de maio 2021.

2 SCHWAB, K. M. *The Fourth Industrial Revolution: a Kennedy School of Government.* 1. ed. Switzerland: World Economic Forum, 2016.

3 DALENOGARE, L. S. A Indústria 4.0 no Brasil: um estudo dos benefícios esperados e tecnologias habilitadoras. 59 p. Mestrado em Engenharia de Produção — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Rio Grande do Sul, 2018.

INDUSTRIA, R. da Voz da. 4 Robótica Industrial: aplicações principais 2019. <https://avozdaindustria.com.br/inovao/ Disponível em: vantagens. е robtica-industrial-principais-aplicaes-e-vantagens>. Acesso em: 05 de maio de 2021.

5 MINARI, G. *Exército britânico quer substituir até 10 mil soldados humanos por robôs*. 2021. Disponível em: https://canaltech.com.br/inovacao/ exercito-britanico-quer-substituir-ate-10-mil-soldados-humanos-por-robos-181266/>. Acesso em: 05 de maio 2021.

6 EB. Parceria entre Exército e Força Aérea garante manutenção de robô desativador de explosivos. 2021. Disponível em: https://www.eb.mil.br/web/noticias/noticiario-do-exercito/-/asset_publisher/MjaG93KcunQI/content/id/13262594>. Acesso em: 07 de maio 2021.

7 ALBUQUERQUE, A. R. L. de. *Modelagem e controle de uma garra antropomórfica de robô*.
98 p. Mestrado em Engenharia de Produção — Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.

8 MENDES, E. F. A. Uma Contribuição ao Desenvolvimento de Manipuladore Antropomórficos com Ênfase na Utilização de Músculos Artificiais. 148 p. Mestrado em Engenharia de Mecânica — UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS, São Paulo, 2007.

9 SANTOS, V. M. Robótica Industrial. 166 p. — Universidade de Aveiro, Portugal, 2004.

10 CASSIOLI. *Robôs Antropomórficos*. Disponível em: <https://www.cassioli.com.br/ divisao-de-producao/ilhas-roboticas-para-montagem/robos-antropomorficos/>. Acesso em: 08 de maio 2021.

11 ALISSON, P. R. *What does a bomb disposal robot actually do?* 2016. Disponível em: <https://www.bbc.com/future/article/20160714-what-does-a-bomb-disposal-robot-actually-do>. Acesso em: 08 de maio 2021.

12 VERTULO, R. *Robôs de Classe*. Disponível em: <http://labdeeletronica.com.br/ robos-de-classe/>. Acesso em: 08 de maio 2021.

13 PAZOS, F. Automação de Sistemas Robótica. 1. ed. Brasil: Axcel Books, 2002.

14 UFRGS. *Aspectos Construtivos de Robôs*. Disponível em: <http://www.ece.ufrgs.br/ ~rventura/Aula2B_tiposderobos.pdf>. Acesso em: 09 de maio 2021.

15 SICILIANO LORENZO SCIAVICCO, L. V. G. O. B. *Robotics Modelling, Planning and Control.* 1. ed. Italy: Springer, 2009.

16 MARQUES, L. C. D. O. *METODOLOGIA DE AUXÍLIO AO ENSINO E À APRENDI-*ZAGEM EM ROBÓTICA INDUSTRIAL BASEADA EM HELICOIDES. 175 p. Mestrado em Engenharia Mecânica — Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2019.

17 ROCHA, C. Comparison between the denavit–hartenberg and the screw-basedmethods used in kinematic modeling of robot manipulators. 723-728 p. — Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2011.

18 SANTOS, F. L. M. *MODELAGEM E SIMULAÇÃO DE ROBÔS SERIAIS BASEADAS EM HELICOIDES*. 126 p. Mestrado em Engenharia Mecânica — Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2017.

19 SANTOS, R. R. *METODOLOGIA PARA AUXILIO À MODELAGEM E SIMULAÇÃO DE SISTEMAS ROBÓTICOS COOPERATIVOS*. 141 p. Mestrado em Engenharia Mecânica — Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2018.

20 MACEDO, F. A. de A. *Robô Motoman MH5F: Modelagem, Simulação e Programação Auxiliadas por Computador.* 147 p. Mestrado em Engenharia Mecânica — Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2018.

21 SERAPIãO, A. B. de S. Fundamentos de otimizaÇÃo por inteligÊncia de enxames: Uma visÃo geral. *Revista Controle Automação*, v. 20, n. 3, p. 34, 2009.

22 JERONYMO, D. C. e. a. Algoritmo genÉtico e otimizaÇÃo por enxame de partÍculas aplicados ao planejamento de trajetÓria de um manipulador robÓtico. p. 8, 2009.

23 EBERHART, R. e. a. A new optimizer using particle swarm theory. *Sixth International Symposium on Micro Machine and Human Science*, p. 39–43, 1995.

24 BANKS, A. e. a. A review of particle swarm optimization. part i: background and development. *Springer Science+Business Media B.V.*, n. 6, p. 467–484, 2007.

25 GRECCO, D. *Minas terrestres: Procurando bomba*. Disponível em: <https://super.abril. com.br/ciencia/minas-terrestres-procurando-bomba/>. Acesso em: 10 de maio 2021.

TERRA. 26 Inquérito revela detalhes da morte de militar que pibomba. Disponível em: <https://www.terra.com.br/noticias/mundo/ sou ет asia/inquerito-revela-detalhes-da-morte-de-militar-que-pisou-em-bomba, 3cc86380c0ada310VgnCLD200000bbcceb0aRCRD.html>. Acesso em: 10 de maio 2021.

27 TSAI, L. wen. Robot Analysis. 1. ed. United States of America: John Wiley Sons, Inc, 1999.

28 TRONCO, M. L. *Modelagem Cinemática de Robôs Industriais*. 82 p. Material de Aula de Engenharia Mecânica — Universidade de São Paulo, São Paulo.

29 BIDAUD., F. C. e P. A closed form for inverse kinematics aproximation of general 6r manipulators using genetic programming. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, p. 3364–3369, 2001.

30 CHIAVERINI., G. A. e S. . a fuzzy approach to redundancy resolution for underwater vehiclemanipulator systems. *Control Engineering Practice*, v. 11, n. 4, p. 445–452, 2003.

31 ZHANG J. WANG, e. Y. X. Y. A dual neural network for bi-criteria kinematic control of redundant manipulators. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, v. 18, n. 6, p. 923–931, 2002.

32 PALHARES, M. K. M. e A. G. B. Heuristic search method for continuous-path tracking optimization on high-performance industrial robots. *s. Control Engineering Practice*, v. 5, n. 9, p. 1261–1271, 1997.

33 MILLONAS, M. M. Swarms, phase transitions, and collective intelligence. *Artificial Life III*, p. 417–445, 1994.

34 LYNXMOTION. *The Al5 Robot Arm - Robot Clipart*. 2018. Disponível em: <https://www.pikpng.com/transpng/iRioohh/>. Acesso em: 05 de setembro de 2021.

35 PASTOR, N. V. *Autonomous Rover for Indoor Localization*. 2017. Disponível em: <https://upcommons.upc.edu/bitstream/handle/2117/107179/memoria.pdf>. Acesso em: 12 de setembro de 2021.

36 SPEKTRUM. *DX5e*. Disponível em: <https://www.spektrumrc.com/Products/Default.aspx? ProdId=SPM5500>. Acesso em: 14 de setembro de 2021.

ANEXO A – CÓDIGOS DE MATLAB®

Para acessar os códigos de MATLAB[®] utilizados, basta utilizar o seguinte *QR Code*:



Figura 51 – QR Code para acesso aos códigos.